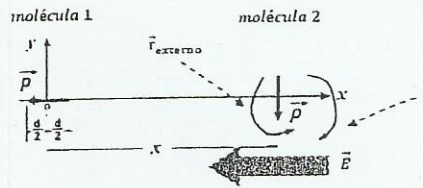


Exercícios Provas- Capítulo 21

1) P3- 1ºsem11 -noturno

1. A molécula de água tem um momento de dipolo elétrico de módulo $p = 6.17 \cdot 10^{-30} \text{ C.m}$. Suponha que uma dessas moléculas esteja fixa na origem de um sistema de eixos, com seu momento de dipolo orientado conforme mostra a figura abaixo. Suponha ainda, que uma segunda molécula de água se encontra a uma distância $x \gg d$ da primeira, e que seu momento de dipolo é perpendicular ao daquela.



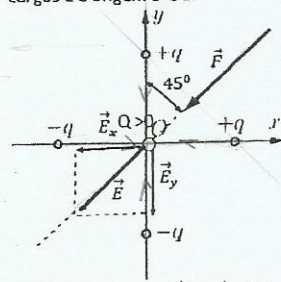
- a) sabendo-se que o campo elétrico produzido pela molécula que se encontra na origem tem módulo $E = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 x^2}$ a uma distância x dela, determine o torque realizado por um operador externo para manter a segunda molécula de água na orientação mostrada na figura (1 pts)
 b) a energia potencial elétrica da segunda molécula. (0,5 pts)
 c) Se a segunda molécula estivesse livre para girar em torno de um eixo perpendicular ao plano xy , qual seria seu sentido de rotação? Justifique sua resposta. (1 pts)

Dados: $x = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ Formulário: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

Resp:
 a) $-5,48 \cdot 10^{-27} \text{ K (N.m)}$
 b) zero
 c) sentido horário

2) P1- 1ºsem11 -noturno

1. As quatro cargas elétricas mostradas na figura formam um quadrupolo elétrico. A distância entre cada uma das cargas e a origem O é L .



- a) Mostre que o campo elétrico produzido pelo quadrupolo na origem possui módulo

$$E = \frac{\sqrt{2}q}{2\pi\epsilon_0 L^2} \quad (1,0 \text{ pt})$$

- b) Se uma carga elétrica $Q > 0$ for colocada na origem, quais serão a direção e o sentido da força que exercerá sobre o quadrupolo? (1,0 pt)

- c) Se um dipolo elétrico for colocado na origem, qual será sua orientação na situação de equilíbrio estável? (0,5 pt)

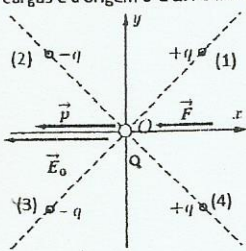
Formulário: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$ $\vec{F} = Q\vec{E}$ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$



Resp:
 b)
 $\vec{F}_{\text{quadrupolo}} = + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{L^2} (\hat{i} + \hat{j})$
 C) na mesma direção de E

3) P1- 1ºsem11 -diurno

1. As quatro cargas elétricas mostradas na figura formam um quadrupolo elétrico. A distância entre cada uma das cargas e a origem O é L . As linhas tracejadas na figura são as bissetrizes de cada quadrante.



- a) Mostre que o campo elétrico produzido pelo quadrupolo na origem possui módulo

$$E = \frac{\sqrt{2}q}{2\pi\epsilon_0 L^2} \quad (1,0 \text{ pt})$$

- b) Se uma carga elétrica $Q > 0$ for colocada na origem, quais serão a direção e o sentido da força que exercerá sobre o quadrupolo? (1,0 pt)

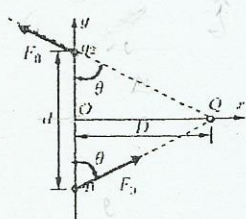
- c) Se um dipolo elétrico for colocado na origem, qual será sua orientação na situação de equilíbrio estável? (0,5 pt)

Formulário: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$ $\vec{F} = Q\vec{E}$ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

Resp:
 b)
 $\vec{F}_{\text{quadrupolo}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{2}qQ}{L^2} \hat{i}$
 C) na mesma direção de E (-i)

4) P1- 1ºsem10 -diurno

1. As cargas elétricas $q_1 = -e$ e $q_2 = e$, separadas pela distância d , formam um dipolo elétrico que está na vizinhança de uma carga $Q > 0$.



- a) Mostre que a força exercida pela carga Q sobre o dipolo é

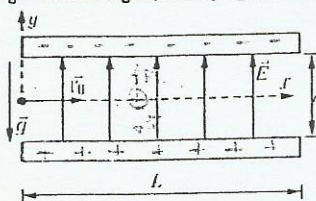
$$\vec{F}_{\text{dip}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qed}{(D^2 + d^2/4)^{3/2}} \hat{j} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qed}{D^3} \hat{j} \quad (1,0 \text{ pt.})$$

- b) Calcule o torque $\vec{\tau}_{\text{dip}}$ sobre o dipolo em relação à origem O , no centro do dipolo, e indique claramente qual será o sentido de rotação do dipolo. (1,0 pt.)

Resp:
 b)
 $\vec{\tau}_{\text{dip}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{eQd^2}{(D^2 + d^2/4)^{3/2}} \hat{k}$
 gira no anti-horário

5) P1- 1ºsem10 -noturno

1. Uma partícula de massa $m = 3,50 \cdot 10^{-18} \text{ kg}$ e carga de módulo $|q| = e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ atravessa com velocidade constante $\vec{v}_0 = 1,50 \hat{i} \text{ m/s}$ uma região na qual há um campo elétrico uniforme $\vec{E} = E\hat{j}$ produzido por duas placas eletrizadas quadradas de aresta $L = 10,0 \text{ cm}$ separadas pela distância $d = 3,00 \text{ mm}$, como mostra a figura. Nesta região, o campo gravitacional é $\vec{g} = -(9,80 \text{ m/s}^2)\hat{j}$.



- a) A carga da partícula é positiva ou negativa? Explique. (0,5 pt.)

- b) Mostre que $E = 214 \text{ N/C}$. (1,0 pt.)

- c) Na ausência de campo gravitacional, qual seria a velocidade inicial mínima necessária para que a partícula não colidisse com as placas? (0,5 pt.)

Resp:
 a) positiva
 b) 214 N/C
 c) $5,715 \text{ m/s}$

6) P3- 1ºsem10 -noturno

2- Um dipolo elétrico de momento dipolar $\vec{p} = (9,0 \times 10^{-10} \text{ C.m})\hat{i} + (12,0 \times 10^{-10} \text{ C.m})\hat{j}$ é submetido a um campo elétrico $\vec{E} = (5000 \frac{\text{N}}{\text{C}})\hat{i}$.

- a) Qual é a energia potencial do dipolo elétrico? (0,5 pts)

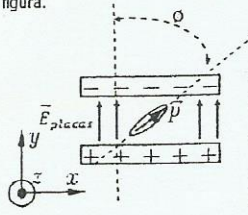
- b) Qual é o torque que age sobre o dipolo? (1,0 pts)

- c) Se um agente externo faz girar o dipolo até que o momento dipolar seja $\vec{p} = (-12,0 \times 10^{-10} \text{ C.m})\hat{i} + (9,0 \times 10^{-10} \text{ C.m})\hat{j}$, qual é a energia potencial nessa posição? (0,5 pts) Qual é o trabalho realizado pelo agente externo? (1 pts)

Resp:
 a) $-4,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
 b) $-6 \cdot 10^{-6} \text{ k (N.m)}$
 c) $6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
 $10,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

✓ 7) P1- 2ºsem10 -noturno

1. Um dipolo elétrico de momento de dipolo elétrico \vec{p} está localizado entre duas placas paralelas muito grandes, separadas por uma distância L , carregadas com cargas de sinais opostos e com densidades $-\sigma$ e $+\sigma$, como mostra a figura.



- Quais são a direção e o sentido do campo elétrico \vec{E}_{placas} , produzido pelas placas paralelas? (0,5 pt.)
- Quais são a direção e o sentido do torque sobre o dipolo? (1,0 pt.)
- Qual deveria ser a orientação do dipolo elétrico para que estivesse em equilíbrio estável? Explique. (1,0 pt.)

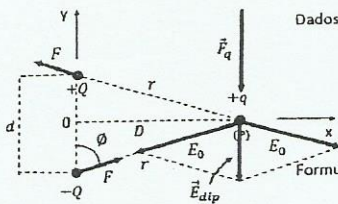
Formulário: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

Resp:
a)+j
b)+K
c)alinhado com E, ângulo 0

✓ 8) P1- 2ºsem09 -noturno e P1- 2ºsem10 -diurno.

1. Um dipolo elétrico formado pelas cargas elétricas $+Q > 0$ $-Q < 0$ separadas pela distância d e uma terceira partícula de carga elétrica $q > 0$ estão localizados no plano xy como mostra a figura.

- Mostre que o campo elétrico produzido pelo dipolo na posição da carga q é $\vec{E}_{dip} = -\frac{qd}{4\pi\epsilon_0 (D^2 + d^2/4)^{3/2}} \hat{j}$. (1 pto)
- calcule a força elétrica \vec{F}_q que atua sobre a carga q . (0,5 pto)
- Indique, na figura, a direção e o sentido das forças elétricas produzidas pela carga q sobre as cargas $+Q$ e $-Q$ do dipolo. (0,5 pto)
- Quais são a direção e o sentido do torque sobre o dipolo? (0,5 pto)



Dados: $Q = 15 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ $d = 0,1 \text{ m}$
 $q = 50 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ $D = 0,2 \text{ m}$

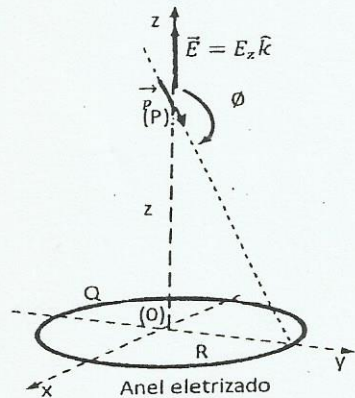
Resp:
b)-7,7.10⁻¹¹ j (N)
d) +K

Formulário: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$ $\vec{F} = q\vec{E}$
 $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ $\vec{p} = q\vec{d}$

✓ 9) P1- 2ºsem09 -diurno

2- Um anel, de raio R , é mantido fixo e está eletrizado uniformemente com uma carga elétrica Q ao longo de seu comprimento. Em um ponto P situado sobre o seu eixo de simetria é colocado um dipolo elétrico com o seu momento de dipolo elétrico \vec{p} orientado conforme ilustrado na figura.

- Sabendo-se que o campo elétrico produzido pelo anel no ponto P é dado por: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \hat{k}$, mostre que para $z \gg R$ o campo elétrico pode se aproximado por $\vec{E} \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{z^2} \hat{k}$. Lembre que $(1+x)^n \approx 1 + nx$ se $x \ll 1$; (1 pto)
 - Calcular a energia potencial U do dipolo. (1 pto)
 - Qual deve ser a orientação do dipolo para que permaneça em equilíbrio estável? Justificar a resposta. (1 pto)
- Formulário: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$
- Dados: $R = 4 \text{ m}$ $z = 3 \text{ m}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ $Q = 1 \times 10^{-6} \text{ C}$ $p = 5,0 \times 10^{-12} \text{ C.m}$



Resp: b- 6,48x10⁻¹⁰ J c- zero grau

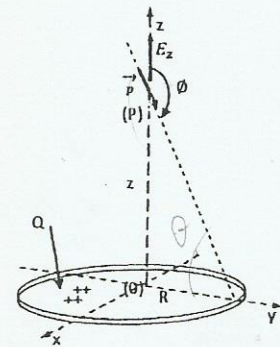
✓ 10) P1- 2ºsem09 -noturno

2- Um disco, de raio R , é mantido fixo e está eletrizado uniformemente na sua superfície com uma carga elétrica Q . Em um ponto P situado sobre o seu eixo de simetria é colocado um dipolo elétrico com o seu momento de dipolo elétrico \vec{p} orientado conforme ilustrado na figura.

- Sabendo-se que o campo elétrico produzido pelo disco no ponto P é dado por: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right] \hat{k}$. Mostre que se $z \gg R$ o campo elétrico pode ser aproximado por: $\vec{E} \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{z^2} \hat{k}$. Lembre que $(1+x)^n \approx 1 + nx$ se $x \ll 1$. (0,5 pto)
- Calcular o torque $\vec{\tau}$ exercido pelo disco sobre o dipolo elétrico e a energia potencial U do dipolo. (2 ptos)
- Qual deve ser a orientação do dipolo para que permaneça em equilíbrio instável? Justificar a resposta. (0,5 ptos)

Dados: $R = 4 \text{ m}$ $z = 3 \text{ m}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ $Q = 1 \times 10^{-6} \text{ C}$ $p = 5,0 \times 10^{-12} \text{ C.m}$ Formulário: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ $\sigma = \frac{Q}{A}$ $A = \pi \cdot R^2$

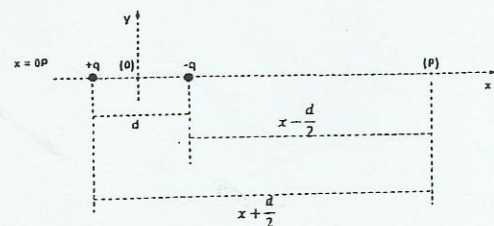
Resp: b- 1,8x10⁻⁹ i N/C e 1,35x10⁻⁹ J c- 180°



11) P3- 2ºsem09 -diurno

5- Um dipolo elétrico é composto por uma carga positiva $+q$ e por uma carga negativa $-q$ separadas por uma distância d , como mostra a figura. O dipolo é mantido fixo.

- Mostrar que o campo elétrico produzido pelo dipolo no ponto P é dado por $\vec{E}_{dipolo} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{(x+d/2)^2} - \frac{1}{(x-d/2)^2} \right] \hat{i}$; (0,5 pto)
- Quando $x \gg d$, mostrar que o campo do dipolo pode ser aproximado por $\vec{E}_{dipolo} \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{x^3}$, onde $\vec{p} = -qd \hat{i}$ é o momento do dipolo; (1 pto)
- Supondo que na região existe um campo elétrico externo definido pela equação $\vec{E}_{externo} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$, qual será o torque elétrico aplicado no dipolo? (1 pto)



Dados: $q = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$ $d = 0,005 \text{ m}$ $E_x = 100 \text{ N/C}$ $E_y = 200 \text{ N/C}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

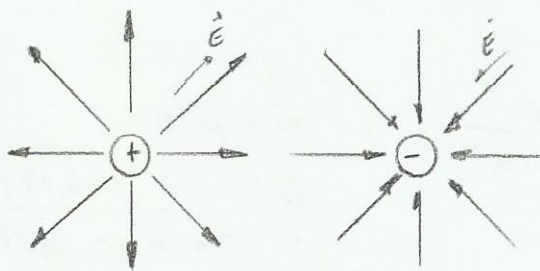
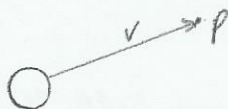
Formulário: $\vec{E}_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{u}$ $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

Resp: c- -2x10⁻⁶ k N.m

Eletrostática - Capítulos 21 e 22

Capítulo 21 - Carga elétrica e Campo elétrico

- Campo elétrico



$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u} \quad 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

Nota

$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{dQ}{dL}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{dQ}{dA}$$

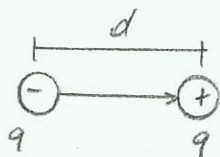
$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} \hat{u}$$

- Força elétrica

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$$

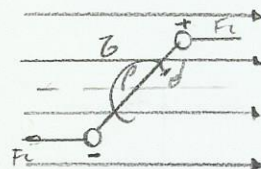
Lei de Coulomb: $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi r^2 \epsilon_0}$

- Dipolo elétrico



$$\vec{p} = q \cdot \vec{d}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = p \cdot E \cdot \sin\theta \quad (\text{N}\cdot\text{m})$$



Energia Potencial de um dipolo

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (\text{J})$$

Exercícios de Provas (Capítulo 11)

1-) P3 - 1º NM 11 - noturno

$$\rho = 6,17 \cdot 10^{-30} \text{ C.m} \quad ; \quad \kappa = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

(a)

$$E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0\kappa^3} \quad ; \quad \vec{\tau} = \vec{p} \cdot E$$

$$\tau = \frac{(6,17 \cdot 10^{-30})^2}{2\pi \cdot (0,85 \cdot 10^{-12}) \cdot (5 \cdot 10^{-9})^3} = 5,48 \cdot 10^{-27} \text{ N.m}$$

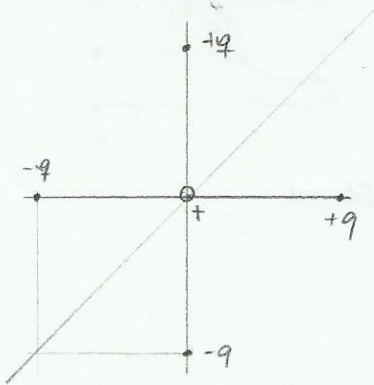
$$\tau_{\text{cent}} = -\tau = -5,48 \cdot 10^{-27} \text{ N.m}$$

(b) $U = -p \cdot E$

$$U = -p \cdot E \cdot \cos 90^\circ = 0$$

(c) Sentido horário, pois o dipolo tenderá a alinhar ao campo.

2) P1 - 1º NM 11 - noturno



(a)

$$E = \frac{\sqrt{2} q}{2\pi\epsilon_0 L^2}$$

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$$

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot L^2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L^2}$$

$$E_y = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L^2}$$

$$E = \sqrt{\left(\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L^2}\right)^2 + \left(\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L^2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2 \left(\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L^2}\right)^2}$$

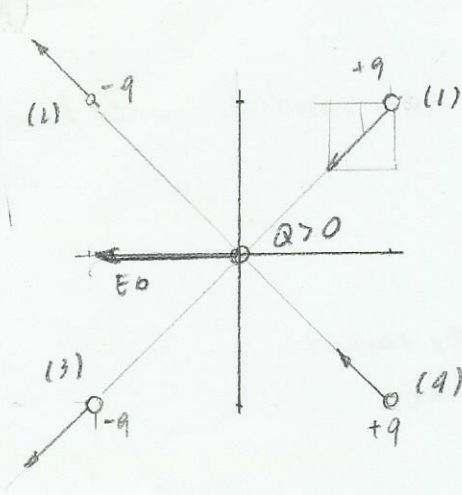
$$\therefore \boxed{E = \frac{\sqrt{2} q}{2\pi\epsilon_0 L^2}}$$

b) $F = q \cdot E$

$$F = \frac{q \cdot q \cdot \sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 L^2} (\vec{i} - \vec{j})$$

$$F_{\text{quad}} = \frac{q^2 \sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 L^2} (\vec{i} + \vec{j})$$

3) P1 - 1^o mm - diurno 3) P1 - 1 mm - diurno



(a) $E = \frac{\sqrt{2}q}{2\pi\epsilon_0 L^2}$

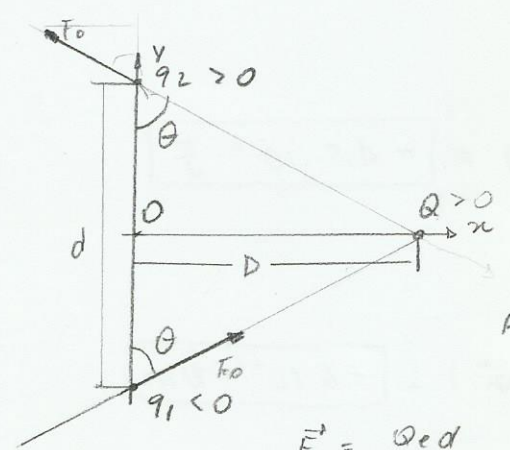
$$E_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{L^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [-i - j] + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{L^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [-i + j] + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{L^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [-i - j] + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{L^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [i + j] = \frac{\sqrt{2}q}{4\pi\epsilon_0 L^2} \cdot [-4i] = \frac{-\sqrt{2}q}{2\pi\epsilon_0 L^2}$$

$\vec{E} = -\vec{E}_0 = \frac{\sqrt{2}q}{2\pi\epsilon_0 L^2} \hat{i} \left[\frac{L}{m} \right]$

(b) $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$
 $= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sqrt{2}qQ}{L^2} \hat{i}$

(c) Sua orientação será no mesmo sentido do campo, que é $E(-\hat{x})$

4) P1 - 1^o mm - diurno



(a) $F = ?$
 $F_0 = F_{Q \rightarrow q_1} = F_{Q \rightarrow q_2}$
 $\vec{F} = (F_0 \sin\theta - F_0 \sin\theta) \hat{i} + (F_0 \cos\theta + F_0 \cos\theta) \hat{j}$
 $\vec{F} = 2F_0 \cos\theta \hat{j}$

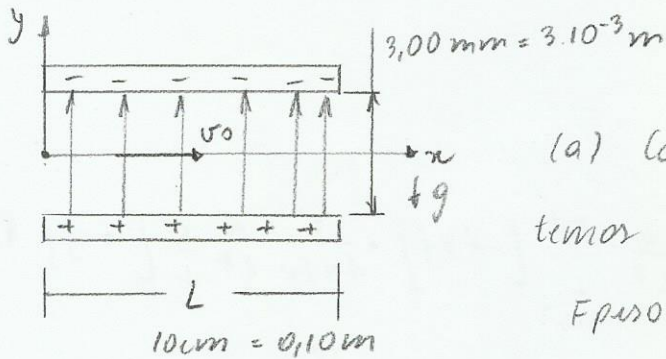
$F = \frac{2 \cdot e \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + D^2} \right)^2} \cdot \frac{d/2}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + D^2}}$
 $\vec{F} = \frac{Qed}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(D^2 + d^2/4)^{3/2}} \hat{j}$

$$b) \tau_{dip} = \vec{p} \cdot \vec{E} = \vec{r}_2 \cdot \vec{F}$$

$$\tau_{dip} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qed}{(D^2 + d^2/4)^{3/2}} \vec{k}, \text{ gira no sentido anti horário}$$

5) P1 - 1º NM10 - noturno

$$m = 3,5 \cdot 10^{-18} \text{ kg} \quad |q| = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad v_0 = 1,50 \hat{x} \text{ (m/s)}$$



(a) Como a partícula está em equilíbrio, temos que:

$$F_{puso} + F_{ele} = 0$$

$$mg + qE = 0 \rightarrow mg = -qE$$

$$\text{O campo "E": } \vec{E} = E \hat{j} \quad \vec{g} = g \cdot (-\hat{j})$$

$$q = \frac{-mg}{E} = \frac{-m \cdot (g \cdot (-\hat{j}))}{E \hat{j}} > 0$$

$$(b) E = \frac{m \cdot g}{q} = \frac{3,5 \cdot 10^{-18} \cdot 9,8}{1,6 \cdot 10^{-19}} \therefore \boxed{E = 214,4 \frac{N}{C}}$$

6) P3 - 1º NM10 - noturno

$$\vec{p} = (9,0 \cdot 10^{-9} \text{ C m}) \hat{x} + (12,0 \cdot 10^{-10} \text{ C m}) \hat{j} \quad \vec{E} = (5000 \frac{N}{C}) \hat{x}$$

a) $U = ?$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$U = -(9,0 \cdot 10^{-9} \hat{x} + 12,0 \cdot 10^{-10} \hat{j}) \cdot (5000 \hat{x}) = \boxed{-4,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

b) $\tau = ?$

$$\tau = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$= (9,0 \cdot 10^{-9} \hat{x} + 12,0 \cdot 10^{-10} \hat{j}) \times (5000 \hat{x}) = \boxed{-6 \cdot 10^{-6} \text{ Nm}}$$

$$c) W = (-12,0 \cdot 10^{-10} \hat{x} + 9 \cdot 10^{-10} \hat{j}) \cdot 5000 \hat{x} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$W_{dip} = 6 \cdot 10^{-6} + 45 \cdot 10^{-6} = 105 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$\vec{p} \cdot \vec{E}$
 $\leftarrow \hat{x} \cdot \hat{x} = 1$
 $\hat{x} \cdot \hat{j} = 0$
 $\hat{j} \cdot \hat{x} = 0$
 $\hat{j} \cdot \hat{j} = 1$

c) (Outro exercício)

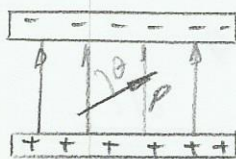
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$0,0015 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 \quad \therefore t = 0,017 \text{ s}$$

$$s = s_0 + v_0 t$$

$$v_0 = \frac{0,1}{0,017} \quad \therefore \boxed{v_0 = 5,715 \text{ m/s}}$$

7) P1-2º x m10 - noturno



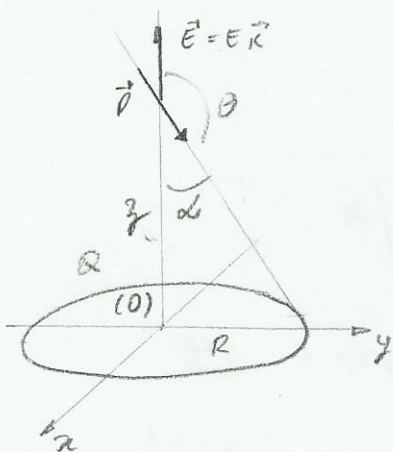
(a) $\vec{E} = +E \hat{j}$

(b) $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = p \cdot E \sin \theta \hat{k} \quad \therefore (+k)$

(c) Deveria ser alinhado com E, implicando

$\theta = 0$, com isso $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = \tau = p \cdot E \sin \theta = 0$

9) P1-2º x m09 - diurno



(a) Sabendo que: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qz}{(R^2+z^2)^{3/2}} \hat{k}$

Mostre E para $z \gg R$

$$(1+x)^n = 1 + nx, \quad \text{com } x \ll 1$$

$$(R^2+z^2)^{3/2} = \left[z^2 \left(1 + \frac{R^2}{z^2} \right) \right]^{3/2}$$

$$= z^3 \cdot \left(1 + \frac{3R^2}{z^2} \right)^{3/2}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qz}{z^3}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2} (\hat{k})$$

(b) $U = -p \cdot E$

Obs: $\cos \theta = -\cos(180 - \theta)$

$$U = -p \cdot E \cdot \cos \theta$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{-z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$U = -p \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qz}{(R^2+z^2)^{3/2}} \cdot \frac{(-z)}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

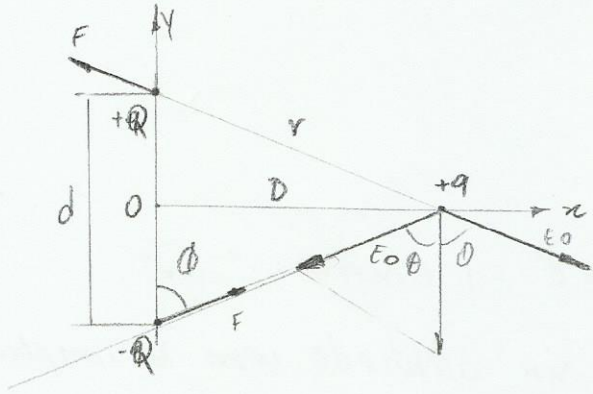
$$U = \frac{(-5 \cdot 10^{-12}) \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot (-3)}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (4^2 + 3^2)^{3/2} \cdot \sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$\boxed{U = 6,97 \cdot 10^{-10} \text{ J}}$$

c) $\vec{O} \neq \vec{0}$ deve ser $\vec{0}$, pois para existir o equilíbrio estável o torque deve ser $\vec{0}$, através da análise da seguinte equação, temos

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{E} = \vec{r} \cdot E \sin \theta, \text{ para } \vec{\tau} = \vec{0} \text{ o } \theta \text{ tem que ser } 0$$

b) P1-2º MM09 - noturno e P1-2º MM10 - diurno



$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

$$\vec{E}_x = E_0 \sin \theta - E_0 \sin \theta = 0$$

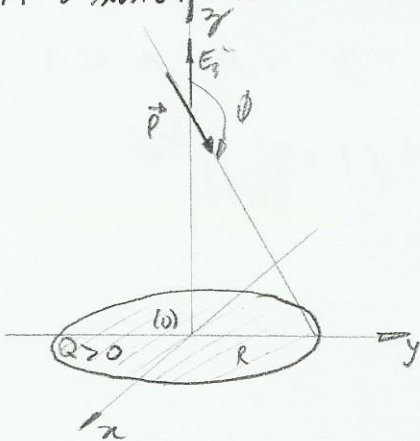
$$\vec{E} = E_y = 2 E_0 \cos \theta$$

$$= \frac{2 \cdot Q}{4\pi \epsilon_0 (\sqrt{D^2 + \frac{d^2}{4}})^2} \frac{d/2}{\sqrt{D^2 + \frac{d^2}{4}}}$$

$$\vec{E} = \frac{Qd}{4\pi \epsilon_0 (D^2 + \frac{d^2}{4})^{3/2}} \vec{j}$$

(b) + K

10) P1-2º MM09 - noturno



$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \vec{k}$$

Mostre para $z \gg R$ o E

$$\begin{aligned} (R^2 + z^2)^{1/2} &= [z^2 (1 + \frac{R^2}{z^2})]^{1/2} \\ &= z \cdot (1 + \frac{R^2}{z^2})^{1/2} = z \left(1 + \frac{R^2}{2z^2} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} = \frac{z}{z (1 + \frac{R^2}{z^2})^{1/2}} = (1 + \frac{R^2}{z^2})^{-1/2} = 1 - \frac{R^2}{2z^2}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma 2R}{2\epsilon_0} \left[1 - \left(1 - \frac{R^2}{2z^2} \right) \right] = \frac{\sigma 2R^2}{2\epsilon_0} \cdot \frac{R^2}{2z^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 z^2} \vec{k}$$

Revisão do Ex:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right]$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2}$$

para $z \gg R$

$$\sqrt{R^2 + z^2} = (R^2 + z^2)^{1/2} = \left[z^2 \left(1 + \frac{R^2}{z^2} \right) \right]^{1/2}$$

$$= z \cdot \left(1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{1/2}$$

$$\frac{z}{z \left(1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{1/2}} = \left(1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{-1/2} = 1 - \frac{R^2}{2z^2}$$

$$\vec{E} = \frac{Q/\pi r^2}{2\epsilon_0} \left[1 - \left(1 - \frac{R^2}{2z^2} \right) \right] = \frac{Q/\pi r^2}{2\epsilon_0} \cdot \frac{R^2}{2z^2} = \boxed{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2}}$$

(b) $U = ?$

$$U = \vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$U = p \cdot E \cos\theta \quad ; \quad \cos\theta = -\cos(180 - \theta) \\ = -\frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$U = \frac{5,0 \cdot 10^{-12} \cdot (1 \cdot 10^{-6} / \pi \cdot 4^2)}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \left[1 - \frac{3}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right] \cdot \frac{(-3)}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\boxed{U = 1,35 \cdot 10^{-9} \text{ J}}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \rightarrow \tau = p E \sin\theta \quad ; \quad \sin\theta = \sin(180 - \theta)$$

$$\tau = p \cdot E \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$= \frac{5,0 \cdot 10^{-12} \cdot (1 \cdot 10^{-6} / \pi \cdot 4^2)}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \left[1 - \frac{3}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right] \cdot \frac{4}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\boxed{\tau = 1,8 \cdot 10^{-9} \text{ Nm}}$$

(c) 160

11) P3 - 2: xmo9 - durmo

$$(a) \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2}$$
$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \right] \vec{i}$$

(b) $x \gg d$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\left[x\left(1 + \frac{d}{2x}\right)\right]^2} - \frac{1}{\left[x\left(1 - \frac{d}{2x}\right)\right]^2} \right]$$
$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[x^{-2} \left(1 + \frac{d}{2x}\right)^{-2} - x^{-2} \left(1 - \frac{d}{2x}\right)^{-2} \right]$$
$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[x^{-2} \left(1 - \frac{d}{x}\right) - \left(x^{-2} \left(1 + \frac{d}{x}\right)\right) \right]$$
$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{d}{x^3} - \frac{1}{x^2} - \frac{d}{x^3} \right]$$
$$= \frac{-2dq}{4\pi\epsilon_0 x^3} \quad \therefore \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{x^3} \vec{i}$$

(c) $\vec{E} = 100\vec{i} + 200\vec{j}$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad ; \quad p = -qd = -2 \cdot 10^{-6} \cdot 9005 \quad \therefore \quad p = 10^{-9}$$

$$\vec{\tau} = -10 \cdot 10^{-9} \vec{i} \times (100\vec{i} + 200\vec{j}) \quad \therefore \quad \vec{\tau} = -2 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ Nm}$$

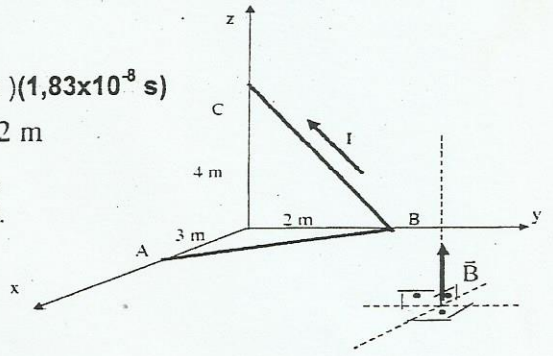
Capítulo 27-Força Magnética

Exercícios

1) P1-1ºsem06-(noturno) Um elétron do feixe de um cinescópio de TV é acelerado, a partir do repouso, por uma diferença de potencial U . A seguir, ele passa em uma região onde existe um campo magnético transversal descrevendo uma circunferência de Raio R . Pedem-se:

- a) a velocidade v atingida pelo elétron; (1 pts) $(2,3 \times 10^7 \text{ m/s})$
- b) a intensidade do campo magnético; (1 pts) $(6,53 \times 10^{-4} \text{ T})$
- c) o tempo necessário para o elétron percorrer $1/3$ da circunferência; (0,5 pts) $(1,83 \times 10^{-8} \text{ s})$

Dados: $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $U = 1500 \text{ V}$ $R = 0,2 \text{ m}$



2) P1-2ºsem06-(noturno) O fio ABC é percorrido por uma corrente elétrica I e está imerso em uma região com campo magnético uniforme de intensidade B .

- a) a força magnética no trecho AB e no trecho BC. (2 pts) $(6\mathbf{j} + 4\mathbf{i} \text{ N}; -4\mathbf{i} \text{ N})$
- b) a força magnética resultante no fio ABC; (1,5 pts) $(6\mathbf{j} \text{ N})$

Dados: $I = 5 \text{ A}$ $B = 0,4 \text{ T}$

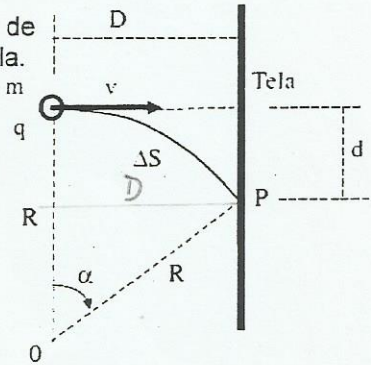
Formulário: $\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$

3) P1-1ºsem07-(diurno) Uma partícula de massa m e carga elétrica q situada numa distância D de uma tela contida em plano vertical é lançada com uma velocidade v horizontal no sentido da tela. Na região há um campo magnético uniforme de intensidade B , com direção paralela a tela e perpendicular a direção da velocidade da partícula. A partícula sofre um desvio de sua trajetória e choca-se no ponto P da tela. Pedem-se:

- a) indicar na figura o sentido do campo magnético; (0,5 pts) (\mathbf{X})
- b) o desvio d ; (1,5 pts) $(0,08 \text{ m})$
- c) o intervalo de tempo entre o lançamento até o choque; (1 pts) (4 s)
- d) o novo desvio d^* se a carga elétrica da partícula fosse $q^* = 0,4 \cdot q$. (0,5 pts) $(0,032 \text{ m})$

Dados: $B = 0,4 \text{ T}$ $q = -6,25 \times 10^{-4} \text{ C}$ $m = 50 \times 10^{-3} \text{ kg}$ $v = 2 \text{ m/s}$ $D = 8 \text{ m}$

Formulário: $F_{\text{mag}} = q \cdot v \cdot B$ $F_{\text{resultante}} = m \cdot a$ $a = v^2/R$



4) P1-1ºsem08-(noturno) Uma espira retangular de $5 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$ está imersa num campo magnético de intensidade $0,2 \text{ T}$ de direção perpendicular à normal a superfície da espira. A corrente que percorre a espira é de 6 A . Determine:

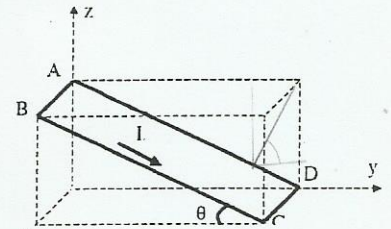
- a) o momento magnético da espira (1 pts) $(0,027 \text{ Am}^2)$
- b) o torque na espira (1 pts) $(0,0054 \text{ N.m})$
- c) o torque máximo que pode ser obtido sobre uma espira de mesmo perímetro e conduzindo a mesma corrente. (Lembre-se que a máxima área para um mesmo perímetro é a área do círculo) (1,5 pts) $(0,00749 \text{ Nm})$

Formulário: $\vec{\mu} = IAN\vec{n}$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

5) P1-2ºsem05-(diurno) A espira retangular, percorrida por uma corrente elétrica I , está imersa em uma região com campo magnético B . O plano da espira está inclinado de um ângulo θ com o plano horizontal. Determinar:

- a) o vetor momento magnético $\vec{\mu}$ da espira; (1,5 pts) $(6\mathbf{j} + 10,4\mathbf{k})$
- b) o vetor torque magnético $\vec{\tau}$ que atua na espira; (1 pts) $(3\mathbf{i} + 8,32\mathbf{j} - 4,8\mathbf{k})$
- c) a força magnética sobre o lado BC da espira. (1 pts) $(1,3\mathbf{i} - 1,2\mathbf{j} - 2,1\mathbf{k})$

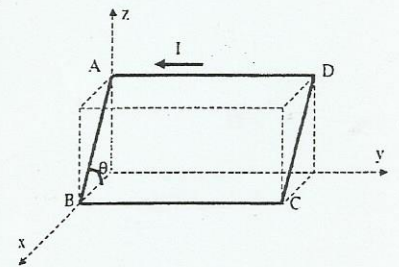
Dados: $a = AB = 4 \text{ m}$ $b = BC = 6 \text{ m}$ $I = 0,5 \text{ A}$ $B = 0,8\mathbf{i} + 0,5\mathbf{k} \text{ T}$ $\theta = 30^\circ$



6) P1-2ºsem05-(noturno) A espira retangular, percorrida por uma corrente elétrica I , está imersa em uma região com campo magnético B . O plano da espira está inclinado de um ângulo θ com o plano horizontal. Determinar:

- a) o vetor momento magnético $\vec{\mu}$ da espira; (1,5 pts) $(24\mathbf{i} + 41,2\mathbf{k})$
- b) o vetor torque magnético $\vec{\tau}$ que atua na espira; (1 pts) $(33\mathbf{i} + 20,6\mathbf{j} - 19,2\mathbf{k})$
- c) a força magnética sobre o lado CD da espira. (1 pts) $(1,6\mathbf{i} + 1\mathbf{j} + 2,8\mathbf{k})$

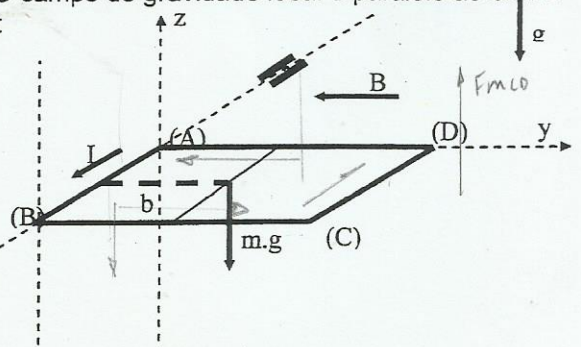
Dados: $a = AB = 8 \text{ m}$ $b = BC = 12 \text{ m}$ $I = 0,5 \text{ A}$ $B = 0,5\mathbf{i} - 0,8\mathbf{j} \text{ T}$ $\theta = 30^\circ$



7) P1-1ºsem09-(noturno) A espira retangular ABCD indicada abaixo possui massa m e esta articulada em torno do lado AB por meio de um eixo sem atrito. A corrente elétrica que circula no fio é I , no sentido indicado. A espira é imersa em um campo magnético de intensidade B e direção paralela ao eixo y no sentido negativo. O campo de gravidade local é paralelo ao eixo z no sentido negativo com intensidade g . A espira está em equilíbrio. Pedem-se:

- a) o vetor força magnética que atua no lado CD da espira; (1 pts) $(4,8\mathbf{K} \text{ N})$
- b) o vetor momento de dipolo magnético da espira; (1 pts) $(192\mathbf{K} \text{ Am}^2)$
- c) o vetor torque magnético que atua sobre a espira; (0,5 pts) $(38,4\mathbf{i} \text{ N.m})$
- d) a massa da espira. (1 pts) $(0,96 \text{ Kg})$

Dados: $AB = 4 \text{ m}$ $BC = 8 \text{ m}$ $I = 6 \text{ A}$ $B = 0,2 \text{ T}$ $g = 10 \text{ m/s}^2$



Formulário: $\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{\mu} = IA \vec{u}$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ $\vec{P} = m \vec{g}$

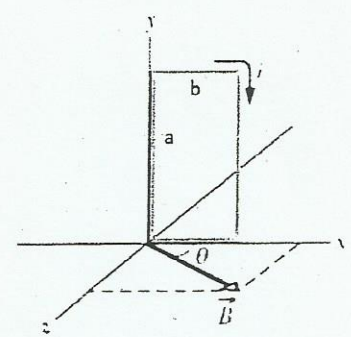
8)P1-2ºsem09-(diurno)

3- Uma espira retangular é percorrida pela corrente elétrica I e está imersa em um campo magnético uniforme e estacionário de intensidade B cuja direção forma com o plano da espira um ângulo θ . Para a posição ilustrada, pedem-se:

- a) o momento de dipolo magnético $\vec{\mu}$ da espira; (0,5 pts)
- b) o torque magnético $\vec{\tau}$ aplicado na espira pelo campo magnético; (1 pts)
- c) a energia potencial U da espira; (0,5 pts)
- d) a direção do momento de dipolo magnético $\vec{\mu}$ que permitiria o equilíbrio instável da espira. Justificar a resposta. (1 pts)

Formulário: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ $\vec{\mu} = I \cdot A \cdot \vec{n}$
 Dados: $I = 0,05 \text{ A}$ $B = 0,2 \text{ T}$ $a = 4 \text{ m}$ $b = 3 \text{ m}$ $\theta = 30^\circ$

Resp: a)-0,6k A.m² b)-0,104j N.m c)0,06J d) paralelo a B

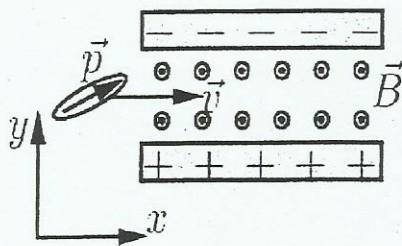


9)P1-2ºsem09-(diurno)

1- Um colega seu decide criar um seletor de orientação para um dipolo elétrico de momento de dipolo \vec{p} , composto por uma carga positiva $+q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e por uma carga negativa $-q = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ separadas por uma distância $d = 2,25 \times 10^{-9} \text{ m}$. O dipolo elétrico, com velocidade \vec{v} é lançado entre duas placas paralelas muito grandes de densidade de carga $+\sigma = 3,50 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$ e $-\sigma = -3,50 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$. Nesta região, aplica-se, também, um campo magnético uniforme $\vec{B} = (0,05\text{T})\hat{k}$, como mostra a figura.

Dado: $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

Formulário: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$, $\vec{\tau}_{\text{elétrico}} = \vec{p} \times \vec{E}$, $E = \sigma/\epsilon_0$ $\vec{p} = q \cdot \vec{d}$



- a) Mostre que o torque sobre o dipolo, em relação a seu centro, é dado por $\vec{\tau} = p(E - vB) \sin\theta \hat{k}$ em que θ é o ângulo entre o sentido positivo do eixo Oy e o momento de dipolo \vec{p} . (1 pts)
- b) Para qual velocidade v a orientação do dipolo elétrico não é alterada pela ação dos campos elétrico e magnético? (0,5 pts)



Resp: b- 7910m/s

10)P3-1ºsem10-(diurno)

3- Um dipolo magnético de momento magnético $\vec{\mu} = (9,0\hat{i} + 12,0\hat{j}) \text{ Am}^2$ é submetido a um campo magnético $\vec{B} = 0,4\hat{i} \text{ T}$.

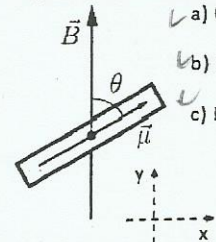
- a) Qual é a energia potencial do dipolo magnético; (0,5 pts)
- b) Qual é e o torque que atua sobre ele? (0,5 pts)
- c) Se um agente externo faz girar o dipolo até que o momento magnético seja $\vec{\mu}^* = (-12\hat{i} + 9,0\hat{j}) \text{ Am}^2$, qual é a energia potencial nessa posição? (0,5 pts). E o trabalho realizado pelo agente externo? (1 pts)

Resp: a) -3,6J b)4,8k N.m c)4,8J e 8,4 J

11)P1-1ºsem10-(diurno)

2. A agulha de uma bússola é uma barra imantada de massa $m = 50,0 \text{ mg}$, comprimento $L = 3,00 \text{ cm}$ e momento de inércia $I = mL^2/12$ que pode girar em torno de seu centro. Inicialmente, o momento de dipolo magnético da agulha forma um ângulo $\theta = 50,0^\circ$ com o campo magnético local da Terra de magnitude $B = 35,0 \mu\text{T}$, como mostra a figura. Assim que a agulha é liberada para girar, atua na mesma um torque magnético de intensidade $\tau = 58 \mu\text{Nm}$, que resulta em uma aceleração angular α .

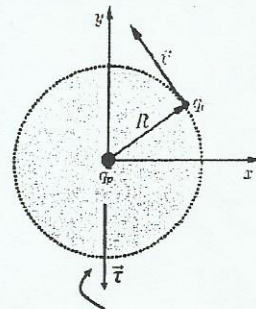
- a) Qual é o sentido de rotação da agulha? Justifique. (0,5 pts)
- b) Determine a energia potencial magnética U da agulha, quando liberada. (0,5 pt.)
- c) Determine a aceleração angular α . Pode ser útil saber que $\vec{\tau} = I\alpha$. (0,5 pt.)



Resp: a) anti horário
 b)-28,6x10⁻⁶ J
 c)1,55x10⁴k rad/s²

12)P1-1ºsem10-(noturno)

3. No estado de menor energia do modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, um elétron de carga elétrica $q_e = -e = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e massa $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ se move em uma órbita circular de raio $R = 52,9 \text{ pm}$ com velocidade escalar $v = 2,19 \times 10^6 \text{ m/s}$ no plano xy , como mostra a figura.



- a) Mostre que o movimento do elétron é equivalente a uma corrente elétrica de magnitude $I = 1,05 \text{ mA}$. (0,5 pt.)
- b) Calcule o momento de dipolo magnético $\vec{\mu}$ associado ao movimento orbital do elétron. (1,0 pt.)
- c) Se um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{i}$ de magnitude $B = 0,500 \text{ T}$ fosse aplicado sobre o átomo de hidrogênio, a órbita do elétron giraria em torno de qual eixo? Explique. (1,0 pt.)

Resp: a)1,05mA b)-9,27x10⁻²⁴ K A.m² c) torque = -4,63x10⁻²⁴J N.m portanto, ao redor do eixo y

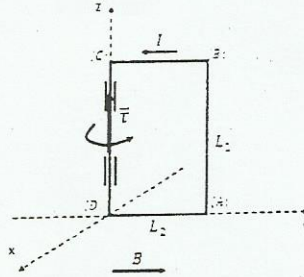
13)P1-2ºsem10-(diurno)

3. A espira retangular ABCD é percorrida por uma corrente elétrica I , e está imersa em uma região de campo magnético uniforme de intensidade B . A espira pode girar em torno do lado CD. Supondo que a espira seja abandonada na posição ilustrada, pedem-se:

- a) as forças magnéticas \vec{F}_{AB} e \vec{F}_{BC} , que atuam nos lados AB e BC da espira respectivamente; (1 pts)
- b) o torque magnético $\vec{\tau}$ que atua sobre a espira; (1 pts)
- c) o sentido da rotação da espira. Explique. (0,5 pts)

Dados: $L_1 = 0,3 \text{ m}$ $L_2 = 0,2 \text{ m}$ $I = 1,25 \text{ A}$ $\vec{B} = 0,5 \hat{j} \text{ T}$

Formulário: $\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ $\vec{\mu} = IA\hat{n}$



Resp: a) $-0,1875\hat{i}(\text{N})$ e 0
b) $0,0375\text{k N.m}$
c) vista por z, no sentido anti-horário

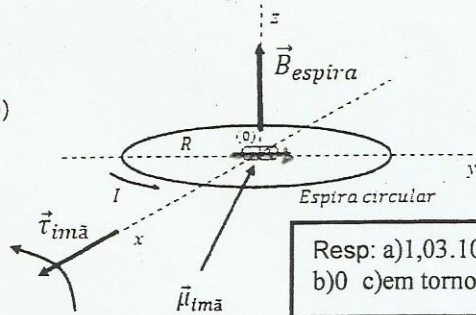
14)P3-2ºsem10-(noturno)

4. No centro de uma espira circular de raio R , mantida fixa e percorrida por uma corrente elétrica I , há um ímã, de dipolo magnético $\vec{\mu}_{\text{ímã}}$. Ignore a ação do campo de gravidade.

- a) Calcular o torque magnético sobre o ímã. (1 pts)
- b) Determinar a energia potencial do dipolo. (0,5 pts)
- c) Em torno de qual eixo girará o ímã, se for liberado? Justificar a resposta. (0,5 pts)
- d) Qual é a posição em que o ímã estará em equilíbrio estável? (0,5 pts)

Dados: $R = 0,5 \text{ m}$ $I = 10 \text{ A}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ $\vec{\mu}_{\text{ímã}} = 0,82 \hat{j} (\text{Am}^2)$

Formulário: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $\vec{B}_{\text{anel (centro)}} = \mu_0 \frac{I}{2R} \hat{k}$ $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$



Resp: a) $1,03 \cdot 10^{-5} \hat{i} \text{ N.m}$
b) 0 c) em torno de x d) $+$ k

15)P1-1ºsem11-(noturno)

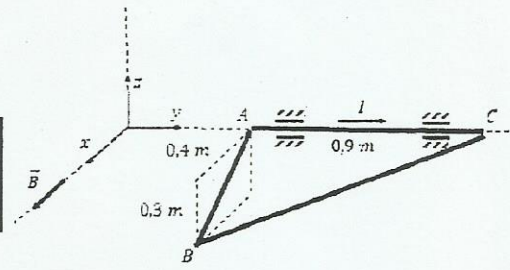
4. A espira triangular ABC, percorrida pela corrente elétrica I , está imersa em uma região onde existe um campo magnético \vec{B} . A espira pode girar em torno do lado AC. Para a posição ilustrada, pedem-se:

- a) a força magnética no lado BC da espira. (1 pts)
- b) mostrar que o momento de dipolo magnético da espira vale $\vec{\mu} = -0,27\hat{i} - 0,36\hat{k} (\text{Am}^2)$; (1 pts)
- c) a energia potencial da espira no campo magnético; (0,5 pts)

Dados: $I = 2 \text{ A}$ $B = 0,5 \text{ T}$

Formulário: $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{\mu} = IA\hat{n}$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

Resp:
a) $0,54\hat{k} - 0,3\hat{j} (\text{N})$
c) $-0,135 \text{ J}$



16)P1-1ºsem11-(diurno)

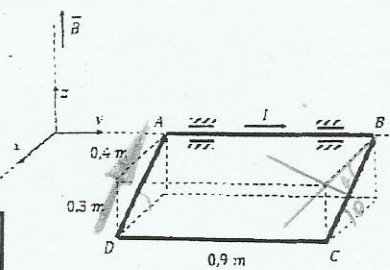
4. A espira retangular ABCD, percorrida pela corrente elétrica I , está imersa em uma região onde existe um campo magnético \vec{B} . A espira pode girar em torno do lado AB. Não considerar a ação do campo de gravidade local. Para a posição ilustrada, pedem-se:

- a) a força magnética no lado DA da espira. (0,5 pts)
- b) mostrar que o momento de dipolo magnético da espira vale $\vec{\mu} = -0,54\hat{i} - 0,72\hat{k} (\text{Am}^2)$; (1 pts)
- c) o torque magnético que atua sobre a espira; (0,5 pts)
- d) o sentido de movimento do vértice D da espira, supondo que a mesma seja liberada na posição ilustrada. (0,5 pts)

Dados: $I = 2 \text{ A}$ $B = 0,5 \text{ T}$

Formulário: $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{\mu} = IA\hat{n}$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

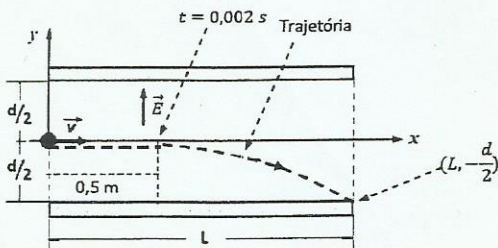
Resp:
a) $0,4\hat{j} (\text{N})$ c) $0,27 \text{ J(N.m)}$
d) olhando de +j no sentido ~~horário~~ ANTI-horário



17)P3-1ºsem11-(diurno)

1. Duas placas condutoras, de comprimento L e separadas por uma distância d , estão carregadas com cargas de mesmo módulo mas com sinais contrários. Na região entre as placas também existe um campo magnético de intensidade B . Sabe-se que uma carga elétrica q , quando lançada com velocidade v como mostra a figura abaixo, passa pela região sem sofrer desvios em sua trajetória.

- a) Determinar o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico na região. (1 pts)
- b) Numa situação em que a carga q é lançada da origem do sistema de eixos em $t = 0 \text{ s}$ e que o campo magnético é desligado $t = 0,002 \text{ s}$ após seu lançamento, represente a trajetória da carga na figura abaixo; (0,5 pts)
- c) Na situação descrita no item anterior, determinar a distância d supondo que a carga elétrica passaria pelo ponto de coordenadas $(x,y) = (L, \pm \frac{d}{2})$. (1 pts)



Resp:
a) $500 \hat{j} (\text{V/m})$ c) $1,8 \text{ m}$

$v = 250 \text{ m/s}$
 $B = 2 \text{ T}$
 $L = 1,45 \text{ m}$
 $m = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
 $q = -0,144 \text{ C}$

Campo magnético e Força magnética

Força magnética: - sobre condutores $F_{\text{mag}} = I \vec{L} \wedge \vec{B} = ILB \sin \theta$
- sobre cargas $F_{\text{mag}} = q \vec{v} \wedge \vec{B} = qvB \sin \theta$

Momento de Dipolo magnético: $\vec{\mu} = N \cdot I \cdot A \vec{n}$ (Am^2)

Torque magnético: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ (Nm)

Energia Potencial $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

o equilíbrio $\left\{ \begin{array}{l} \text{estável: } \theta = 0 \text{ } \mu \text{ e } \vec{B} \text{ alinhados} \\ \text{instável: } \theta = 180 \text{ } \mu \text{ e } \vec{B} \text{ sentidos contrários} \end{array} \right.$

Movimento circular $F = qvB \sin \theta$

$$F = ma = \frac{mv^2}{R}$$

$$qvB \sin \theta = \frac{mv^2}{R} \quad ; \quad R = \frac{mv}{qB}$$

Lei de Ampere

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{ent}}$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B \oint dl = \mu_0 I_{\text{ent}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$BL = \mu_0 I_{\text{ent}}$$

Campo magnético produzido por cargas

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \wedge \vec{r}}{r^2}$$

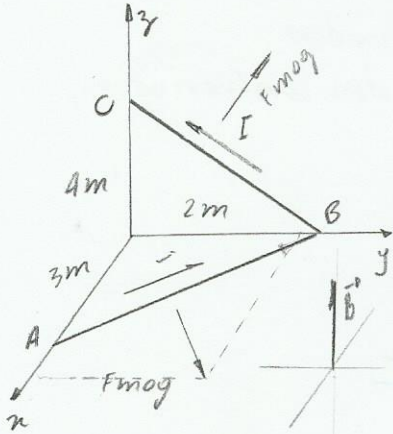
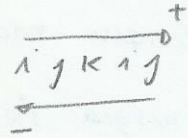
1) P1- 1º xmov - (noturno)

Dados: $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $U = 1500 \text{ V}$ $R = 0,12 \text{ m}$

$$F_{\text{mag}} = qv \times B = \frac{mv^2}{R} \rightarrow qB = \frac{mv}{R} \rightarrow v = \frac{qBR}{m}$$

2) P1- 2º xmov - noturno

Dados: $I = 5 \text{ A}$ $B = 0,4 \text{ T}$



(a)

$$\begin{aligned} F_{\text{mag}} &= I \vec{L} \times \vec{B} \\ &= ILB \sin \theta \\ &= 5 \cdot \sqrt{3^2 + 2^2} \cdot 0,4 \sin 90 \end{aligned}$$

$$\boxed{F_{\text{mag}} = 7,21 \text{ N}} \quad (\text{AB})$$

ou

$$F_{\text{mag}} = 5 \cdot (-3\vec{i} + 2\vec{j}) \wedge (0,4\vec{k})$$

$$= 5 \cdot (1,2\vec{j} + 0,8\vec{i}) \therefore \boxed{\vec{F}_{\text{mag}} = 4\vec{i} + 6\vec{j}} \quad (\text{AB})$$

No trecho BC

$$\vec{F}_{\text{mag}} = I \vec{L} \times \vec{B}$$

$$= 5 \cdot (-2\vec{j} + 4\vec{k}) \wedge (0,4\vec{k}) \therefore \boxed{\vec{F}_{\text{mag}} = -4\vec{i} \text{ (N)}} \quad (\text{BC})$$

(b) Resultante = $4\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{i}$

$$\boxed{F_r = 6\vec{j} \text{ (N)}}$$

3) P1- 1º xmov - (diurno)

Dados: $B = 0,4 \text{ T}$ $q = -6,25 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ $m = 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

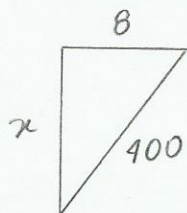
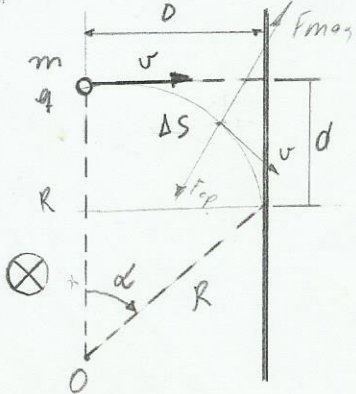
$v = 2 \text{ m/s}$ $D = 8 \text{ m}$

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{6,25 \cdot 10^{-4} \cdot 0,4} = 400$$

$$\therefore r = 399,92$$

$$\therefore d = 400 - 399,92$$

$$\boxed{d = 0,08 \text{ m}}$$



(c)

$$\sin \alpha = \frac{D}{R} \Rightarrow \alpha = \arcsin \left(\frac{0}{900} \right) \therefore \alpha = 0,01 \text{ rad}$$

$$\alpha = \frac{\text{comp}}{\text{valo}} \therefore \Delta \alpha = 8$$

$$v = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \therefore \Delta t = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow \boxed{t = 4 \text{ s}}$$

(d)

$$\cos \theta \quad q^* = 0,149 \therefore q^* = 2,6 \cdot 10^4$$

$$R = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{2,6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,149} \therefore R = 961,54$$

$$d = 961,54 - \sqrt{961,54^2 - 8^2} \therefore \boxed{d = 0,033 \text{ m}}$$

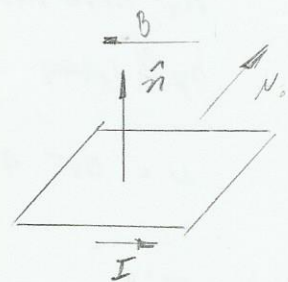
4) P1- 1º MM0B - (noturno)

(a) espira retangular: $0,05 \times 0,09 \text{ (m)}$

$$B = 0,2 \text{ T} \quad I = 6 \text{ A}$$

$$\vec{N} = I A N \hat{n} = 6 \cdot 0,05 \cdot 0,09 \cdot 1 \cdot \sin 90 \therefore N_0$$

$$\boxed{N = 0,027 \text{ Am}^2}$$



$$(b) \vec{\tau} = \mu_0 \times B$$

$$= 0,027 \cdot 0,2 \therefore \boxed{\vec{\tau} = 0,0054 \text{ Nm}}$$

$$(c) \vec{\tau} = \mu \times B = \mu \cdot B \sin 90$$

$$\vec{\tau} = I A N B$$

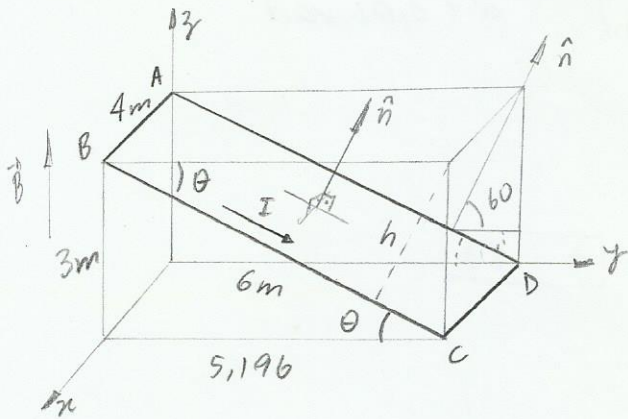
$$\vec{\tau} = 6 \cdot 6,23 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2$$

$$\therefore \boxed{\vec{\tau} = 0,0075 \text{ Nm}}$$

$$A_{\max} = \pi R^2 = \pi \cdot 0,094^2 = 6,23 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Perim} = 2\pi r = 0,20 \therefore r = 0,045$$

5) P1. 2º mmos - (diurno)



Dados: $a = AB = 4m$ $\theta = 30^\circ$

$b = BC = 6m$

$I = 0,15A$

$B = 0,8 \hat{x} + 0,5 \hat{z} (T)$

(a) $\vec{N} = IAN \hat{n}$
 $= 0,15 \cdot 4 \cdot 6 \cdot (0,866 \hat{j} + 0,5 \hat{k})$

$\hat{n} = \frac{5,196 \hat{j} + 3 \hat{k}}{\sqrt{5,196^2 + 3^2}} \Rightarrow \hat{n} = 0,866 \hat{j} + 0,5 \hat{k}$

$\vec{N} = 10,4 \hat{j} + 6 \hat{k}$

$h = 5,196 \sin 30 = 2,598$

$h_y = 1,299$ $h_z = 2,25$

$\hat{n} = \frac{1,299 \hat{j} + 2,25 \hat{k}}{\sqrt{1,299^2 + 2,25^2}} \Rightarrow \hat{n} = 0,5 \hat{j} + 0,866 \hat{k}$

$\vec{N} = 0,15 \cdot 4 \cdot 6 (0,5 \hat{j} + 0,866 \hat{k}) = 6 \hat{j} + 10,4 \hat{k}$



(b) $\vec{G} = \vec{N} \times \vec{B}$

$\vec{G} = (6 \hat{j} + 10,4 \hat{k}) \times (0,8 \hat{x} + 0,5 \hat{z})$

$\vec{G} = -4,8 \hat{x} + 3 \hat{y} + 8,32 \hat{z}$

$\vec{G} = 3 \hat{x} + 8,32 \hat{y} - 9,6 \hat{z}$

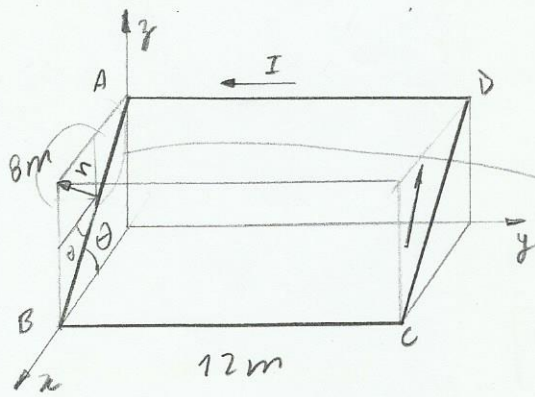
(c) $F_{mag} = IL \times B$

$= 0,15 [(5,196 \hat{j} - 3 \hat{k}) \times (0,8 \hat{x} + 0,5 \hat{z})]$

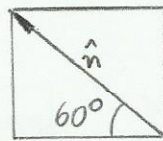
$= -2,08 \hat{x} + 1,3 \hat{y} - 1,12 \hat{z}$

$F_{mag} = 1,3 \hat{x} - 1,2 \hat{y} - 2,08 \hat{z} (N)$

6) P1-2º MM 05 - (noturno)



Dados: $I = 0,5 \text{ A}$
 $B = 0,15\hat{x} - 0,8\hat{y} \text{ T}$
 $\theta = 30^\circ$



$$\hat{n} = (\cos 60^\circ \hat{x} + \sin 60^\circ \hat{y})$$

(a) $\vec{S} = 0,5 \cdot 8 \cdot 12 \cdot (\cos 60^\circ \hat{x} + \sin 60^\circ \hat{y})$

$$\vec{S} = 24\hat{x} + 41,2\hat{y} \text{ (Am}^2\text{)}$$

(b) $\vec{C} = \mu \times B$

$$\vec{C} = (24\hat{x} + 41,2\hat{y}) \times (0,15\hat{x} - 0,8\hat{y})$$

$$\vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 24 & 0 & 41,2 \\ 0,15 & -0,8 & 0 \end{vmatrix} = 33\hat{x} + 20,6\hat{y} - 19,2\hat{z}$$

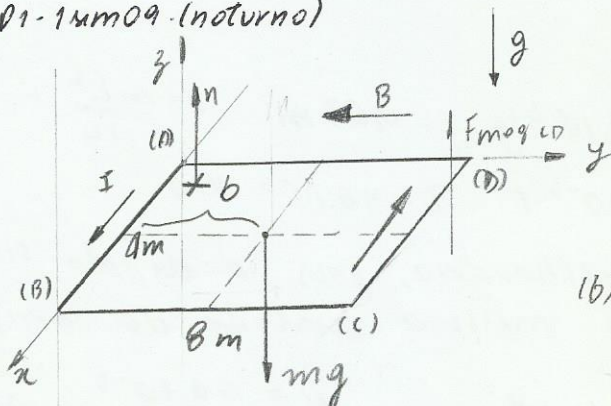
(c) $F_{\text{mag}} = I L \times B$

$$= 0,5 \cdot (-6,93\hat{x} + 4\hat{y}) \times (0,15\hat{x} - 0,8\hat{y})$$

$$L \times B = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -6,93 & 0 & 4 \\ 0,15 & -0,8 & 0 \end{vmatrix} = 3,2\hat{x} + 2\hat{y} + 5,544\hat{z}$$

$$F_{\text{mag}} = 1,6\hat{x} + \hat{y} + 2,78\hat{z} \text{ (N)}$$

7) P1-1º MM 09 - (noturno)



Dados: $I = 6 \text{ A}$ $B = 0,2 \text{ T}$

(a) $F_{\text{mag}} = I L \times B$
 $= 6(-4\hat{x} \times -0,2\hat{y})$
 $= 4,8\hat{z} \text{ N}$

(b) $\mu = I \cdot A \cdot \hat{n}$
 $N = 6 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \hat{k}$
 $N = 192\hat{k} \text{ N}$

$$(c) \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{B}$$

$$= 192 \text{ K} \times 0,2 \text{ (j)} = \boxed{38,4 \hat{j} \text{ Nm}}$$

$$(d) \tau_{\text{mag}} = \tau_{\text{pico}}$$

$$36,4 = mg \cdot d$$

$$\therefore m = \frac{36,4}{4 \cdot 10} = \boxed{m = 0,96 \text{ Kg}}$$

9) (P1-2^a MM09)

$$q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad d = 2,25 \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad \sigma = 3,50 \cdot 10^{-9} \quad \vec{B} = 0,05 \text{ T } (\hat{k})$$

$$(a) \vec{\tau} = \vec{v} \times \vec{F}$$

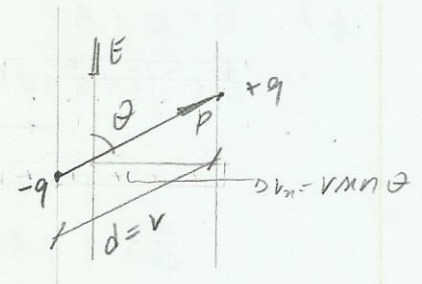
$$= \vec{v} \times (q(E\hat{j} + \vec{v} \times B\hat{k}))$$

$$= \vec{v} \times [q(E - vB)\hat{j}]$$

$$= vq(E - vB) \sin\theta \hat{k}$$

$$= p(E - vB) \sin\theta \hat{k}$$

$$\therefore \tau = p(E - vB) \sin\theta$$



(b) A orientação do dipolo não é alterada, quando o $\tau = 0$ todos:

$$\tau = 0$$

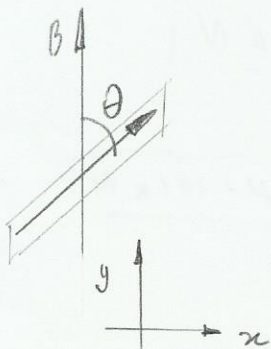
$$0 = v(E - vB) \sin\theta \quad \therefore v = \frac{E}{B}$$

$$v = \frac{\sigma}{\epsilon_0 B} = \frac{3,50 \cdot 10^{-9}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05} = \boxed{v = 7910 \text{ m/s}}$$

11) P1-1^a MM10 - diurno

$$m = 50,0 \text{ mg} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \quad L = 0,03 \text{ m} \quad I = \frac{mL^2}{12}$$

$$\theta_0 = 50^\circ \quad B = 35 \cdot 10^{-6} \text{ T} \quad \tau = 58 \cdot 10^{-6} \text{ Nm}$$



(a) sentido anti-horário, pois o dipolo tende a sempre ao mesmo sentido do campo

$$(b) U = ? \quad \tau = \mu \times B \quad N = \frac{58 \cdot 10^{-6}}{35 \cdot 10^{-6}} = \mu = 1,66$$

$$\tau = \mu \cdot B \cdot \sin\theta \quad 35 \cdot 10^{-6} \sin 50$$

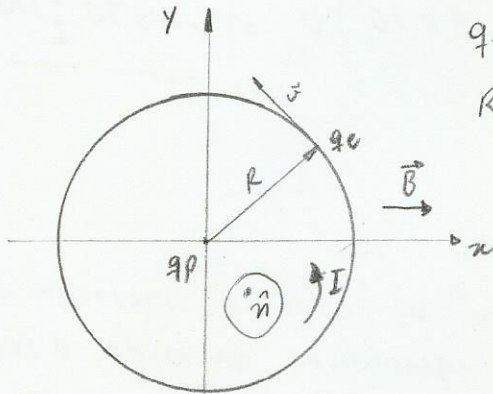
$$\vec{U} = \vec{v} \cdot \vec{B}$$

$$U = v \cdot B \cos \theta = 2,16 \cdot 35 \cdot 10^{-6} \cos 50 \quad \therefore U = -48,67 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$c) \quad \vec{\tau} = I \vec{A}$$

$$58 \cdot 10^{-6} = \frac{50 \cdot 10^{-6} \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2}{12} \cdot \omega \quad \therefore \omega = 1,55 \cdot 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

12-) p1. 1º x m x 10 - (noturno)



$$q_e = -e = -1,60 \cdot 10^{-19} \quad m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$R = 52,9 \text{ pm} = 52,9 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad v = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

a) $I = ?$

$$v = \frac{\Delta s}{T} = \frac{2\pi R}{T} \quad I = \frac{Q}{T}$$

$$T = \frac{2\pi R v}{v} = \frac{Q}{I} \quad \therefore I = \frac{q v}{2\pi R} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 2,19 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 52,9 \cdot 10^{-12}} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$F_{\text{mag}} = I L B = q v B$$

$$I = \frac{q v}{2\pi R} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

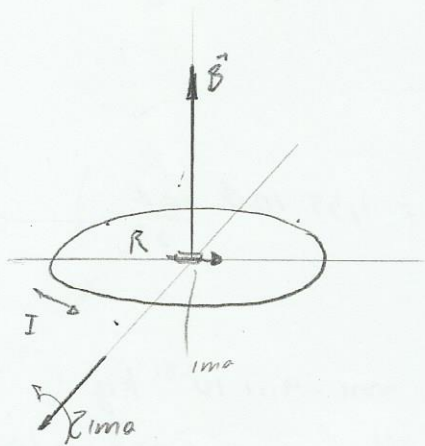
$$(b) \quad \vec{\mu} = N I A$$

$$\vec{\mu} = 1,05 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (52,9 \cdot 10^{-12})^2 \quad \mu = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ e Am}^2$$

$$(c) \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$= \mu \cdot B \cdot (\vec{k} \cdot \vec{i}) = \mu \cdot B (-\vec{j}) \quad \therefore \text{Sentido horário, adndor do eixo y}$$

14) P3-2ºmm10- (noturno)



Dados: $R=0,5\text{m}$ $I=10\text{A}$ $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\frac{\text{Tm}}{\text{A}}$
 $\vec{m}^0=0,82\vec{j}(\text{Am}^2)$

$$\vec{B}^0 = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10}{2\cdot 0,15} = 4\pi\cdot 10^{-6}\vec{k}$$

$$\vec{\tau} = 0,82\vec{j}\cdot 4\pi\cdot 10^{-6}\vec{k} = \boxed{1,0370\cdot 10^{-5}\vec{i}(\text{Nm})}$$

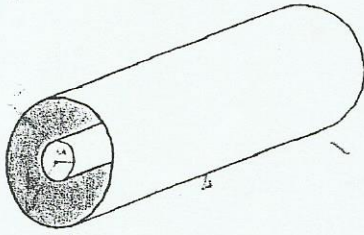
b) $U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} = -\mu\cdot B\cdot \cos\theta$
 $= -0,82\text{J}\cdot 4\pi\cdot 10^{-6}\text{K} = 0$

c) e d) Em torno do eixo x , pois tenderá a estar na mesma direção do \vec{B}^0 . Portanto, ele estará em equilíbrio quando o torque for 0, e etc.

Exercícios Provas- Capítulo 22

1) P1- 1ºsem10 –diurno

4. Um cilindro condutor de raio $a = 2,50$ cm e comprimento $L = 1,50$ m está eletrizado com carga $Q = 45,0$ μ C e envolto por uma casca cilíndrica coaxial, condutora e eletricamente neutra de raio externo $b = 4,50$ cm, espessura $\delta = 0,20$ mm e comprimento $L = 1,50$ m, como mostra a figura.

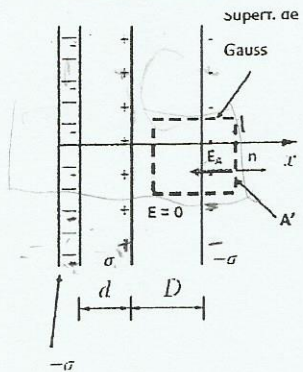


- Calcule a densidade superficial de carga na face externa da casca cilíndrica. (1,0 pt.)
- Determine o módulo do campo elétrico a uma distância $r = 5,00$ cm do eixo do cilindro. Indique claramente, na figura, a superfície gaussiana e os vetores normais usados no cálculo bem como todos os vetores campo elétrico necessários. (1,0 pt.)

Resp:
a) $1,06 \times 10^{-4}$ C/m²
b) $1,08 \times 10^7$ N/C

2) P1- 1ºsem10 –noturno

4. Uma chapa isolante muito fina de área $A = 1,50$ m² está separada por uma distância $d = 1,00$ mm de um bloco metálico de espessura $D = 2,50$ mm. A chapa está eletrizada com carga total $Q = -25,0$ μ C e o bloco é eletricamente neutro.

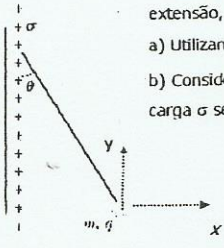


- Calcule a densidade de carga elétrica σ em cada superfície vertical do bloco metálico. (1,0 pt.)
- Determine o campo elétrico \vec{E} no ponto A da figura. Indique claramente, na figura, as superfícies gaussianas e os vetores normais usados no cálculo bem como todos os vetores campo elétrico necessários. (1,0 pt.)

Resp:
a) $16,7 \times 10^{-6}$ C/m²
b) $E = -1,89 \times 10^6$ N/C

3) P3- 1ºsem10 –diurno

1- Na figura ao lado, uma pequena esfera não-condutora de massa m e carga q_0 (distribuída uniformemente em todo volume) está pendurada em um fio isolante que faz um ângulo θ com uma placa vertical de grande extensão, não-condutora, uniformemente carregada com a densidade superficial σ .



- Utilizando a Lei de Gauss, mostre que $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n}$, sendo \vec{n} um vetor unitário normal à placa; (1,0 pto)
- Considerando a força gravitacional a que a esfera está submetida, calcule a densidade superficial de carga σ se $\theta = 30,0^\circ$, $m = 1,00$ g e $q_0 = 40,0$ nC. Adotar $g = 10$ m/s². (1,5 pto)

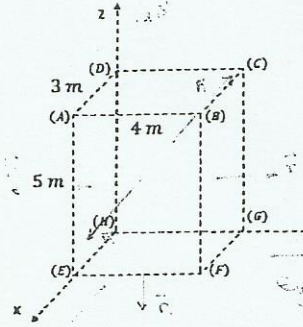
Resp:
b) $2,5 \times 10^{-6}$ C/m²

4) P1- 2ºsem10 –diurno

2. A superfície do paralelepípedo mostrada está imersa em região de campo elétrico representado por $\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$.

- Calcular o fluxo elétrico nas faces indicadas na tabela; (2 pto)
- Determinar a carga elétrica interna à superfície do paralelepípedo. (0,5 pto)

Formulário: $\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dA = q_{int}/\epsilon_0$



Dados: $E_x = 100 \frac{N}{C}$, $E_y = 200 \frac{N}{C}$
 $AD = 3$ m, $AB = 4$ m, $AE = 5$ m
 $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2$

Resp: a)

$\Phi_{ABCD} = 0$	$\Phi_{DCGH} = 2000 \frac{N}{C} m^2$
$\Phi_{CBFG} = 3000 \frac{N}{C} m^2$	$\Phi_{ADHE} = -3000 \frac{N}{C} m^2$
b) zero	

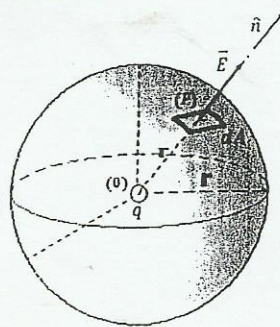
5) P1- 2ºsem10 –noturno

2. Uma carga puntiforme q está fixa no centro de uma superfície esférica de raio r .

- Mostre por meio da lei de ~~Coulomb~~ ^{Gauss} que o fluxo elétrico que atravessa a superfície esférica é $\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} q$. (1 pto)
- Se o raio r for duplicado, qual será o novo fluxo? Explique. (0,5 pto)
- Determinar o fluxo elétrico somente em um hemisfério.

Suponha $q = 17,7 \cdot 10^{-12}$ C e $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C²/N·m². (1 pto)

Formulário: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$ $\Phi = \oint \vec{E} \cdot \hat{n} dA$



Resp:
b) o mesmo
c) 1 NC/m²

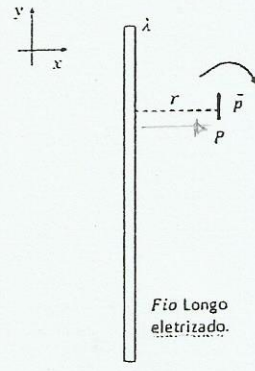
6) P3- 2ºsem10 –diurno

1. Um fio longo está eletrizado uniformemente com densidade de carga λ . Um dipolo elétrico de momento de dipolo \vec{p} está em um ponto P situado a uma distância r do fio (ver figura). Pedem-se:

- a) o torque sobre o dipolo; (1 pto)
- b) a energia potencial do dipolo; (0,5 pto)
- c) o sentido em que girará o dipolo se for liberado. Justificar a resposta. (0,5 pto)
- d) a posição do dipolo que garante um equilíbrio instável. (0,5 pto)

Dados: $\lambda = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}$ $r = 6 \text{ m}$ $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} = 18 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ $p = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Cm}$

Formulário: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ $\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \hat{n}$



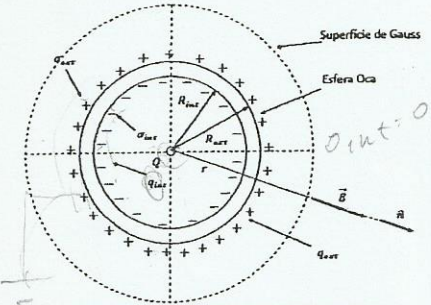
Resp:
a)-0,12K n.m
b)zero
c)horário
d)na direção de -i

7) P1-1ºsem11 –diurno

2. Uma carga positiva Q é colocada no centro da cavidade de uma esfera oca e condutora de raio interno R_{int} e raio externo R_{ext} .

- a) Quais são as densidades σ_{int} e σ_{ext} de carga elétrica (magnitud e sinal) nas superfícies interna e externa da esfera, respectivamente? Justifique. (1,0 pt)
- b) Use a lei de Gauss para determinar o campo elétrico \vec{E} na região $r > R_{ext}$. Indique claramente a superfície de integração e a orientação do vetor normal utilizados. (1,0 pt)
- c) Se um fio condutor conectar a superfície externa da esfera à Terra, determine as densidades σ_{int} e σ_{ext} de carga elétrica (magnitud e sinal) nas superfícies interna e externa da esfera, respectivamente. Justifique. (0,5 pt)

Formulário: $\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dA = q_{int}/\epsilon_0$ $\sigma = q/A$ $A_{esfera} = 4\pi r^2$



Resp:
a) $\sigma_{int} = -\frac{Q}{4\pi R_{int}^2}$ b) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$ c) $\sigma_{int} = -\frac{Q}{4\pi R_{int}^2}$
 $\sigma_{ext} = +\frac{Q}{4\pi R_{ext}^2}$ $\sigma_{ext} = 0$

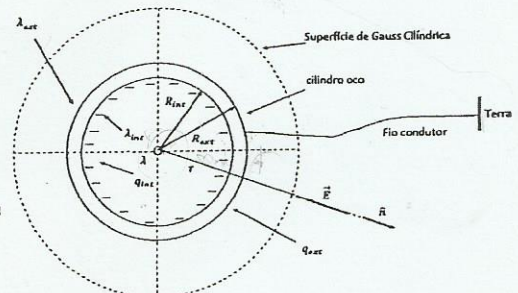
8) P1-1ºsem11 –noturno

2. O eixo da cavidade de um longo cilindro oco e condutor de raio interno R_{int} e raio externo R_{ext} é eletrizado com densidade linear de carga $\lambda > 0$. A superfície externa do cilindro está ligada à Terra por um fio condutor.

- a) Determine a carga por unidade de comprimento λ_{int} e λ_{ext} (magnitud e sinal) nas superfícies interna e externa do cilindro, respectivamente. Justifique. (1,0 pt)
- b) Use a lei de Gauss para determinar o campo elétrico \vec{E} na região $r > R_{ext}$. Indique claramente a superfície de integração e a orientação do vetor normal utilizados. (1,0 pt)
- c) Se o fio condutor for removido e, em seguida, o eixo eletrizado também for removido, quais serão a carga por unidade de comprimento λ_{int} e λ_{ext} (magnitud e sinal) nas superfícies interna e externa do cilindro, respectivamente? Justifique. (0,5 pt)

Formulário: $\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dA = q_{int}/\epsilon_0$ $q = \lambda \ell = 2\pi r \ell \sigma$

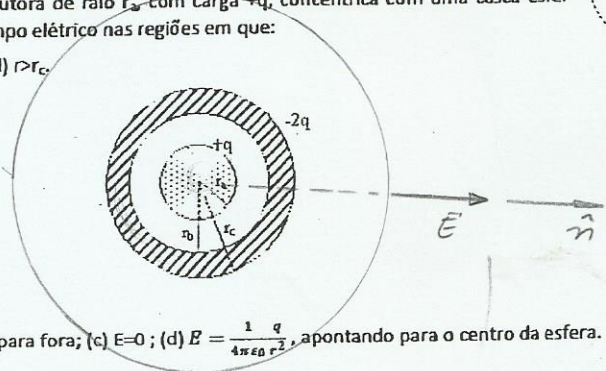
Resp:
a) $\lambda_{int} = -\lambda$
 $\lambda_{ext} = -0$
b) $E = 0$
c) $\lambda_{int} = 0$ $\lambda_{ext} = -\lambda$



9) Lista Complementar

1- A figura mostra uma esfera condutora de raio r_a com carga $+q$, concêntrica com uma casca esférica de raios r_b e r_c e carga $-2q$. Calcule o campo elétrico nas regiões em que:

- (a) $r < r_a$; (b) $r_a < r < r_b$; (c) $r_b < r < r_c$; (d) $r > r_c$.



Respostas:

(a) $E=0$; (b) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$, apontando para fora; (c) $E=0$; (d) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$, apontando para o centro da esfera.

10) Lista Complementar

2- Um elétron é projetado diretamente sobre o centro de uma grande placa metálica, carregada negativamente com uma densidade superficial de carga $\sigma = 2 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$. Sabendo-se que a energia cinética inicial do elétron é de 100 eV e que ele pára (devido a repulsão eletrostática) imediatamente antes de alcançar a placa, a que distância da placa ele foi lançado?

Dados: $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$

Resp: 0,442mm

Capítulo 22 - Lei de Gauss

Fluxo elétrico: $\oint \vec{E} \cdot \vec{n} dA$

Lei de Gauss: $\oint \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

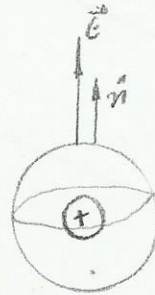
Em uma carga pontiforme

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\oint E \cos 0 dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E \int dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow EA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q_{int}}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$



Em uma linha infinita

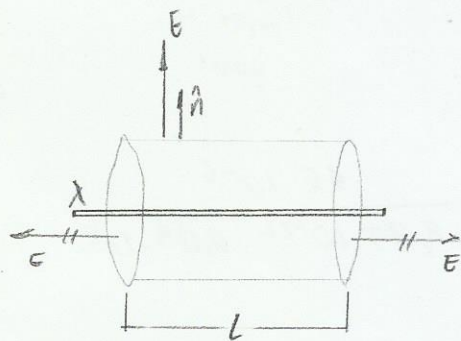
$$\int \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\int E \cos 0 dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}; A = 2\pi r L$$

$$E = \frac{Q_{int}}{2\pi r L \epsilon_0}; \lambda = \frac{Q}{L}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\pi \epsilon_0}$$



Em um plano infinito

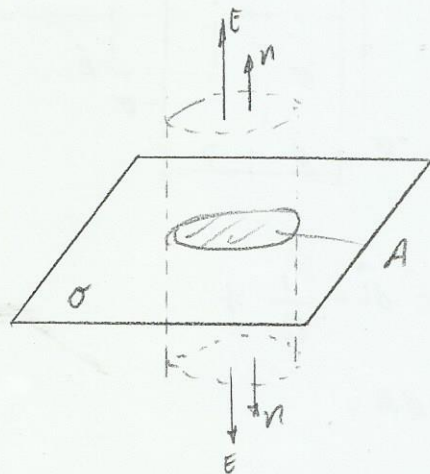
$$\int \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\int E \cos 0 dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 2A = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}; A = \pi r^2$$

$$E = \frac{Q_{int}}{2A \epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

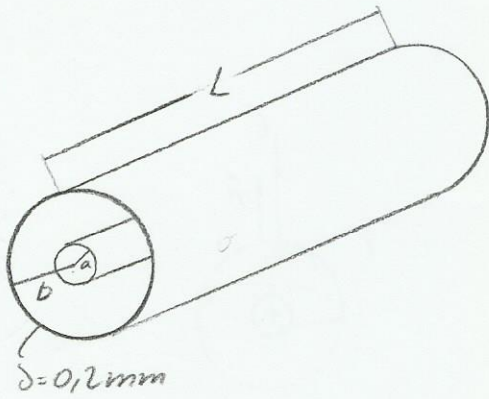
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



Exercícios de Prova - Capítulo 22

1) P1-1º MM10 - diurno

$L = 1,150 \text{ m}$
 $a = 2,5 \text{ cm}$
 $b = 4,15 \text{ cm}$
 $Q = 45 \mu\text{C}$

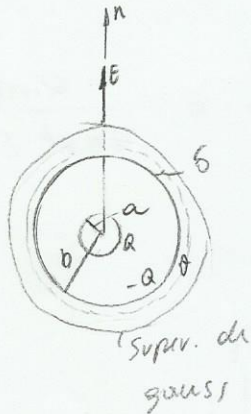


1a) $\sigma = ?$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{45 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 0,0415 \cdot 1,15}$$

$$\therefore \sigma = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

b)



$$\int E \cdot dA = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot \underbrace{2\pi r l}_{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

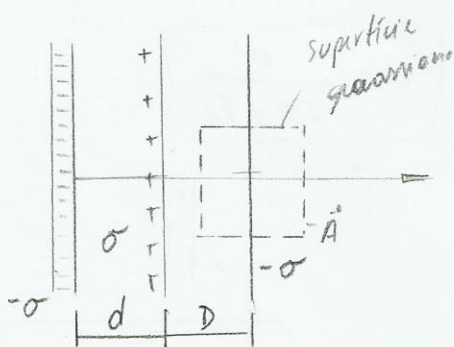
$$EA = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 2\pi r l = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q_{\text{int}}}{2\pi \epsilon_0 r l}$$

$$E = \frac{45 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,0415 \cdot 1,15}$$

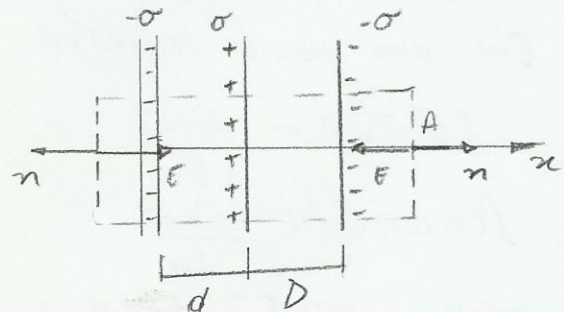
$$\therefore E = 1,08 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

2) P1-1º MM10 - noturno



a) $\sigma = \frac{25 \cdot 10^{-6}}{1,15} \therefore \sigma = 16,67 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$

b)

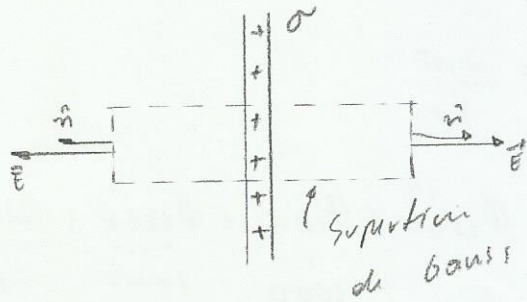
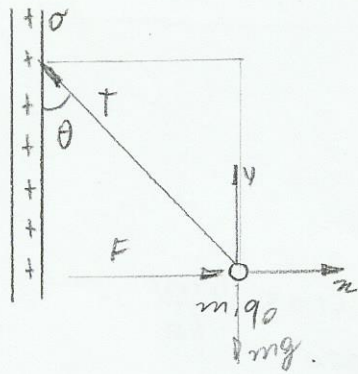


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

$$E \cdot DA =$$

3) P3 - 1° x m 10 - diurno

a) Montrer a l'aide de Gauss



$$\int \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{1}{\epsilon_0} q ; q = \sigma A$$

$$2EA = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sigma \cdot A \quad \therefore E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

b) $F = T \sin \theta ; F = q \cdot E$

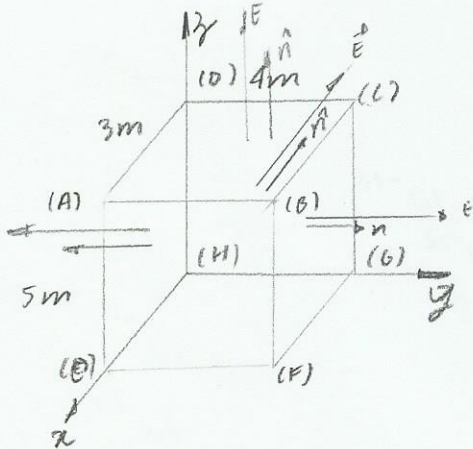
$$mg = T \cos \theta$$

$$q \cdot E = T \sin \theta \quad \rightarrow \quad \tan \theta = \frac{q \cdot E}{mg}$$

$$\tan \theta = \frac{q \cdot \sigma}{2\epsilon_0 \cdot mg} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{2\epsilon_0 \cdot m \cdot g \cdot \tan \theta}{q}$$

$$\sigma = \frac{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot \tan 30}{40 \cdot 10^{-9}} \quad \therefore \sigma = 2,55 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

4) P1 - 2° x m 10 - diurno



$$\vec{E} = 100\vec{i} + 200\vec{j}$$

$$\int \vec{E} \cdot \vec{n} dA$$

$$\int (100\vec{i} + 200\vec{j}) \cdot \vec{k} dA$$

$$\int 0 dA = 0 \quad \therefore \Phi_{ABCD} = 0$$

$$\Phi_{CDGH} = \int (100\vec{i} + 200\vec{j}) \cdot (-\vec{i}) dA$$

$$= -100A = -100 \cdot 4,5 \quad \therefore \Phi_{CDGH} = -2000 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$

$$\Phi_{CBFG} = \int (100\vec{i} + 200\vec{j}) \cdot (\vec{j}) dA$$

$$= 200 \cdot 3,5 \quad \therefore \Phi_{CBFG} = 3000 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$

$$\Phi_{ADHE} = \int (100\hat{i} + 200\hat{j}) \cdot (-\hat{j}) dA$$

$$= -200 \cdot 3.5 = -3000$$

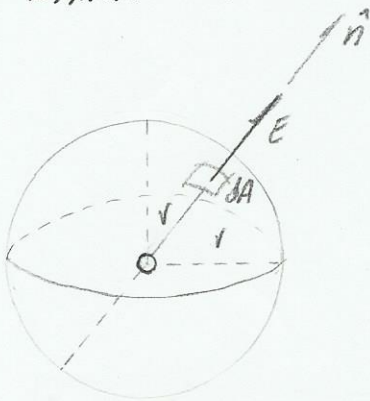
$$\Phi_{ADHE} = -3000 \frac{N \cdot m^2}{C}$$

b) $\sum \Phi = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

$$\Phi_{ABCD} + \Phi_{EFGH} + \underbrace{\Phi_{CDHG}}_{-2000} + \underbrace{\Phi_{ABEF}}_{2000} + \underbrace{\Phi_{ADEH}}_{-3000} + \underbrace{\Phi_{BCHF}}_{3000} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$\therefore \Phi = 0$ (zero)

5) $\rho = 2 \text{ nC/m}^3$ - noturno



(a)

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot \hat{n} dA$$

$$= \int E \hat{n} \cdot \hat{n} dA$$

$$= EA$$

$$= \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 \quad \therefore \Phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

(b) O fluxo não é o mesmo, pois o fluxo depende apenas da carga, e a proximidade do vácuo.

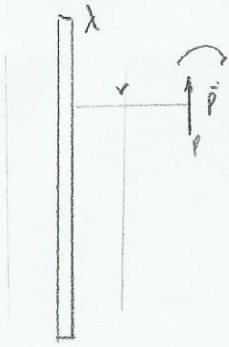
(c) $\Phi = \int \vec{E} \cdot \hat{n} dA$

$$= \int E \hat{n} \cdot \hat{n} dA$$

$$= E \cdot A = \frac{q}{2 \cdot 4\pi r^2 \epsilon_0} \cdot \frac{4\pi r^2}{2} = \frac{17,7 \cdot 10^{-12}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2}$$

$\therefore \Phi = 1 \text{ NClm}^2$

6) P3 - 2º MM10 - diurno



Dados:

$$\lambda = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C/m} \quad v = 6 \text{ m} \quad \rho = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}$$

$$\frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} = \frac{18 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2}{\text{C}^2}$$

(a) $\vec{B} = ?$

$$\vec{B} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\vec{B} = \rho \cdot E \cdot \sin 90$$

$$\vec{B} = \frac{4 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6} \quad \therefore \vec{B} = -0,12 \text{ T (N.m)}$$

(b) $U = ?$

$$U = \rho \cdot E$$

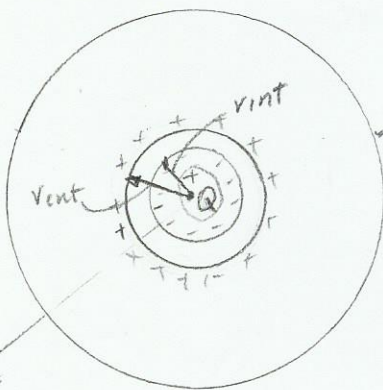
$$U = \rho \cdot E \cos 90^\circ \quad \therefore U = 0$$

(c) Sentido horário, pois ele tenderá a alinhar com o campo, e podemos comprovar isso com a regra da mão direita

(d) Para que o dipolo garanta um equilíbrio instável, ele deve formar um ângulo de 180° com o campo elétrico, como o campo está na direção i , o dipolo deve ficar na direção $-i$.

7) P1 - 1º MM11 - diurno

(a)



$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \sigma_{int} = \frac{q_{int}}{4\pi r_{int}^2}$$

superfície de Gauss

$$\sigma_{int} = \frac{-Q}{4\pi r_{int}^2}$$

$$\sigma_{ext} = \frac{q_{ext}}{4\pi r_{ext}^2} = \frac{+Q}{4\pi r_{ext}^2}$$

$$(b) \int \vec{E} \cdot \hat{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$\int E \cdot \hat{n} \cdot \hat{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$E \int dA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$E \cdot A = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$A = 4\pi r^2$$

$$E = \frac{Q_{int}}{4\pi r^2 \cdot \epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \cdot \epsilon_0}$$

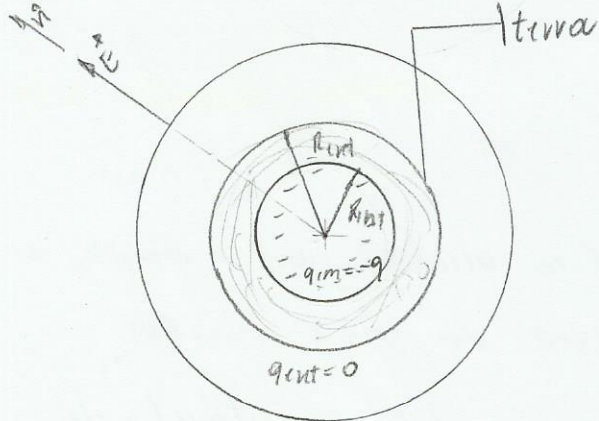
$$Q_{int} = +q - q + q = +q$$

(c) Ao conectar um fio condutor a superfície interna da esfera à terra, a sua carga será neutralizada pela carga que vem do terra. Porém a carga interna não é mesmo, isso não é ainda induzida pela carga que fica no centro da esfera

$$q_{ext} = 0 \rightarrow \sigma_{int} = \frac{0}{4\pi r_{int}^2} = 0$$

$$q_{int} = -Q \rightarrow \sigma_{int} = \frac{-Q}{4\pi r_{int}^2}$$

8) P1. 1º xmn noturno



(a)

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

$$\lambda_{int} = \frac{q_{int}}{L} = -\frac{q}{L} = -\lambda$$

$$\lambda_{ext} = 0$$

$$b) \int \vec{E} \cdot \vec{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$\int E \vec{n} \cdot \vec{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$E \int dA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$E \cdot A = Q_{int} / \epsilon_0 ; A = 2\pi r L$$

$$E = \frac{q_{int}}{2\pi r L \cdot \epsilon_0}$$

Quando $r > r_{ext}$

$$q = q - q = 0$$

$$\therefore E = \frac{0}{2\pi r L \cdot \epsilon_0} = 0$$

c) Ao remover o fio condutor, temos $\lambda_{ext} =$

I don't understand

9) Lista complementantur

10)

$$\int \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q_{int}}{4\pi r^2 \epsilon_0} = 0$$

$$\int \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot A = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

(b) $r_a < r < r_b$

(c) $r_b < r < r_c$

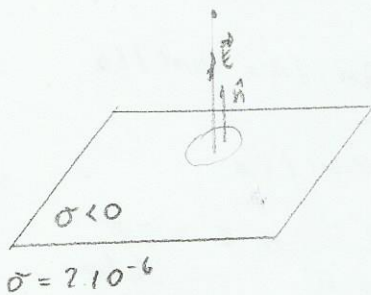
(d) $r > r_c$

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$E = \frac{0}{4\pi r^2 \epsilon_0} = 0$$

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

10)



$$v = 1,6 \cdot 10^{-7} = \frac{mv^2}{2}$$

$$F = ma = q \cdot E$$

$$\therefore v = 5,926 \cdot 10^6$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow Q = A\sigma = \sigma \cdot \pi r^2$$

$$E = \frac{\sigma \pi r^2}{\pi r^2 \epsilon_0} \rightarrow E = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = 2,26 \cdot 10^5$$

$$\int \vec{E} \cdot \hat{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$\int \vec{E} \cdot \hat{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$EA = Q_{int} / \epsilon_0$$

$$E = \frac{Q_{int}}{\pi r^2 \epsilon_0}$$

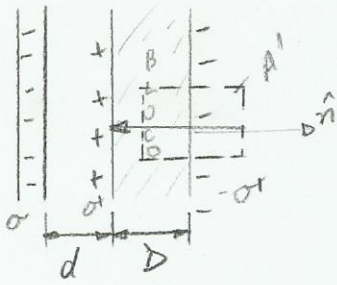
$$a = \frac{qE}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,26 \cdot 10^5}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 3,97 \cdot 10^{16}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta s$$

$$(5,926 \cdot 10^6)^2 = 2 \cdot 3,97 \cdot 10^{16} \Delta s$$

$$\Delta s = 0,442 \text{ mm}$$

P1-1x1m10-noturno



a) $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{25 \cdot 10^{-6}}{15} \therefore \sigma = 16167 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m}$

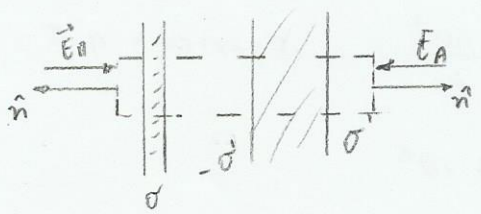
b)

$\int \vec{E} \cdot \vec{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$ $Q_{int} = -q$

$\int E \vec{n} \cdot \vec{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$

$-EA = Q_{int} / \epsilon_0 \rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 A} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

Como o bloco dielectricamente, $\epsilon_A = \epsilon_B$



$\int \sum \vec{E} \cdot \vec{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$

$\int -E \vec{n} \cdot \vec{n} - E \vec{n} \cdot \vec{n} dA = Q_{int} / \epsilon_0$

$-2EA = Q_{int} / \epsilon_0$

$E = \frac{-q}{\epsilon_0 \cdot 2 \cdot A} \Rightarrow E = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0}$

$Q_{int} = q - q + q = q$

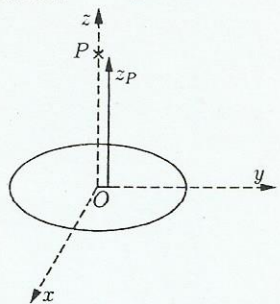
$\therefore E = \frac{-16167 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}$

$\therefore E = -9,918 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$

Capítulo 23- Potencial



1) (P2-1ºsem 1-noturno) Um disco de raio R com densidade superficial σ de carga uniforme está sobre o plano xy como mostra a figura. Um elétron de carga $q_0 = -e$ e massa m é liberado do infinito, onde o potencial é nulo. O ponto P está sobre o eixo do disco (eixo oz) na coordenada $z = z_p$.

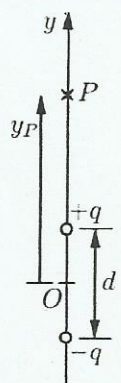


- a) Mostre que o trabalho realizado pela força elétrica sobre o elétron desde o infinito até o ponto P vale $W_{\infty \rightarrow P} = 145 \times 10^{-21} \text{ J}$. (1,0 pt)
- b) Qual é a velocidade do elétron ao passar pelo ponto P? (1,0 pt) (5,63.105 m/s)
- c) Determine o componente do campo elétrico E_z do disco sobre o eixo. (0,5 pt) (3,62 V/m)

Dados: $\sigma = 160 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2$, $R = 0,200 \text{ m}$ $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$,
 $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $z_p = 0,150 \text{ m}$, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

Formulário: $V(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z)$, $W_{a \rightarrow b} = q_0(V_a - V_b) = -(U_b - U_a)$,
 $K = \frac{mv^2}{2}$, $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$

2) (P2-1ºsem 11-diurno) Um dipolo elétrico é constituído pelas cargas elétricas +q e -q separadas pela distância d como mostra a figura. Um elétron de carga $q_0 = -e$ e massa m é liberado do infinito, onde o potencial é nulo. O ponto P está sobre o eixo do dipolo (eixo oy) na coordenada $y = y_p$.

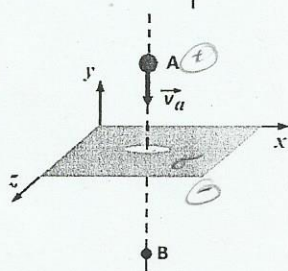


- a) Mostre que o potencial elétrico do dipolo elétrico em um ponto sobre o eixo oy é dado por $V(y) = \frac{qd}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{y^2 - d^2/4}$ se $|y| > d$ (1,0 pt)
- b) Qual é a velocidade do elétron ao passar pelo ponto P? (1,0 pt) (6,64.10⁴ m/s)
- c) Determine o componente do campo elétrico E_y do dipolo em um ponto sobre o eixo oy, para $|y| > d$. (0,5 pt) (0,146 N/C)

Dados: $q = 320 \times 10^{-15} \text{ C}$, $d = 0,150 \text{ m}$ $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$,
 $y_p = 0,200 \text{ m}$, $1/4\pi\epsilon_0 \approx 9 \times 10^9 \text{ m/F}$

Formulário: $V_{\text{ponto}}^{\text{carga}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$, $W_{a \rightarrow b} = q_0(V_a - V_b) = -(U_b - U_a)$, $K = \frac{mv^2}{2}$, $E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$

3) (P3-1ºsem 11-diurno) O plano mostrado na figura está carregado com densidade superficial de cargas σ e possui, em seu centro, um pequeno orifício que em nada altera o campo elétrico criado pelas cargas contidas no plano (ou seja, para o cálculo do campo elétrico o plano pode ser considerado contínuo e com cargas uniformemente distribuídas por todo ele). Uma carga elétrica q em velocidade de módulo v ao passar pelo ponto A da figura, cuja coordenada é y_A . Considere nulo o potencial no plano e despreze os efeitos da gravidade.



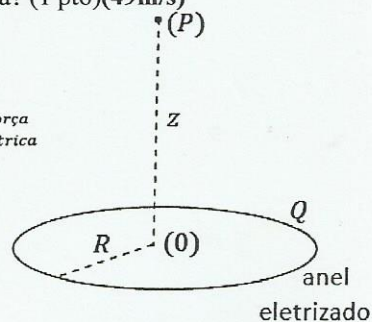
- a) a velocidade da carga q ao passar pelo orifício; (1,5 pts) (81,74 m/s)
- b) a coordenada y_B em que a velocidade da carga elétrica se anula. (1 pt) (-154 m)

4) (P2-2ºsem 10-diurno) Um anel de raio R, mantido fixo, está eletrizado com uma carga elétrica distribuída uniformemente ao longo de sua circunferência. Considere zero o potencial elétrico a uma distância infinita do anel e ignore a ação do campo de gravidade.

- a) Qual é o trabalho necessário para deslocar uma minúscula bola de massa eletrizada com carga elétrica de um ponto muito distante até o centro do anel? (1 pt) (2,4 J)
- b) O resultado obtido no item (a) seria alterado se a bola não percorresse uma trajetória ao longo do eixo do anel? Explique. (0,5 pt) (o trabalho é conservativo, portanto independe da trajetória)
- c) Se a bola for liberada ligeiramente deslocada do centro do anel, qual velocidade máxima ela atingirá? (1 pt) (49 m/s)

Dados: $Q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $R = 0,12 \text{ m}$ $q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

Formulário: $W_{\text{força elétrica}} = -q\Delta V$ $W_{\text{força resultante}} = \Delta E_{\text{cinética}}$ $V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2 + z^2}}$ $W_{\text{operador}} = -W_{\text{força elétrica}}$

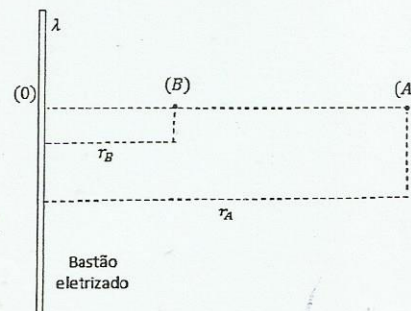


5) (P2-2ºsem 10-noturno) Um bastão longo, mantido fixo, está eletrizado uniformemente com uma densidade de carga elétrica λ . Não considerar a ação do campo de gravidade.

- a) Qual é o trabalho necessário para deslocar uma minúscula bola de massa eletrizada com carga elétrica do ponto A até o ponto B? (1 pt) (0,712 J)
- b) O resultado obtido no item (a) seria alterado se a bola não percorresse uma trajetória normal ao fio? Explique. (0,5 pt) (o trabalho é conservativo, portanto independe da trajetória)
- c) Se a bola for abandonada em repouso no ponto B, qual velocidade terá ao atingir o ponto A? (1 pt) (26,7 m/s)

Dados: $\lambda = 9 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $r_B = 0,12 \text{ m}$ $r_A = 0,36 \text{ m}$ $q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} = 18 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

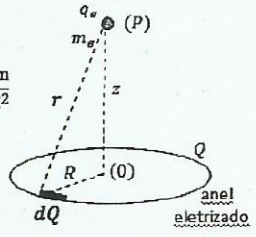
Formulário: $W_{\text{força elétrica}} = -q\Delta V$ $W_{\text{força resultante}} = \Delta E_{\text{cinética}}$ $V_B - V_A = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{r_B}{r_A} \right]$



6)(P3-2ºsem10-noturno) Um anel de raio R , mantido fixo, está eletrizado com uma carga elétrica distribuída uniformemente ao longo de sua circunferência. Um elétron de massa m_e e carga elétrica q_e , é abandonado no ponto da figura abaixo. Considere zero o potencial elétrico a uma distância infinita do anel e ignore a ação do campo de gravidade. Pedem-se:

- a) mostrar que o potencial elétrico produzido pelo anel sobre o eixo é dado por $V(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}}$; (1 pts)
- b) a velocidade com que o elétron atinge o centro do anel; (1 pts) (50,3.10⁶ m/s)
- c) o campo elétrico produzido pelo anel no seu centro. Justificar a resposta. (0,5 pts)(zero)

Dados: $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $R = 3 \text{ m}$ $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $z = 4 \text{ m}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}}{\text{C}^2}$

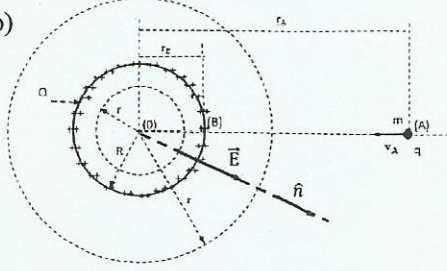


Formulário: $W_{\text{força elétrica}} = -q\Delta V$ $W_{\text{força resultante}} = \Delta E_{\text{cinética}}$ $dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r}$ $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$

7)(P2-2ºsem09-diurno) Uma esfera condutora de raio R , eletrizada com carga Q , é mantida fixa na posição indicada na figura que segue. Uma partícula de massa m e carga elétrica q , é lançada do ponto A com velocidade v_A , conforme ilustrado, e atinge o ponto B, situado na superfície da esfera, com velocidade nula. Não considerar a ação do campo de gravidade local. Considerar o potencial elétrico produzido pela esfera nulo no infinito. Pedem-se:

- a) mostrar, por meio da lei de Gauss, que o campo elétrico na região $0 \leq r < R$ é nulo ($E=0$); (0,5 pts)
- b) os potenciais elétricos nos pontos A e B; (1pts) (450V e 3600V)
- c) a velocidade v_A . (1 pts)(15,87m/s)

Dados: $R = 5 \text{ m}$ $Q = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$ $r_A = 40 \text{ m}$ $v_B = 0$ $m = 0,1 \text{ kg}$ $q = 4 \times 10^{-3} \text{ C}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$



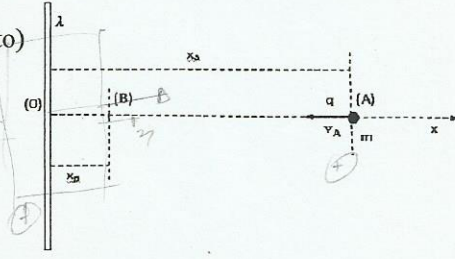
Formulário: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\Lambda} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_{\text{interna}}$ $A = 4\pi r^2$ $W_{AB} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $W_{\text{resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R}$ ($0 \leq r \leq R$) $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$ ($r \geq R$)

8)(P2-2ºsem09-noturno) Um fio muito longo, eletrizado com densidade linear de carga λ , é mantido fixo na posição indicada na figura que segue. Uma partícula de massa m e carga elétrica q é lançada do ponto A com velocidade v_A , conforme ilustrado, e atinge o ponto B com velocidade nula. Não considerar a ação do campo de gravidade local. Pedem-se:

- a) mostrar, por meio da lei de Gauss, que o campo elétrico produzido pelo fio é $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$ ($r > 0$); (1 pts)
- b) mostrar que a diferença de potencial elétrico entre os pontos A e B vale $V_B - V_A = 74,8 \text{ KV}$; (1 pts)
- c) a velocidade v_A . (0,5 pts) (77,4m/s)

Dados: $\lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ C/m}$ $x_A = 40 \text{ m}$ $x_B = 5 \text{ m}$ $v_B = 0$ $m = 0,1 \text{ kg}$ $q = 4 \times 10^{-3} \text{ C}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$

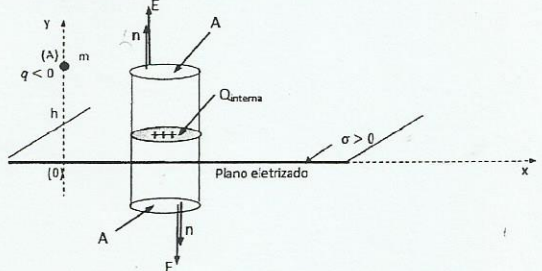


Formulário: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\Lambda} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_{\text{interna}}$ $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$ $W_{AB} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $W_{\text{resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

9)(P3-2ºsem09-diurno) Um plano é eletrizado com densidade de carga σ . Considerar o potencial elétrico nulo sobre o plano. Não considerar a ação da gravidade.

- a) Mostrar, por meio da lei de Gauss, que o campo elétrico produzido pelo plano é dado por $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; (1 pts)
- b) Determinar o potencial elétrico no ponto A, situado numa altura h em relação ao plano. (0,5 pts) (-2712V)
- c) Supondo que um elétron seja abandonado no ponto A, determinar sua velocidade quando atingir o plano; (1 pts)(3,1.10⁷ m/s)

Dados: $h = 0,8 \text{ m}$ $\sigma = 6 \times 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$ $q = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

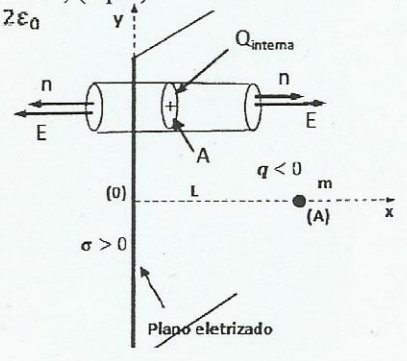


Formulário: $\vec{F}_{\text{elétrica}} = q \cdot \vec{E}$ $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$ $W_{AB} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $W_{\text{resultante}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2$

10)(P3-2ºsem09-noturno) Um plano é eletrizado com densidade de carga σ . Considerar o potencial elétrico nulo sobre o plano. Não considerar a ação da gravidade.

- a) Mostrar, por meio da lei de Gauss, que o campo elétrico produzido pelo plano é dado por $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; (1 pts)
- b) Determinar o potencial elétrico no ponto A, situado numa distância L em relação ao plano. (0,5 pts) (-2712V)
- c) Supondo que um elétron seja abandonado no ponto A ($t = 0$), determinar o instante em que atinge o plano(1 pts)(5,21.10⁻⁸ s)

Dados: $L = 0,8 \text{ m}$ $\sigma = 6 \times 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$ $q = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$



Formulário: $\vec{F}_{\text{elétrica}} = q \cdot \vec{E}$ $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$ $W_{AB} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$

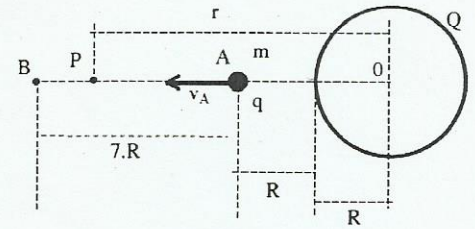
11)(P3-2ºsem07-diurno) Uma partícula, de massa m e carga elétrica q , é lançada com velocidade v_A de um ponto A numa direção radial e sentido contrário em relação a uma esfera condutora, de raio R , eletrizada com uma carga elétrica Q .

a) a velocidade de lançamento necessária para que a partícula atinja o ponto B com velocidade nula; (1,5 pts)(1,08m/s)

b) o ponto P em que a velocidade da partícula é $v_P = v_A/2$. (1pto)(28,8m)

Dados: $m = 0,04 \text{ kg}$ $q = -5 \times 10^{-6} \text{ C}$ $R = 6 \text{ m}$ $Q = 8 \times 10^{-6} \text{ C}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ (SI)}$

Formulário: $W_{A \rightarrow B}^{\text{força elétrica}} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $W_{A \rightarrow B}^{\text{força resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$ $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$



12)(P2-2ºsem07-noturno) Uma partícula de massa m e carga elétrica q é lançada com velocidade v_A situado a uma altura z_A do centro de um anel, de raio R , eletrizado com densidade linear λ . Determinar:

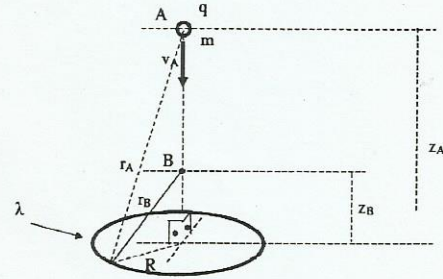
a) a velocidade de lançamento, v_A , necessária para que a carga q alcance o ponto B com velocidade nula; (1,5 pts)(34,15m/s)

b) o trabalho da força elétrica que atua na carga q entre os pontos A e B. (1 pto)(-11,6J)

Dados: $m = 0,02 \text{ kg}$ $q = 1 \times 10^{-6} \text{ C}$ $z_B = 2 \text{ m}$ $z_A = 6,5 \text{ m}$ $\lambda = 5 \times 10^{-4} \text{ C/m}$ $R = 3 \text{ m}$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ (SI)}$

Formulário: $W_{A \rightarrow B}^{\text{força elétrica}} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $W_{A \rightarrow B}^{\text{força resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dQ}{r^2}$



13)(P2-2ºsem07-diurno) Uma partícula de massa m e carga elétrica q é lançada com velocidade v_A situado a uma distancia r_A de uma reta eletrizada com densidade linear λ . Determinar:

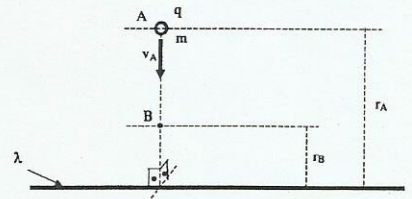
a) a menor distancia r_B entre a carga elétrica q e a reta eletrizada; (1,5 pts)(2,39m)

b) o trabalho da força elétrica que atua na carga q entre os pontos A e B. (1 pto)(-9J)

Dados: $m = 0,02 \text{ kg}$ $q = 1 \times 10^{-6} \text{ C}$ $v_A = 30 \text{ m/s}$ $r_A = 6,5 \text{ m}$ $\lambda = 5 \times 10^{-4} \text{ C/m}$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ (SI)}$

Formulário: $W_{A \rightarrow B}^{\text{força elétrica}} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $W_{A \rightarrow B}^{\text{força resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

$\vec{F}^{\text{elétrica}} = q \cdot \vec{E}$ $\vec{F}^{\text{resultante}} = m \cdot \vec{a}$ $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{u}$



14)(P2-1ºsem07-diurno) Uma partícula de massa m e carga elétrica q é lançada com velocidade v_A situado a uma distancia r_A de um plano eletrizado com densidade superficial σ . Determinar:

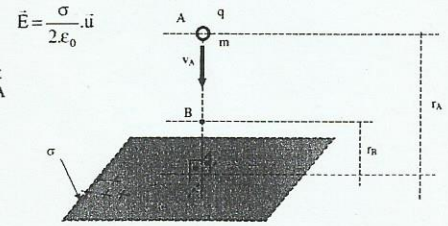
a) a menor distancia r_B entre a carga elétrica q e o plano eletrizado; (1,5 pts)(4,234m)

b) o tempo decorrido neste deslocamento. (1 pto)(0,057s)

Dados: $m = 0,02 \text{ kg}$ $q = 1 \times 10^{-6} \text{ C}$ $v_A = 80 \text{ m/s}$ $r_A = 6,5 \text{ m}$ $\sigma = 5 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$

$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ (SI)}$ $\vec{F}^{\text{elétrica}} = q \cdot \vec{E}$ $\vec{F}^{\text{resultante}} = m \cdot \vec{a}$ $v = v_0 + a \cdot (t - t_0)$

Formulário: $W_{A \rightarrow B}^{\text{força elétrica}} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$



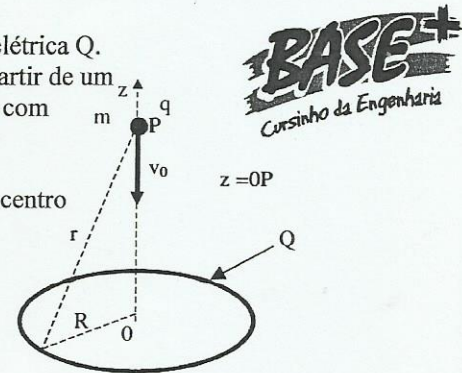
15)(P2-2ºsem06-noturno) Um anel, de raio R , está eletrizado uniformemente com uma carga elétrica Q . Uma carga puntiforme q de massa m é lançada com velocidade v_0 verticalmente para baixo a partir de um ponto P situado em uma altura z do centro do anel. Sabe-se que a carga atinge o centro do anel com velocidade nula. Pedem-se:

a) a velocidade v_0 ; (2 pts)(160m/s)

b) a correspondente variação do potencial elétrico devido ao anel eletrizado entre o ponto P e o centro do anel; (1,5 pts) Nota: Não considerar o trabalho da força peso. (5,13x10^6 V)

Dados: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ $Q = q = 5 \times 10^{-4} \text{ C}$ $m = 0,2 \text{ kg}$ $R = 0,6 \text{ m}$ $z = 3.R$

Formulário: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$ $W_{AB}^{\text{força elétrica}} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $W_{AB}^{\text{resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$



16)(P2-2ºsem06-diurno) Um anel, de raio R , está eletrizado uniformemente com uma carga elétrica Q . Uma carga puntiforme q de massa m é lançada com velocidade v_0 verticalmente para cima a partir do centro do anel. Sabendo-se que a carga atinge a altura máxima $z_{\text{máx}}$. Pedem-se:

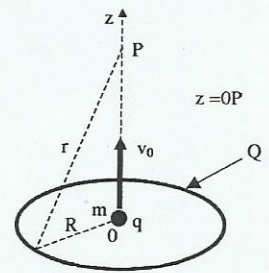
a) a velocidade v_0 ; (1 pto)(175m/s)

b) a correspondente variação do potencial elétrico devido ao anel eletrizado entre o centro do anel e o ponto de altura máxima. (1,5 pts)(-5,11x10^6 V)

Nota: Não considerar o trabalho da força peso.

Dados: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ $Q = -q = 3 \times 10^{-4} \text{ C}$ $m = 0,1 \text{ kg}$ $R = 0,4 \text{ m}$ $z_{\text{máx}} = 4.R$

Formulário: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$ $W_{AB}^{\text{força elétrica}} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $W_{AB}^{\text{resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$



BASE
Cursinho da Engenharia

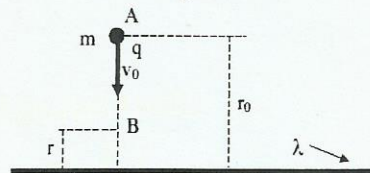
17)(P2-1ºsem06-diurno) Uma partícula eletrizada de massa m e carga elétrica puntiforme q está situada numa distância r_0 de uma reta eletrizada uniformemente com densidade linear de carga λ . A seguir, a partícula é lançada com velocidade v_0 perpendicularmente à reta. Determinar:

- a) a velocidade v_0 necessária para que a partícula atinja uma distância mínima $r = r_0/4$; (1,5 pts) (28,3m/s)
- b) o correspondente trabalho realizado pela força elétrica que atua sobre a carga q ; (1 pts) (-40J)
- c) a variação do potencial elétrico produzido pela reta eletrizada entre os pontos de lançamento (A) e de distância mínima (B). (1 pts) (500V)

Dados: $r_0 = 0,4 \text{ m}$ $\lambda = 2 \times 10^{-8} \text{ C/m}$ $q = 0,08 \text{ C}$ $m = 0,1 \text{ kg}$ $\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$

Formulário: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{u}$ $W_{AB}^{\text{força resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$ $W_{AB}^{\text{força elétrica}} = -q(V_B - V_A)$

$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$



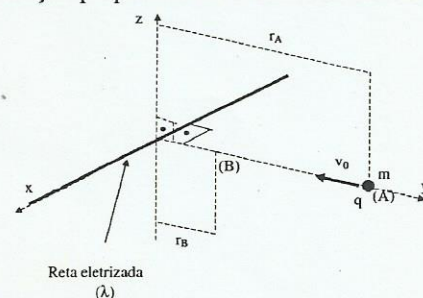
18)(P3-2ºsem06-diurno) - Uma partícula de massa m e carga q é lançada com velocidade v_0 na direção perpendicular a uma reta eletrizada uniformemente com densidade de carga λ , a partir de um ponto A, distante r_A da reta. Pedem-se:

- a) a velocidade necessária para que a partícula atinja o ponto B com velocidade nula; (1,5 pts) (86,5m/s)
- b) a correspondente variação do potencial elétrico entre os referidos pontos. (1 pts) (2,5x10^4V)

Dados: $q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $m = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Kg}$ $r_A = 4 \text{ m}$ $r_B = 1 \text{ m}$ $\lambda = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}$

Formulário: $W_{AB}^{\text{força elétrica}} = -q(V_B - V_A)$ $W_{AB}^{\text{resultante}} = \Delta E_C^{A \rightarrow B}$ $\vec{E} = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{u}$ $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$

$\Delta E_C^{A \rightarrow B} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$



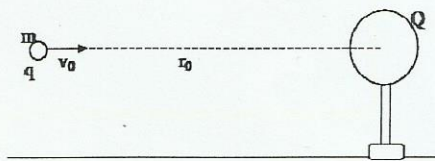
19)(P2-2ºsem05-diurno) Uma esfera metálica, com carga Q , é mantida em repouso por suporte isolante. Uma segunda esfera metálica com carga q e massa m é projetada contra Q . Quando a distância entre as duas esferas é igual a r_0 a carga q se aproxima de Q com velocidade v_0 . Tratar as duas esferas como cargas puntiformes. Determinar:

- a) a velocidade de q quando a distância entre as duas esferas for igual a r ; (1,5 pts) (26,8m/s)
- b) a distância mínima r_{min} entre as cargas. (2 pts) (0,2m)

Dados: $q = 3 \times 10^{-6} \text{ C}$ $Q = 8 \times 10^{-6} \text{ C}$ $m = 2 \times 10^{-3} \text{ kg}$ $v_0 = 30 \text{ m/s}$ $r_0 = 1,2 \text{ m}$

$r = 0,6 \text{ m}$ $\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$

Formulário: $W_{AB} = -q(V_B - V_A)$ $W_{AB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$ $V = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$



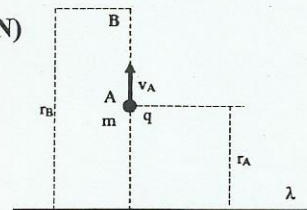
20)(P3-1ºsem06-diurno) Uma partícula eletrizada de massa m e carga elétrica puntiforme q está situada numa distância r_A de uma reta eletrizada uniformemente com densidade linear de carga λ . A seguir a partícula é lançada com velocidade v_A perpendicularmente à reta λ . Determinar:

- a) a distância r_B , sabendo-se que no ponto B a velocidade da carga q é nula; (1,5 pts) (1,66m)
- b) a intensidade da força elétrica que atua na carga q nos pontos A e B. (1 pts) ($F_A = 266,4 \text{ N}$ e $F_B = 80,2 \text{ N}$)

Dados: $r_A = 0,5 \text{ m}$ $\lambda = 2 \times 10^{-8} \text{ C/m}$ $q = -0,37 \text{ C}$ $m = 0,8 \text{ kg}$ $v_A = 20 \text{ m/s}$

Formulário: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{u}$ $W_{AB}^{\text{força resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$ $W_{AB}^{\text{força elétrica}} = -q(V_B - V_A)$

$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$

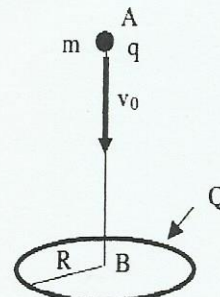


21)(P2-1ºsem06-noturno) Uma partícula eletrizada de massa m e carga elétrica puntiforme q está situada sobre o eixo de simetria perpendicular ao plano de um anel de raio R eletrizado uniformemente com uma carga Q . A seguir a partícula é lançada com velocidade v_0 no sentido do centro do anel. Considerar que na posição de lançamento a partícula esteja infinitamente afastada do centro do anel e nesta posição o potencial elétrico produzido pelo anel eletrizado seja nulo. Determinar:

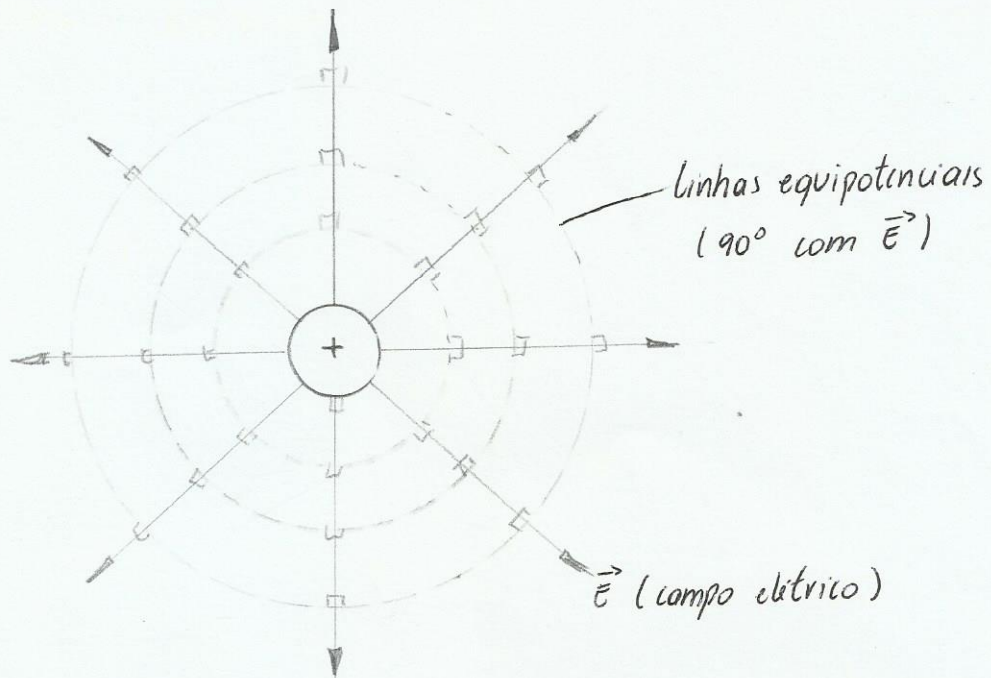
- a) o potencial elétrico produzido pelo anel eletrizado no seu centro; (1 pts) (450V)
- b) a velocidade v_0 necessária para que a partícula atinja o centro do anel com velocidade nula; (1,5 pts) (21,2m/s)
- c) o trabalho realizado pela força elétrica, que atua sobre a carga q , do ponto de lançamento até o centro do anel. (1,0 pts) (-22,5J)

Dados: $R = 0,4 \text{ m}$ $Q = 2 \times 10^{-8} \text{ C}$ $q = 0,05 \text{ C}$ $m = 0,1 \text{ kg}$ $\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$

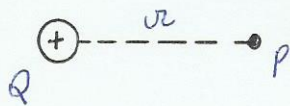
Formulário: $V = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$ $W_{AB}^{\text{força resultante}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$ $W_{AB}^{\text{força elétrica}} = -q(V_B - V_A)$



Potencial Elétrico [V]

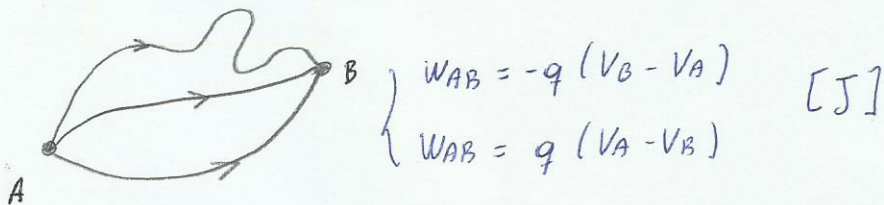


Carga Pontiforme



$$V = \frac{k \cdot Q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \text{ (V)}$$

Trabalho (W) (da Força elétrica)



O trabalho da força elétrica é conservativo, ou seja, ele independe do caminho entre os pontos 'A' e 'B'.

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \quad \text{Energia cinética}$$

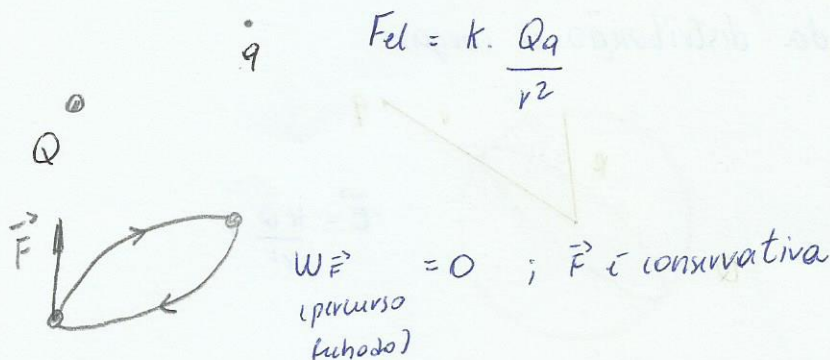
Potencial Elétrico x Campo Elétrico

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr} \quad V = -\int E dr$$

Energia potencial e potencial Elétrico

Capacitores e Dielétricos

Revisão:



$$W = \int_A^A \vec{F}_{el} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_A^A k \cdot \frac{Qq}{r^2} dr = kQq \cdot \int_A^A \frac{1}{r^2} dr = kQq \cdot \left(-\frac{1}{r} \right)_A^A = 0$$

Como a força é conservativa, temos:

$$W_{A \rightarrow B}^F = -\Delta E_p = -[E_p(B) - E_p(A)]$$

$$W_{A,B} = \Delta E_C$$

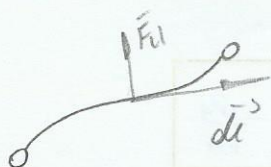
Se a força resultante é conservadora

$$W_{A,B}^{\vec{F}_{resul.}} = W_{A,B}^{F_{conserv.}}$$

$$\Delta E_C = -\Delta E_p$$

* Energia potencial elétrica

$$W_{A,B}^{F_{el}} = -\Delta E_p = \int_A^B \vec{F}_{el} \cdot d\vec{l}$$



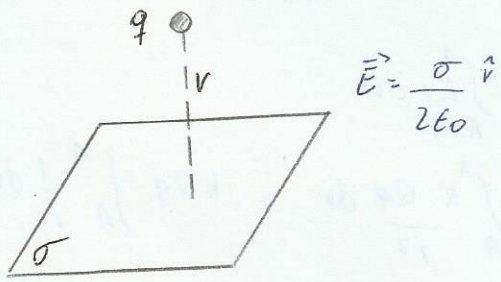
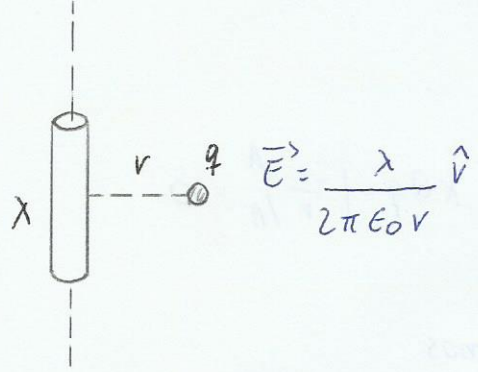
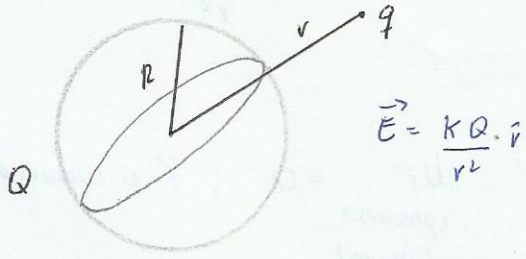
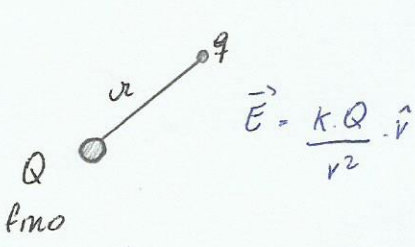
$d\vec{l}$ - vetor deslocamento infinitesimal tangente a trajetória

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = - \int_A^B \vec{F}_{el} \cdot d\vec{l} \quad ; \quad \vec{F}_{el} = +q \cdot \vec{E}$$

$$\Delta E_p = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

variação da energia potencial elétrica

↳ \vec{E} depende da distribuição de cargas

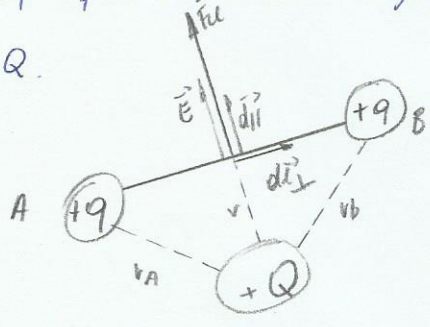


* Diferença de potencial

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q} \quad [V] \text{ (volt)}$$

$$\Delta V = V(B) - V(A) = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

* ΔE_p quando uma carga de prova q se move próxima a uma carga Q .



$$\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}$$

$$d\vec{l} = d\vec{l}_{||} + d\vec{l}_{\perp}$$

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A)$$

$$= -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= -q \int_A^B E (d\vec{l}_{||} + d\vec{l}_{\perp})$$

$$\Delta E_p = -q \int_A^B \frac{kQ}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{l}_{||}$$

$$\Delta E_p = -kQq \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr$$

$$\Delta E_p = -kQq \cdot \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_A}^{r_B}$$

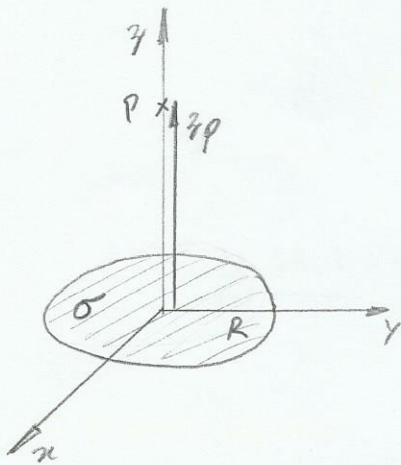
$$\Delta E_p = kQq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \rightarrow$$

$$E_p(B) - E_p(A) = \frac{kQq}{r_B} - \frac{kQq}{r_A}$$

Capítulo 13 - Potencial

1) (PL- 1º xim 11 - noturno)

$q = -e$
infinito



Dados:

$$\sigma = 160 \cdot 10^{-12} \text{ C/m}^2$$

$$R = 0,200 \text{ m}$$

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$z_p = 0,150 \text{ m}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad \therefore Q = 160 \cdot 10^{-12} \cdot \pi \cdot 0,2^2 = 20,106 \cdot 10^{-12}$$

a) $W_{\infty, p} = ?$

$$W = -q(V_B - V_A)$$

$$W_{\infty, p} = -q(V_p - V_{\infty}) \quad ; \quad V_{\infty} = 0$$

$$V_p = \frac{kq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = \frac{20,106 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,2} = 0,90$$

$$W = +1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,90 = \underline{1,45 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

ou

$$V(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z)$$

$$= \frac{160 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (\sqrt{0,15^2 + 0,2^2} - 0,15) = 0,90$$

$$W = +1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,90 = \underline{1,45 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

b) $v_p = ?$

$$W = \Delta E_C = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$1,45 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} v_f^2 \quad \therefore v_f = \underline{5,63 \cdot 10^5 \text{ m/s}}$$

c) $E_z = ?$

$$E_z = -\frac{dV}{dz}$$

$$dV = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z)$$

$$\frac{dV}{dz} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{\sqrt{z^2 + R^2}} \cdot z - 1 \right\}$$

$$E_z = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left\{ \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} - 1 \right\}$$

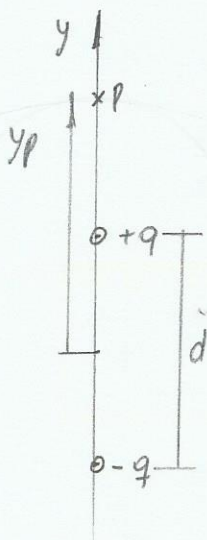
$$= -\frac{160 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \left(\frac{0,15}{\sqrt{0,15^2 + 0,2^2}} - 1 \right) \therefore E_z = \underline{\underline{3,62 \frac{V}{m}}}$$

2) (Pl. 1^a x 11 - diurno)

$q = -e$

↳ infinito

a) Mostre o potencial Elétrico



$$V = V_{+q} + V_{-q}$$

$$= kq \left(\frac{1}{y - \frac{d}{2}} - \frac{1}{y + \frac{d}{2}} \right)$$

$$= kq \left(\frac{y + \frac{d}{2} - (y - \frac{d}{2})}{y^2 - \frac{d^2}{4}} \right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d}{\left(y^2 - \frac{d^2}{4}\right)} \quad \text{quando } |y| > d$$

b) $v_p = ?$

$$W = -q(V_p - V_0) \quad \text{com } V_0 = 0$$

$$V_p = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d}{\left(y^2 - \frac{d^2}{4}\right)} = \frac{320 \cdot 10^{-15}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{0,15}{\left(0,2^2 - \frac{0,15^2}{4}\right)} = 1,26 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$W = -(-1,60 \cdot 10^{-19}) \cdot 1,26 \cdot 10^{-2} = 2,01 \cdot 10^{-21}$$

$$W = \Delta E_C$$

$$2,01 \cdot 10^{-21} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot v_p^2 \quad \therefore v_p = \underline{\underline{6,64 \cdot 10^4 \frac{m}{s}}}$$

c) Determine E_y

$$E_y = \frac{-dV}{dy} \quad dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qd \cdot (y^2 - \frac{d^2}{4})^{-1}$$

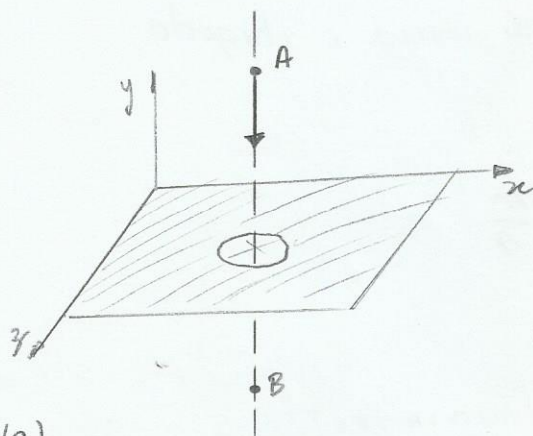
$$\frac{dV}{dz} = k \cdot q \cdot d \cdot (-1) \cdot (y^2 - \frac{d^2}{4})^{-2} \cdot 2y$$

$$E_y = kqd \left(y^2 - \frac{d^2}{4} \right)^{-2} \cdot 2y$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot 320 \cdot 10^{-15} \cdot 0,15 \left(0,2^2 - \frac{0,15^2}{4} \right)^{-2} \cdot 2 \cdot 0,2$$

$$\therefore E_y = \underline{0,146 \frac{V}{m}}$$

3) (P3- 1º x m11 - diurno)



Dados:

$$\sigma = -4,8 \cdot 10^6 \frac{C}{m^2} \quad q = 1,6 \cdot 10^{-6} C$$

$$m = 0,02 \text{ kg} \quad |v_a| = 80 \text{ m/s} \quad y_a = 6,5 \text{ m}$$

a) $v_\sigma = ?$

$$W_{a,\sigma} = -q(v_\sigma - v_a)$$

(a)

$$v_\sigma - v_a = - \int_a^\sigma \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= - \int_a^\sigma \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{j} \cdot dy \cdot \vec{j}$$

$$= - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot y \Big|_a^\sigma = \frac{-4,8 \cdot 10^6}{-2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot 6,5 \quad \therefore v_\sigma - v_a = 1,763 \cdot 10^6$$

$$W_{a,\sigma} = 1,6 \cdot 10^{-6} \cdot 1,763 \cdot 10^6$$

$$= 2,82$$

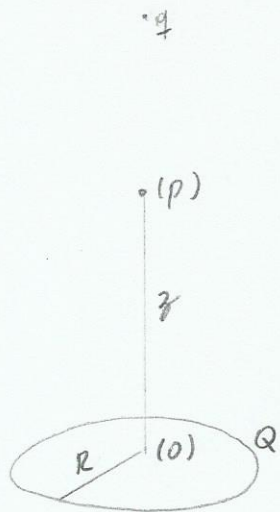
$$W_{a,\sigma} = \Delta E_v$$

$$2,82 = \frac{1}{2} \cdot 0,02 (v_\sigma^2 - 80^2) \quad \therefore v_\sigma = \underline{81,74 \text{ m/s}}$$

$$(b) W_{\sigma,b} = -q(v_b - v_\sigma) = (-q) \cdot \left(- \int_\sigma^b \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dy \right) = q \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot y_b = \frac{1}{2} m (v_b^2 - v_\sigma^2)$$

$$\frac{1,6 \cdot 10^{-6} \cdot -4,8 \cdot 10^6}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot y_b = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot (v_b^2 - 81,74^2) \quad \therefore y_b = \underline{153,99 \text{ m}}$$

4) (P2-2º MM10 - diurno)



a) trabalho necessário $W_{q,0} = ?$

$$W_{q,0} = -q(V_0 - V_q)$$

$$V = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

$$V = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{0,12^2 + 0^2}} = 5,99 \cdot 10^5$$

$$W_{q,0} = -4 \cdot 10^{-6} \cdot 5,99 \cdot 10^5 = -2,40$$

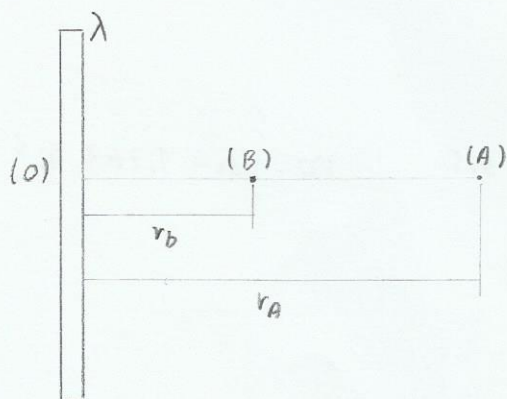
$$W_{necessário} = -W_{q,0} = -(-2,40) \therefore W_{necess.} = \underline{2,40 \text{ J}}$$

b) Não, pois o trabalho é conservativo, ou seja, não depende da sua trajetória, mas sim dos pontos de início e chegada.

c) $W = \Delta E_c$

$$2,40 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot v^2 \therefore v = \underline{\underline{48,97 \text{ m/s}}}$$

5) (P2-2º MM10 - noturno)



a) $W_{necess(A \rightarrow B)} = ?$

$$W_{A,B} = -q(V_B - V_A)$$

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \left| \frac{r_b}{r_A} \right| \\ &= \frac{-9 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \left| \frac{0,12}{0,36} \right| \\ &= 1,78 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{A,B} &= -4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,78 \cdot 10^{-5} \\ &= \underline{\underline{-0,711}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{nec} &= -W_{A,B} \\ &= \underline{\underline{0,711 \text{ J}}} \end{aligned}$$

Dados:

$$\lambda = 9 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$r_b = 0,12 \text{ m}$$

$$r_A = 0,36 \text{ m}$$

$$q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\frac{1}{2\pi \epsilon_0} = 18 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

b) Não, porque o trabalho é conservativo, portanto não depende da trajetória

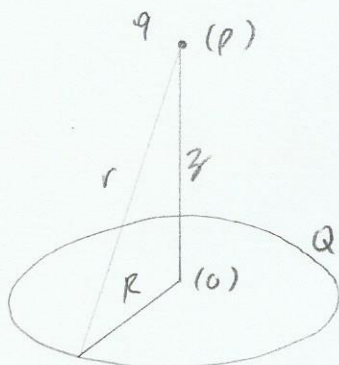
c)

$$W_{B,A} = -W_{A,B} = 0,711 \text{ J}$$

$$W_{B,A} = \Delta E_C$$

$$0,711 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} v^2 \quad \therefore v = \underline{\underline{26,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

6) (P3-2º sem 10 - noturno)



$$a) \quad dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r}$$

$$V(z) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \int dQ$$

$$V(z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$b) \quad W = -q (V_0 - V_p)$$

$$V_0 = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{0^2 + 3^2}} \quad \therefore V_0 = 1,798 \cdot 10^4$$

$$V_p = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{3^2 + 4^2}} \quad \therefore V_p = 1,079 \cdot 10^4$$

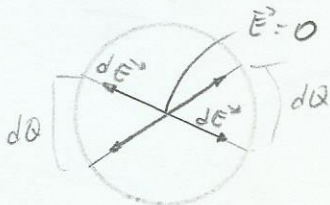
$$W = -(-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (1,798 \cdot 10^4 - 1,079 \cdot 10^4)$$

$$W = 1,15 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

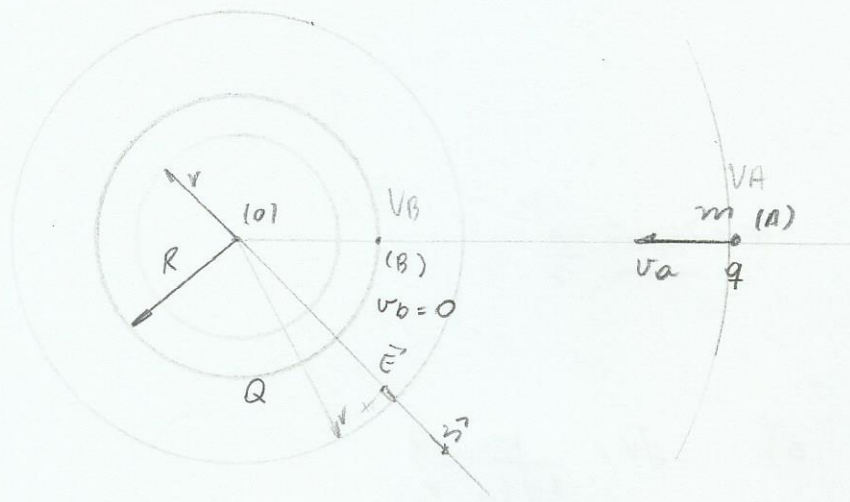
$$W = \Delta E_C$$

$$1,15 \cdot 10^{-15} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot v^2 \quad \therefore v = \underline{\underline{50,25 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

c) O campo elétrico produzido no centro, através do anel é igual a zero, pois realizando a soma de cada campo elétrico de cada ponto corresponde a zero. veja a figura



7) (P2-2ºxmo9-divino)



Dados:

$$R = 5\text{m}$$

$$Q = 2 \cdot 10^{-6}\text{C}$$

$$v_A = 40\text{m/s}$$

$$v_B = 0$$

$$m = 0,1\text{kg}$$

$$q = 4 \cdot 10^{-3}\text{C}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \Phi &= \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q ; d\vec{A} = dA \hat{n} \\ &= E \oint dA = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q \\ &= E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q \end{aligned}$$

Para $0 < r < R$, temos $\sum Q = 0 \therefore E = 0$

$$\text{b) } V_A = ? \quad V_B = ?$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R}$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{40} \therefore \underline{V_A = 450\text{V}}$$

$$V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{5} \therefore \underline{V_B = 3600\text{V}}$$

$$V = \frac{kQ}{r}$$

$$W = -q(V_B - V_A)$$

$$W = \Delta E_C$$

$$\text{c) } v_a = ?$$

$$W_{a,b} = -q(V_B - V_A)$$

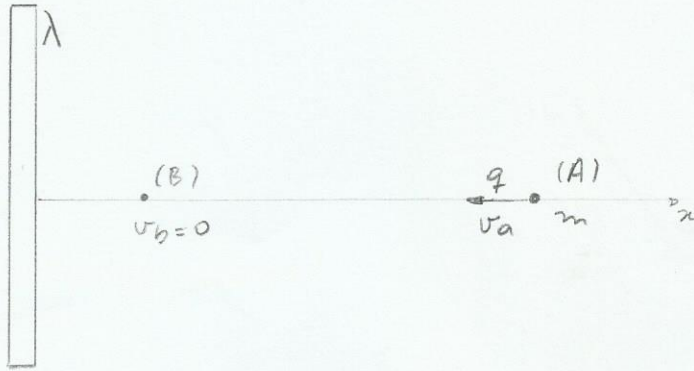
$$= -4 \cdot 10^{-3} (3600 - 450) = -12,6\text{J}$$

$$W_{a,b} = \Delta E_C$$

$$-12,6 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot (0 - v_a^2) \therefore \underline{v_a = 15,87 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

B) (P2 - 20 xmo9 - noturno)

(Cálculo 15 minutos - 20) (P



Dados:

$$\lambda = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}$$

$$r_A = 40 \text{ m}$$

$$r_B = 5 \text{ m}$$

$$v_B = 0$$

$$m = 0,1 \text{ kg}$$

$$q = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

a) $E = ?$

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_{\text{int}} \quad ; \quad d\vec{A} = dA \hat{n}$$

$$= E \oint dA = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_{\text{int}}$$

$$= E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_{\text{int}} \quad ; \quad \lambda = \frac{Q}{L} \quad \therefore Q = \lambda L$$

$$E = \frac{\lambda K}{2\pi \epsilon_0 \cdot r \cdot K} \quad \therefore E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \quad , \quad r > 0$$

b) $V_B - V_A = ?$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{L}$$

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

$$= -\int \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \cdot dr$$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \int \frac{1}{r} dr = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln\left(\frac{r_f}{r_i}\right)$$

$$V_B - V_A = -2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \ln\left(\frac{5}{40}\right) \quad \therefore V_B - V_A = \underline{7,486 \cdot 10^4} \text{ V}$$

c) $v_A = ?$

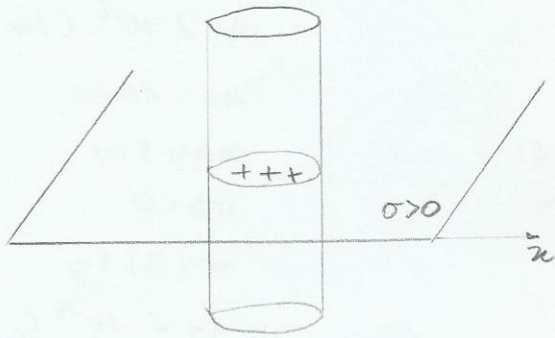
$$W_{B,A} = -q(V_B - V_A) = -4 \cdot 10^{-3} \cdot 7,486 \cdot 10^4 \quad \therefore W_{B,A} = 2,99 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$W = \Delta E_C$$

$$2,99 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot (10 - v_A^2) \quad \therefore v_A = \underline{77,4 \text{ m/s}}$$

9) (P3 - 2º semestre - diurno)

(Código: P3-2º-19)



a) $E = ?$

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} Q \quad ; \quad d\vec{A} = dA \hat{n}$$

$$E \oint dA = \frac{1}{\epsilon_0} Q \quad ; \quad Q = A \cdot \sigma$$

$$2E \cdot A = \frac{A \cdot \sigma}{\epsilon_0} \quad ; \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

b) $V_A = ?$

$$E = -\frac{dV}{dL} \quad dV = -E dL$$

$$V = -\int E dL$$

$$V = -\int \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dL$$

$$= \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \Delta L \quad ; \quad \Delta L = h$$

$$V_A = \frac{-6 \cdot 10^{-8} \cdot 0,8}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = \underline{\underline{-2711,9V}}$$

c) $v_{\sigma} = ?$

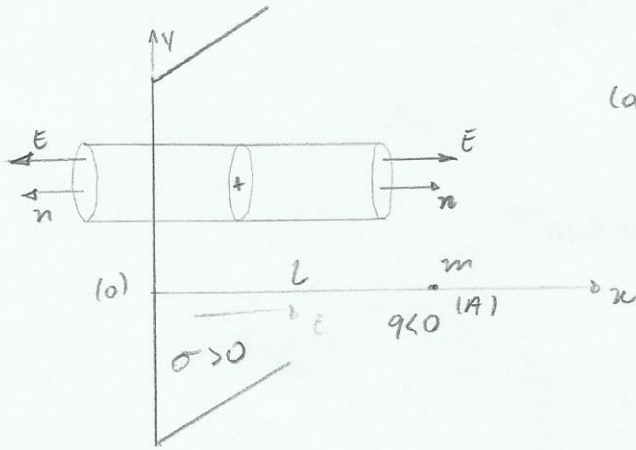
$$W = -q(v_{\sigma} - V_A)$$

$$= -(-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (0 - (-2711,9)) = 4,339 \cdot 10^{-16}$$

$$4,339 \cdot 10^{-16} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} (v_{\sigma}^2 - v_A^2)$$

$$\therefore v_{\sigma} = \underline{\underline{3,09 \cdot 10^7 \frac{m}{s}}}$$

10) P3 - 2º xmo9 - noturno



$$(a) \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} ; d\vec{A} = dA \hat{n}$$

$$2E \cdot A = \frac{\sigma \cdot A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ; \sigma > 0$$

$$(b) \vec{E} = -\frac{dV}{dL} \quad dV = -\vec{E} \cdot d\vec{L}$$

$$V = -\int E \, dL \cdot \cos 0$$

$$= -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Delta L = \frac{-6 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot 0,6 \quad \therefore V = -2711,9 \text{ V}$$

$$(c) W_{A,\sigma} = -q(V_\sigma - V_A)$$

$$= -(-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (0 - (-2711,9)) \quad \therefore W_{A,\sigma} = 4,34 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

$$W_{A,\sigma} = \Delta E_C$$

$$4,34 \cdot 10^{-16} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} (v_\sigma^2 - v_A^2) \quad \therefore v_\sigma = 3,086 \cdot 10^7$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = q \vec{E}$$

$$a = \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{1}{9,11 \cdot 10^{-31}} \quad \therefore a = -5,95 \cdot 10^4$$

$$v = v_0 + at$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{3,086 \cdot 10^7 - 0}{5,9 \cdot 10^4} \quad \therefore t = 5,20 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

11) P3 - 2º xmo7 - diurno

$$(a) V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 6} = 6 \cdot 10^3 \quad V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 6} = 1,33 \cdot 10^3$$

$$W_{A|B} = -1,5 \cdot 10^6 \cdot (1,33 \cdot 10^3 - 6 \cdot 10^3) \quad \therefore W_{A|B} = -2,33 \cdot 10^{-2}$$

$$W_{A|B} = \Delta E_C$$

$$-2,33 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} \cdot 9,04 \cdot (0 - v_A^2) \quad \therefore v_A = \underline{\underline{1,06 \frac{m}{s}}}$$

(b) Ponto P, onde $v_P = \frac{v_A}{2}$

$$v_p = \frac{v_a}{2} \Rightarrow v_p = \frac{1,08}{2} \therefore v_p = 0,54 \frac{m}{s}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta x$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \Delta x} = \frac{0^2 - 1,08^2}{2 \cdot 7,6} = -1,389 \cdot 10^{-2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta x$$

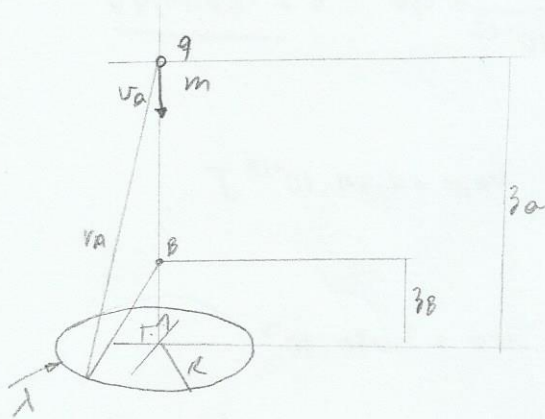
$$0,54^2 = 1,08^2 + 2 \cdot (-1,389 \cdot 10^{-2}) \cdot \Delta x \therefore \Delta x = 31,5 \quad \times$$

12) (P2 - 20 mm of - noturno)

Dados: $m = 0,02 \text{ kg}$; $q = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$z_b = 2 \text{ m}$ $z_A = 6,5 \text{ m}$ $\lambda = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}$

$R = 3 \text{ m}$ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$



a) $v_a = ?$

$$W_{a,b} = -q (V_b - V_a)$$

$$W_{a,b} = -1 \cdot 10^{-6} (2,35 - 1,18) \cdot 10^7$$

$$W_{a,b} = -11,667 \text{ J}$$

$$-11,667 = \frac{1}{2} \cdot 0,02 (0^2 - v_b^2)$$

$$\therefore v_b = \underline{\underline{34,16 \frac{m}{s}}}$$

(b)

$$W = -11,667 \text{ J}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r}$$

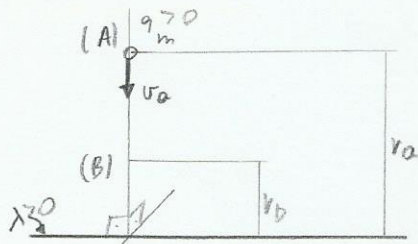
$$V_a = \frac{1 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 2\pi \cdot 3}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{3^2 + 6,5^2}}$$

$$V_a = 1,18 \cdot 10^7$$

$$V_b = \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot 2\pi \cdot 3}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{3^2 + 2^2}}$$

$$V_b = 2,35 \cdot 10^7$$

13) (P2-2º xmo7 - diurno)



Dados

$$m = 0,02 \text{ kg}$$

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}$$

$$q = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$v_a = 30 \text{ m/s}$$

$$r_a = 6,5 \text{ m}$$

a) $v_b = ?$

$$W_{a,b} = -q(V_b - V_a) = (-q) \cdot \left(- \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L} \right) = q \cdot \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot dr$$

$$W_{a,b} = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \left| \frac{r_b}{r_a} \right| = \frac{1}{2} m (v_b^2 - v_a^2)$$

$$\frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \ln \left| \frac{r_b}{6,5} \right| = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot (-30^2) \quad \therefore r_b = 2,39 \text{ m}$$

b) $W_{a,b} = ?$

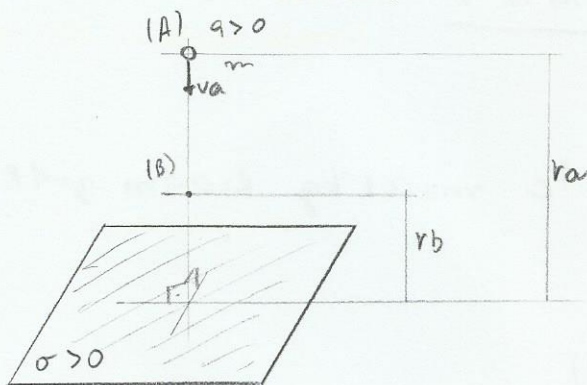
$$W_{a,b} = -q(V_b - V_a) = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{r_b}{r_a} \right|$$

$$= \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \ln \left| \frac{2,39}{6,5} \right| \quad \therefore W_{a,b} = -9 \text{ J}$$

ou $W_{a,b} = \Delta E_c$

$$= \frac{1}{2} m (v_b^2 - v_a^2) = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot (-30^2) = -9 \text{ J}$$

14) (P2-1º xmo7 - diurno)



Dados: $m = 0,02 \text{ kg}$ $q = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$$v_a = 80 \text{ m/s} \quad r_a = 6,5 \text{ m} \quad \sigma = 5 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

(a) $r_b = ?$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

$$\Delta s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 80^2}{-2 \cdot 1,41 \cdot 10^3} = 2,27 \text{ m}$$

$$r_b = 6,5 - 2,27 = 4,23 \text{ m}$$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = \frac{q \cdot \sigma}{2\epsilon_0} = m \cdot a$$

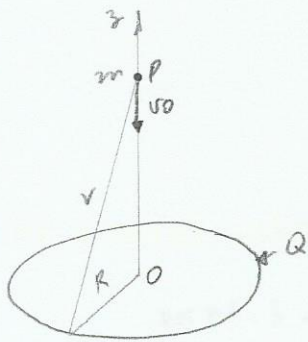
$$a = \frac{q \cdot \sigma}{2\epsilon_0 \cdot m} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02} = 1,41 \cdot 10^3$$

b) $t = \Delta$

$v = v_0 + at$

$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 60}{-1,41 \cdot 10^3} \therefore t = \underline{0,057 \text{ s}}$

15) (PL-2º xim 06 - noturno)



Dados: $Q = q = 5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ $m = 0,2 \text{ kg}$ $R = 0,6 \text{ m}$

$z = 3R$ $v_0 = 0$

a) $v_p = ?$

$W_{p0} = -q(V_0 - V_p)$

$V_p = \frac{kQ}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{0,6^2 + (3 \cdot 0,6)^2}} = 2,37 \cdot 10^6$

$V_0 = \frac{kQ}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{0,6^2 + 0^2}} = 7,5 \cdot 10^6$

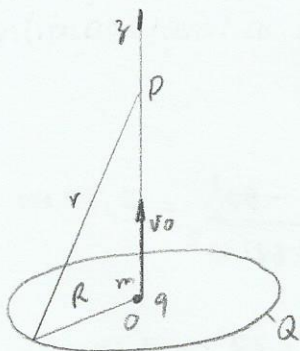
$W_{op} = -5 \cdot 10^{-4} \cdot (7,5 \cdot 10^6 - 2,37 \cdot 10^6) = -2,564 \cdot 10^3$

$W_{op} = \frac{1}{2} m (v_0^2 - v_p^2)$

$-2,56 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 (0^2 - v_p^2) \therefore v_p = \underline{160,13 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

$\Delta V = (V_0 - V_p) = (7,5 \cdot 10^6 - 2,37 \cdot 10^6) = \underline{5,13 \cdot 10^6 \text{ V}}$

16) (PL-2º xim 06 - diurno)



Dados: $Q = -q = 3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ $m = 0,1 \text{ kg}$ $R = 0,4 \text{ m}$ $z = 4R$

a) $v_0 = ?$

$W_{op} = -q(V_p - V_0)$

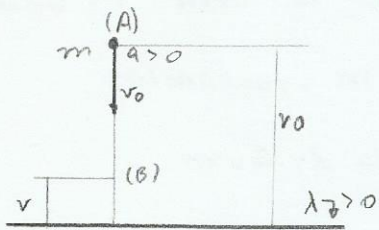
$V_p = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{0,4^2 + 1,6^2}} = 1,64 \cdot 10^6 \text{ V}$

$V_0 = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{0,4^2 + 0^2}} = 6,74 \cdot 10^6 \text{ V}$

$W = 3 \cdot 10^{-4} (1,64 \cdot 10^6 - 6,74 \cdot 10^6) = -1,53 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 (0^2 - v_0^2) \therefore v_0 = \underline{175,07 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

b) $\Delta V = (V_p - V_0) = (1,64 \cdot 10^6 - 6,774 \cdot 10^6) = -5,11 \cdot 10^6 \text{ V}$

17) P2 - 1º xim ob - diurno



Dados: $v_0 = 0,4 \text{ m}$ $\lambda = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}$ $q = 0,08 \text{ C}$ $m = 0,1 \text{ kg}$

(a) $v_0 = ?$ para que $v = \frac{v_0}{4}$

$W_{B \rightarrow A} = -q (V_A - V_{B'})$

$V_A - V_{B'} = - \int_{B'}^A \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} dr = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{r_A}{r_{B'}} \right|$

$W_{B \rightarrow A} = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{r_A}{r_{B'}} \right|$

$= \frac{0,08 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \left| \frac{0,4}{0,1} \right| = 39,89 \text{ J}$

$39,89 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 (v_0^2 - v_A^2) \Rightarrow v_0 = \underline{28,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

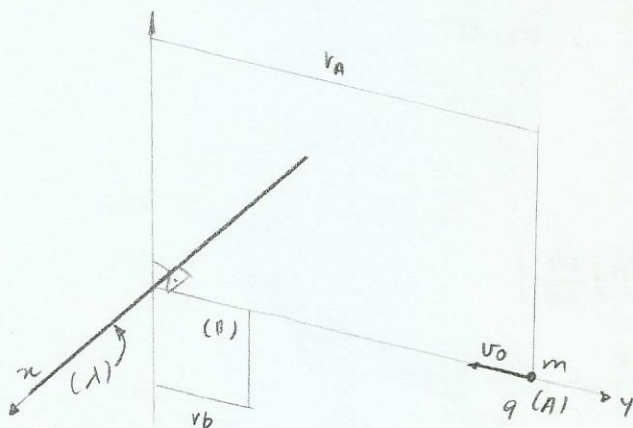
(b) $W_{\text{realiz}} = -W_F$

$W_{\text{realiz}} = -39,89 \text{ J}$

(c) $W_{B \rightarrow A} = -q (V_A - V_{B'})$

$V_A - V_{B'} = \frac{-40}{-0,08} = \underline{500 \text{ V}}$

18) (P3 - 2º xim ob - diurno)



Dados: $q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $m = 4 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$

$r_a = 4 \text{ m}$ $r_b = 3 \text{ m}$ $\lambda = 1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}}$

a) $v_0 = ?$ para $v_b = 0$

$W_{AB} = -q (V_B - V_A)$

$V_B - V_A = - \int_A^B \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} dr$

$V_B - V_A = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{r_b}{r_a} \right|$ $W_{AB} = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{r_b}{r_a} \right| = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \left| \frac{3}{4} \right|$

$W_{AB} = -1,496 \cdot 10^{-1} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-5} (v_b^2 - v_a^2) \Rightarrow v_a = v_0 = \underline{86,46 \text{ m/s}}$

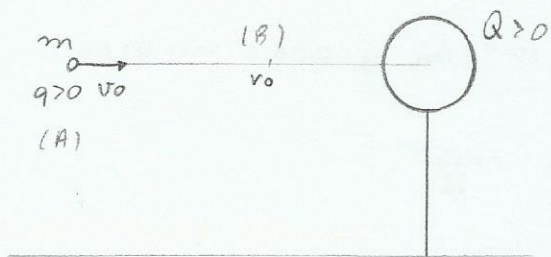
19) P2 - 2º x CMOS - diurno

Dados: $q = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $Q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

$v_0 = 30 \text{ m/s}$ $r_0 = 1,2 \text{ m}$ $r = 0,6 \text{ m}$

- Quando $d = 1,2 \text{ m}$, $v_0 = 30 \text{ m/s}$

(a) $v_q = ?$ quando $d = 0,6 \text{ m}$



$$W_{AB} = -q(V_B - V_A)$$

$$V_B = \frac{kQ}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,6} = 1,2 \cdot 10^5$$

$$V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{1,2} = 6 \cdot 10^4$$

$$W_{AB} = -3 \cdot 10^{-6} (1,2 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^4) = -0,18$$

$$-0,18 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} (v^2 - 30^2) \therefore v = \underline{26,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

(b) $W_{AC} = -q(V_C - V_A) = \frac{1}{2} m (v_C^2 - v_A^2)$

$$V_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{r} = \frac{7,2 \cdot 10^4}{r}$$

$$V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{1,2} = 6 \cdot 10^4$$

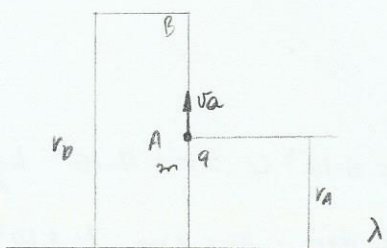
$$-3 \cdot 10^{-6} \left(\frac{7,2 \cdot 10^4}{r} - 6 \cdot 10^4 \right) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (-30^2) \therefore r = \underline{0,12 \text{ m}}$$

20) P3 - 1º x CMOS - diurno

Dados: $v_A = 0,5 \text{ m/s}$ $\lambda = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}$ $q = -0,37 \text{ C}$

$m = 0,8 \text{ kg}$ $v_a = 20 \text{ m/s}$

(a) $v_b = ?$; $v_b = 0$



$$W_{AB} = -q(V_B - V_A)$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} dr = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{r_b}{r_a} \right|$$

$$W_{AB} = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{r_b}{r_a} \right| = \frac{1}{2} m (v_b^2 - v_a^2)$$

$$= \frac{-0,37 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \left| \frac{r_b}{0,5} \right| = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot (-20^2) \therefore r_b = \underline{1,66 \text{ m}}$$

b) $F_A = ?$ $F_b = ?$

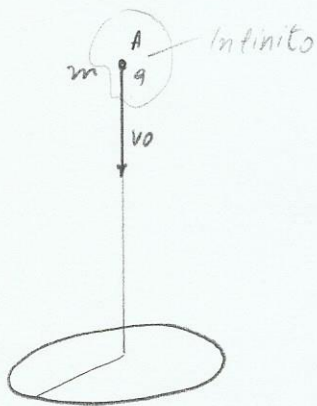
$$|F_A| = qE^2$$

$$= \frac{q \cdot \lambda}{2\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} = \frac{-0,37 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,15} = \underline{266,16 \text{ N}}$$

$$|F_b| = q \cdot E$$

$$= \frac{0,37 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,66} = \underline{80,2 \text{ N}}$$

21) (Pl. 1º mm 06. noturno)



Dados:

$$R = 0,4 \text{ m} \quad Q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C} \quad q = 0,05 \text{ C} \quad m = 0,1 \text{ kg}$$

1a) $v_b = ?$

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{0,4} = \underline{450 \text{ V}}$$

(b) $v_0 = ?$ para $v_b = 0$

$$W_{AB} = -q(V_B - V_A)^0$$

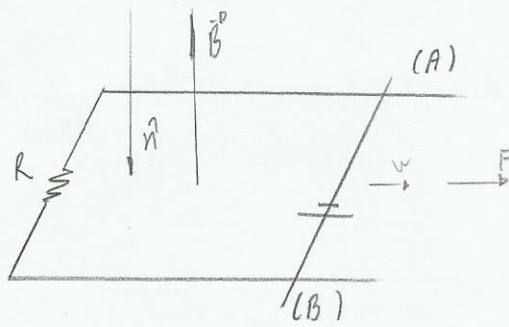
$$= -0,05 \cdot 450 \quad \therefore W_{AB} = -22,5 \text{ J}$$

$$W_{AB} = \frac{1}{2} m (v_b^2 - v_a^2)$$

$$-22,5 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 (-v_a^2) \quad \therefore v_a = \underline{21,21 \text{ m/s}}$$

(c) $W_{AB} = -22,5 \text{ J}$

4)



$$x = 2 + 0,5t$$

$$\text{Para } t = 3 \text{ s}$$

$$B = 0,6 - 0,1t$$

$$\text{Dados: } L = 0,4 \text{ m} \quad R = 6 \Omega$$

1a) Ind

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi}{dt} ; \quad \Phi = \int B n dA \cos 180 \\ &= \int B L dx = B L x = (0,6 - 0,1t) \cdot 0,4 \cdot (2 + 0,5t) \\ &= 0,46 + 0,12t - 0,08t^2 - 0,02t^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \Phi = (0,46 + 0,04t - 0,02t^2)$$

$$\mathcal{E} = \frac{d(0,46 + 0,04t - 0,02t^2)}{dt} = 0,04 - 0,04t$$

$$I = \frac{0,04 - 0,04 \cdot 3}{6} \quad \therefore \underline{I = -0,01 \text{ A}}$$

b) $P = \mathcal{E} I$

$$P = R I^2 = 6 \cdot (0,01)^2 \quad \therefore \underline{P = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ W}}$$

Exercícios aleatórios

(P3 - 1º x m 11 - diurno)

Dados:

$$\sigma = -4,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \quad q = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ C} \quad m = 0,02 \text{ kg} \quad |v_0| = 80 \text{ m/s} \quad y_0 = 6,5 \text{ m}$$

a) $v_\sigma = ?$

$$W_{a \rightarrow \sigma} = -q (V_\sigma - V_a) ; \quad V_\sigma - V_a = -\int_a^\sigma E dl$$

$$W_{a \rightarrow \sigma} = 1,6 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4,8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot 6,5$$

$$V_\sigma - V_a = -E (y_\sigma - y_a) ; \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$V_\sigma - V_a = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} (y_\sigma - y_a)$$

$$W_{a \rightarrow \sigma} = 2,82 \text{ J}$$

$$W_{a \rightarrow \sigma} = \Delta E_c$$

$$W_{a \rightarrow \sigma} = \frac{1}{2} m (v_\sigma^2 - v_a^2) \quad \therefore \underline{v_a = 81,74 \text{ m/s}}$$

P2 - 2º MM 10 - diurno

Dados: $Q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $R = 0,12 \text{ m}$ $q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$

(a) $W_{\text{necc}} = -W_{\infty \rightarrow 0}$

$$W_{\infty \rightarrow 0} = -q (V_0 - V_{\infty})^0$$

$$W_{\infty \rightarrow 0} = \frac{-4 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{0,12^2 + 0^2}} \quad \therefore W_{\infty \rightarrow 0} = -2,4 \text{ J}$$

$$W_{\text{necc}} = 2,4 \text{ J}$$

(b) Não, porque o trabalho é conservativo, portanto é independente da trajetória.

(c) $W_{0 \rightarrow p} = \frac{1}{2} m (v_p^2 - v_0^2)^0$

$$2,4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot v_p^2 \quad \therefore v_p = 49 \text{ m/s}$$

P3 - 2º MM 10 - noturno

(a) $dV = \frac{k dQ}{r} \quad \therefore V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\sqrt{z^2 + R^2}}$

$$V = \int \frac{k dQ}{r}$$

$$V = \frac{kQ}{r}$$

Dados:

$$Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$R = 3 \text{ m}$$

$$q_c = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_c = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$z = 4 \text{ m}$$

(b) $W_{\infty \rightarrow 0} = -q_c (V_{\infty} - V_0)$

$$W_{\infty \rightarrow 0} = -q_c (V_{\infty} - V_0)$$

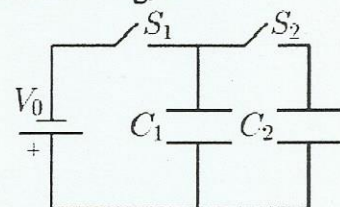
$$W_{\infty \rightarrow 0} = -q_c (V_{\infty} - V_0)$$

$$W_{\infty \rightarrow 0} = -q_c (V_{\infty} - V_0)$$

$$W_{\infty \rightarrow 0} = -q_c (V_{\infty} - V_0)$$

Capítulo 24- Capacitores

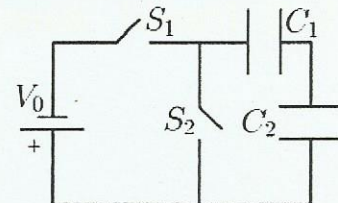
1) (P2-1ºsem11-noturno) As chaves S1 e S2 abrem ou fecham o circuito mostrado na figura, impedindo ou permitindo a passagem de corrente, respectivamente. A fonte de tensão consegue manter uma diferença de potencial V_0 e, na situação mostrada na figura, os dois capacitores, de capacitâncias C_1 e C_2 , estão descarregados. Então, no instante de tempo t_0 , a chave S1 é fechada enquanto a chave S2 é mantida aberta até que o capacitor C_1 esteja completamente carregado no instante de tempo t_1 . Neste momento, a chave S1 é aberta e a chave S2 é fechada até que os capacitores estejam em equilíbrio no instante de tempo t_2 .



- Calcule a carga Q_1 do capacitor C_1 no instante de tempo t_1 . (0,5 pt) (1500 pC)
- Qual é a diferença de potencial V_1 através do capacitor C_1 no instante de tempo t_2 ? (1,0 pt) (2V)
- Determine a energia dissipada pelo sistema entre os instantes de tempo t_1 e t_2 . (1,0 pt) (-750 pJ)

Dados: $V_0 = 3,00 \text{ V}$, $C_1 = 500 \text{ pF}$, $C_2 = 250 \text{ pF}$
 Formulário: $Q = CV$, $U = CV^2/2 = Q^2/2C = QV/2$

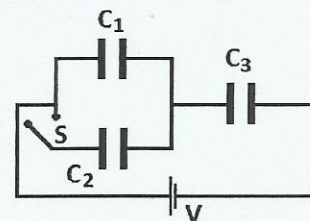
2) (P2-1ºsem11-diurno) As chaves S1 e S2 abrem ou fecham o circuito mostrado na figura, impedindo ou permitindo a passagem de corrente, respectivamente. A fonte de tensão consegue manter uma diferença de potencial V_0 e, na situação mostrada na figura, os dois capacitores, de capacitâncias C_1 e C_2 , estão descarregados. Então, no instante de tempo t_0 , a chave S1 é fechada até que os dois capacitores estejam completamente carregados no instante de tempo t_1 . Neste momento, a chave S1 é aberta e em seguida a chave S2 é fechada até que os capacitores estejam em equilíbrio no instante de tempo t_2 .



- Calcule a carga Q_1 do capacitor C_1 no instante de tempo t_1 . (0,5 pt) (626 pC)
- Qual é a diferença de potencial V_1 através do capacitor C_1 no instante de tempo t_1 ? (1,0 pt) (1,252V)
- Determine a energia dissipada pelo sistema entre os instantes de tempo t_1 e t_2 . (1,0 pt) (-390 pJ)

Dados: $V_0 = 5,00 \text{ V}$, $C_1 = 500 \text{ pF}$, $C_2 = 167 \text{ pF}$
 Formulário: $Q = CV$, $U = CV^2/2 = Q^2/2C = QV/2$

3) (P3-1ºsem11-noturno) Os capacitores C_1 , C_2 e C_3 mostrados na figura abaixo estão inicialmente descarregados. Com a chave S aberta, liga-se ao circuito a fonte de tensão V e espera-se um tempo suficientemente longo para que os capacitores C_1 e C_3 se carreguem totalmente. A chave S é então fechada. pede-se:



- a carga armazenada nos capacitores C_1 e C_3 quando a chave S está aberta; (1 pt) ($31,3 \times 10^{-6} \text{ C}$)
 - a tensão em C_1 e C_3 após a chave S ser fechada; (1 pt) (9,6 V e 2,4V)
 - a variação da energia armazenada em C_1 . (0,5 pt) ($-0,25 \times 10^{-4} \text{ J}$)
- Dados: $C_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ $C_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ $C_3 = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ $V = 12 \text{ V}$ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

Formulário: $q = C \cdot V$ $U = \frac{1}{2} C \cdot V^2$ $C_p = C_1 + C_2$ $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

4) (P2-2ºsem10-diurno) Um capacitor plano possui placas com área A , separadas pela distância x , e está carregado com uma carga elétrica q . Entre as placas há um dielétrico de constante dielétrica k . Pedem-se:

- o módulo da carga superficial induzida no dielétrico; (1 pt) ($6,66 \cdot 10^{-9} \text{ C}$)
- a energia potencial armazenada no capacitor; (1 pt) ($1,253 \cdot 10^{-7} \text{ J}$)
- a energia potencial armazenada no capacitor quando o dielétrico é retirado. (0,5 pt) ($3,759 \cdot 10^{-7} \text{ J}$)

Dados: $A = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ $x = 0,002 \text{ m}$ $q = 1 \times 10^{-8} \text{ C}$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ $k = 3$

Formulário: $q = CV$ $C = \epsilon \frac{A}{x}$ $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma - \sigma_{\text{induzida}}}{\epsilon_0}$ $E = \frac{V}{x}$ $\epsilon = k\epsilon_0$ $U = \frac{1}{2} CV^2$

5) (P2-2ºsem10-noturno) Um capacitor plano possui placas com área A , separadas pela distância x , e está carregado com uma carga elétrica q . Entre as placas há um dielétrico de constante dielétrica k . Pedem-se:

- o módulo da densidade de carga superficial induzida no dielétrico; (1 pt) ($2,67 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$)
- o campo elétrico na região entre as placas; (1 pt) ($1,49 \cdot 10^4 \text{ V/m}$)
- o campo elétrico quando o dielétrico é retirado. (0,5 pt) ($4,52 \cdot 10^4 \text{ V/m}$)

Dados: $A = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ $x = 0,002 \text{ m}$ $q = 1 \times 10^{-8} \text{ C}$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ $k = 3$

Formulário: $q = CV$ $C = \epsilon \frac{A}{x}$ $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma - \sigma_{\text{induzida}}}{\epsilon_0}$ $E = \frac{V}{x}$ $\epsilon = k\epsilon_0$ $U = \frac{1}{2} CV^2$

6) (P3-2ºsem10-diurno) Um capacitor plano, com placas de área A , separadas pela distância x , armazena uma carga elétrica q . Considerar que há, inicialmente, vácuo entre as placas.

- Mostrar, por meio da lei de Gauss, que a intensidade do campo elétrico entre as placas vale $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$. Não considerar o efeito de borda do capacitor sobre o campo elétrico; (1 pt)
- Um dielétrico, de constante dielétrica k , é inserido entre as placas preenchendo todo o espaço. Calcule a variação $\Delta U/U$ da energia interna do capacitor (1 pt) (-0,5833)
- A inserção do dielétrico aumenta, diminui ou não modifica a força de atração entre as placas? Justificar sua resposta. (0,5 pt) (diminui a força de atração: $F_{\text{com}} = 0,417 F_{\text{sem}}$)

Dados: $k = 2,4$

Formulário: $q = CV$ $C = \epsilon \frac{A}{x}$ $U = \frac{1}{2} CV^2$ $\epsilon = k\epsilon_0$ $\frac{\Delta U}{U} = \frac{U_{\text{com dielétrico}} - U_{\text{sem dielétrico}}}{U_{\text{sem dielétrico}}}$ $\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dA = q_{\text{int}}/\epsilon_0$

7)(P3-2ºsem10-noturno) Um capacitor plano, com placas de área A separadas pela distância x , está conectado a uma fonte de tensão V_0 . Um dielétrico de constante dielétrica k preenche todo o espaço entre as placas. Não considerar o efeito de borda do capacitor sobre o campo elétrico.

- a) Calcule a carga nas placas do capacitor e a carga superficial induzida no dielétrico. (1 pts) ($5,10^{-8}C$ e $2,27 \cdot 10^{-8}C$)
 b) Determine a energia elétrica armazenada no capacitor. (0,5 pts) ($5,1 \cdot 10^{-6}J$)
 c) A intensidade do campo elétrico no interior do capacitor aumentaria, diminuiria ou não se alteraria se o dielétrico fosse removido do interior do capacitor? (0,5 pts) **não se altera pois E é cte**
 d) A carga nas placas do capacitor aumentaria, diminuiria ou não se alteraria se o dielétrico fosse removido do interior do capacitor? (0,5 pts) (qsem < qcom)

Dados: $A = 4 \times 10^{-2} m^2$ $x = 0,0025 m$ $V_0 = 200 V$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$ $k = 1,8$

Formulário: $q = CV$ $C = \epsilon \frac{A}{x}$ $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma - \sigma_{induzida}}{\epsilon_0}$ $E = \frac{V}{x}$ $\epsilon = k\epsilon_0$ $U = \frac{1}{2} CV^2$



8)(P2-1ºsem10-diurno) Um capacitor plano com placas de área A , separadas pela distância d , é submetido a uma tensão V .

- a) a carga elétrica nas placas;; (0,5 pts)($16595pc$)
 b) a força elétrica de atração exercida mutuamente entre as placas;; (1 pts)($3,1 \times 10^{-4} N$)
 c) o trabalho necessário para duplicar a distância entre as placas, supondo que a tensão seja mantida constante; (1pts)($6,22 \times 10^{-7} J$)

Dados: $A = 0,05m^2$ $d = 0,004m$ $V = 150V$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$

9)(P2-1ºsem10-noturno) Um capacitor de placas paralelas possui capacitância C . As placas são circulares e possuem raio r . O capacitor é conectado a uma bateria, e uma carga de módulo q vai para cada placa. A seguir o capacitor é desconectado da bateria. Pedem-se:

- a) a tensão V e a distância d , entre as placas;; (1 pts)($2V$; $2,22 \times 10^{-3} m$)
 b) a força elétrica de atração exercida mutuamente entre as placas;; (0,5 pts) ($1,8 \times 10^{-8} N$)
 c) o trabalho necessário para duplicar a distância entre as placas; (1pts) ($4 \times 10^{-11} J$)

Dados: $C = 20 pF$ $r = 0,04m$ $q = 40pC$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$

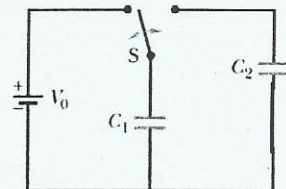
10)(P3-1ºsem10-noturno) Dois capacitores, de mesma capacitância C , estão inicialmente isolados. Um capacitor possui o dobro da carga do outro. Supondo que os capacitores sejam conectados com as placas de mesmo sinal. Pedem-se:

- a) a capacitância equivalente do conjunto;; (0,5 pts)($400pF$)
 b) a carga elétrica final em cada capacitor;; (1 pts)($q_1 = q_2 = 30000pF$)
 c) a energia potencial elétrica inicial e final do conjunto. (1 pts)($5 \times 10^{-6} J$ e $4,5 \times 10^{-6} J$)

Dados: $C_1 = C_2 = 200 pF$ $q_{1\text{inicial}} = 2 \cdot q_{2\text{inicial}} = 40000pC$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$

11)(P3-1ºsem10-diurno) A figura abaixo mostra uma bateria de tensão $V_0 = 12V$ e dois capacitores descarregados de capacitâncias $C_1 = 4,00\mu F$, $C_2 = 6,00\mu F$. A chave é deslocada para a esquerda até que o capacitor 1 esteja totalmente carregado. Em seguida, a chave é deslocada para a direita.

- a) Determine carga final em todos os capacitores. (1,0 pts) ($19,2 \times 10^{-6} C$ e $28,8 \times 10^{-6} C$)
 b) Calcule a energia inicial do capacitor C_1 (chave no lado esquerdo) e a energia final acumulada nos dois capacitores (chave no lado direito). (1,5 pts)($288 \times 10^{-6} J$ e $115,2 \times 10^{-6} J$)



12)(P2-2ºsem09-diurno) Um capacitor de placas paralelas preenchido com ar possui capacitância C . A distância entre as placas é d . As placas do capacitor são submetidas a uma tensão V e, a seguir, a fonte é removida. Não considerar o efeito de borda do campo elétrico.

- Pedem-se:
 a) a densidade de energia u ; (0,5 pts) ($1,77 \cdot 10^{-3} J/m^3$)
 b) a máxima velocidade que um elétron de carga elétrica q_e e massa m pode adquirir se for abandonado entre as placas desse capacitor (desprezar o efeito da atração gravitacional); (0,5 pts) ($2,65 \cdot 10^6 m/s$)
 c) se um segundo capacitor de capacitância C' , carregado com uma carga q' , fosse associado ao capacitor C (placa positiva ligada na placa positiva e placa negativa ligada na placa negativa), determinar o novo valor da tensão V' e o valor da energia armazenada em cada capacitor após a associação. (1,5 pts)($20V$; $20 \cdot 10^{-6} J$ e $10 \cdot 10^{-6} J$)

Dados: $d = 0,001 m$ $V = 20 volt$ $C = 100 \times 10^{-9} F$ $C' = 50 \times 10^{-9} F$ $q' = 1 \times 10^{-6} C$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$

$q_e = -1,60 \times 10^{-19} C$ $m = 9,11 \times 10^{-31} kg$

Formulário: $C = \frac{q}{V}$ $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ $U = \frac{1}{2} CV^2$ $u = \frac{U}{A \cdot d}$ $W_{AB} = -q \cdot (V_B - V_A)$ $W_{AB}^{resultante} = \frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2$

13)(P2-2ºsem09-diurno) Um capacitor de placas paralelas, separadas pela distância d , é preenchido com ar e possui capacitância C . Uma diferença de potencial V é mantida constante entre as placas.

- a) Mostrar, por meio da lei de Gauss, que o campo elétrico entre as placas é dado por . (1 pts)
 b) Determinar a densidade superficial de carga . (0,5 pts) ($1,06 \cdot 10^{-7} C/m^2$)
 c) Calcular o trabalho de um operador externo necessário para duplicar a distância entre as placas. (1 pts)($-3,6 \times 10^{-6} J$)

Dados: $C = 100 \times 10^{-9} F$ $d = 1 \times 10^{-3} m$ $V = 12 volt$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$

Formulário: $C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ $U = \frac{1}{2} CV^2$ $V = Ed$ $W_{força\ elétrica} = U_{inicial} - U_{final}$

14)(P2-1ºsem04-diurno) Um capacitor de placas paralelas no vácuo, é constituído por duas placas quadradas de lado L e separadas por uma distância D. O capacitor é conectado a uma bateria de força eletromotriz V.

a) O campo elétrico entre as placas e a energia armazenada no capacitor. (1pto)(5000V, 1,062x10⁻⁷ J)

b) Responda novamente o item anterior, se a bateria for desligada e as placas sejam puxadas até que a distância seja o dobro da anterior (5000V, 2,124x10⁻⁷ J)

Dados: L=0,4m, d=6mm, V=30V

Formulário: q=CV, V=Ed, U=1/2 CV², C=ε₀A/d

15)(P2-1ºsem04-noturno) Um capacitor de placas paralelas no vácuo, tem capacitância C. A carga em cada placa é Q e as placas estão separadas por uma distância D. Pede-se:

a) O campo elétrico entre as placas, o potencial entre as placas e a energia armazenada no capacitor. (1pto)

(8,33x10⁵ V/m, 2500V, 2,5mJ)

b) O trabalho para triplicar a distância entre as placas (1,5pto)

Dados: d=3mm, C=800p, q=2μC Formulário: q=CV, V=Ed, U=1/2 CV², C=ε₀A/d



16)(P2-2ºsem05-diurno) Um capacitor de capacitância C1 é ligado em série com outro capacitor de capacitância C2 através de uma fonte de tensão U.

a) Determinar a carga em cada capacitor e a tensão em cada capacitor. (1pto)(q1=q2=6,34x10⁻³ C, V1=792V e V2=528V)

Os capacitores carregados são desligados da linha e a seguir são novamente conectados através das placas que possuem cargas com o mesmo sinal.

b) Determinar a carga final e a tensão em cada capacitor. (1pto) (V1=V2=633,6V; q1=5,07x10⁻³ C e q2=7,6x10⁻³ C)

c) Determinar a energia potencial elétrica total armazenada nos capacitores na situação dos itens a) e b) (1,5 ptos) (4,2J; 4,01J)

Dados: C₁ = 8 μF C₂ = 12 μF U = 1320 V ε₀ = 8,85x10⁻¹² F/m

Formulário: q = C.V $\frac{1}{C_{série}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ C_{paralelo} = C₁ + C₂ U = $\frac{q^2}{2.C}$

17)(P2-2ºsem05-noturno) Um capacitor de capacitância C1 é ligado em paralelo com outro capacitor de capacitância C2 através de uma fonte de tensão U.

a) Determinar a carga em cada capacitor e a tensão em cada capacitor (2 pts) (V1,2=1800V; q1=14,4x10⁻³ C, q2=21,6 x10⁻³ C)

Os capacitores carregados são desligados da linha e a seguir são novamente conectados através das placas que possuem cargas com sinal contrário.

b) Determinar a carga final e a tensão em cada capacitor. (1pto) (V1=V2=360V; q1=2,88x10⁻³ C e q2=4,32x10⁻³ C)

Dados: C₁ = 8 μF C₂ = 12 μF U = 1800 V ε₀ = 8,85x10⁻¹² F/m

Formulário: q = C.V $\frac{1}{C_{série}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ C_{paralelo} = C₁ + C₂

18)(P2-1ºsem06-noturno) Os capacitores estão associados conforme ilustrado. Aplica-se entre os pontos A e C uma tensão.

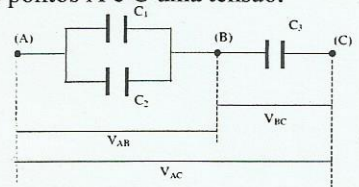
a) as tensões em cada capacitor; (1,5 ptos) (V_{ab} = 500 V e V_{bc} = 300V)

b) a carga elétrica armazenada em cada capacitor; (1,5 ptos) (2000μC, 4000 μC, 6000μC)

c) a capacitância equivalente da associação dos três capacitores. (0,5) (7,5μC)

Dados: C1 = 4 μF C2 = 8 μF C3 = 20 μF V_{AC} = 800 V

Formulário: q = C.V



19)(P3-1ºsem06-diurno) Um capacitor de capacitância C0 é ligado em série com um capacitor plano de capacitância C, área de placa A e distância entre as placas d. Nesta associação aplica-se uma tensão constante V. Pedem-se:

a) calcular a carga em cada capacitor; (1pto) (q=7200x10⁻¹² C e q0=7200x10⁻¹² C)

b) calcular novamente a carga em cada capacitor supondo que os capacitores sejam desconectados da fonte, desligados um do outro, a distância entre as placas do capacitor plano seja alterada para d* e a seguir os capacitores sejam novamente conectados através das placas que possuem cargas de mesmo sinal. (1,5 ptos) (q=2,88x10⁻¹⁴ C e q0=1,44x10⁻⁸ C)

Dados: C₀ = 12 mF d = 0,02 m ε₀ = 8,85x10⁻¹² F/m A = 1,36.10⁻² m² V = 1200 V d* = 0,005 m

Formulário: q = C.V C = ε₀.A/d

20)(P3-1ºsem06-noturno) Um capacitor de capacitância C1 é ligado em série com outro capacitor de capacitância C2. Nesta associação aplica-se uma tensão constante V0. Pedem-se:

a) calcular a carga em cada capacitor; (1pto) (q1=5760μC e q2=5760μC)

b) calcular novamente a carga em cada capacitor supondo que os capacitores sejam desconectados da fonte e desligados um do outro e a seguir sejam novamente conectados através das placas que possuem cargas de mesmo sinal. (1,5 ptos) (q1=4608μC e q2=6912μC)

Dados: C1 = 8 μF

C2 = 12 μF

V0 = 1200 V

Formulário: q = C.V

21)(P2-2ºsem06-noturno) Dois capacitores possuem capacitâncias C1 e C2. Inicialmente os capacitores estão isolados. O capacitor C1 é submetido a tensão V1 e o capacitor C2 está sem carga elétrica (situação inicial). Em seguida os capacitores são associados em paralelo (situação final). Pedem-se:

a) as cargas elétricas em cada capacitor nas situações inicial e final; (2 pts) (q1=3428μC e q2=8570μC)

b) A variação de energia potencial elétrica do sistema constituído pelos dois capacitores entre as situações final e inicial. (1,5 ptos) (-1,29J)

Dados: C1 = 40 μF

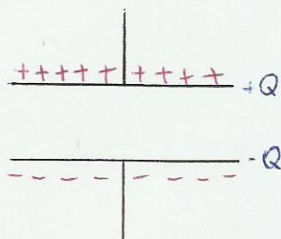
C2 = 100 μF

V1 = 300 V

Formulário: q = C.V

U^{energia potencial} = $\frac{1}{2} C.V^2$

Capítulo 24- Capacitores



$$C = \frac{Q}{V} \text{ (F)}$$

C: Capacitância (F) "Faraday"

Q: carga (C)

V: DDP: tensão

$$C = \frac{\epsilon A}{x} \text{ (F)}$$

ϵ : constante de permissividade

x: distância entre as placas

A: área das placas

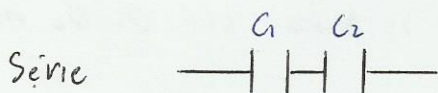
$$E = \frac{V}{x} \quad ; \quad E: \text{campo elétrico}$$

$$U = \frac{CV^2}{2} \quad ; \quad U: \text{Energia armazenada no capacitor}$$

Capacitores com dielétrico

$$C_0 = \frac{C}{K} \quad V_0 = V \cdot K$$

Associação de capacitores

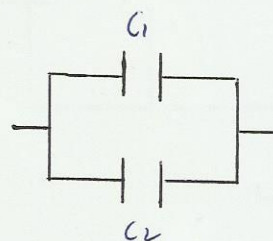


$$Q_1 = Q_2$$

$$V_{\text{total}} = V_1 + V_2$$

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Paralelo

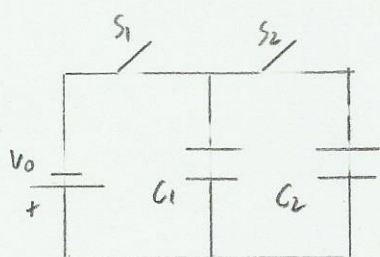


$$Q_{\text{total}} = Q_1 + Q_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$$

1) (P2-1º xim 11- noturno)



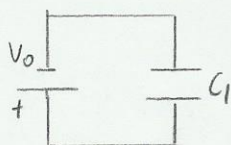
t_0 : S_1 fecha e S_2 aberta

t_1 : S_1 abre e S_2 fecha

Dados: $V_0 = 3,00V$ $C_1 = 500pF$ $C_2 = 250pF$

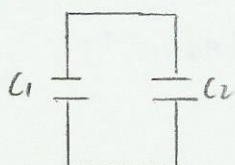
(a) $Q_1 = ?$ no t_1

No instante t_0 :



$$C = \frac{Q}{V} \quad ; \quad Q_1 = CV = 500 \cdot 10^{-12} \cdot 3 = \underline{1,5 \cdot 10^{-9} \text{ C}}$$

No instante t_1 :



(circuito II)

$$Q_t = Q_1 + Q_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$1,5 \cdot 10^{-9} = Q_1 + Q_2$$

$$1,5 \cdot 10^{-9} = C_1 V_1 + C_2 V_2 \quad ; \quad V_1 = V_2$$

$$V = \frac{1,5 \cdot 10^{-9}}{500 \cdot 10^{-12} + 250 \cdot 10^{-12}} = \underline{2V}$$

$$Q_1 = 2 \cdot 500 \cdot 10^{-12}$$

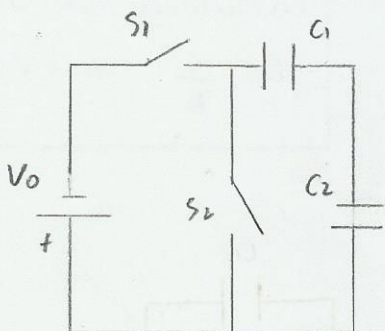
$$c) U = \frac{CV^2}{2}$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = \left(\frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \right)_2 - \left(\frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \right)_1$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot (500 \cdot 10^{-12} + 250 \cdot 10^{-12}) - \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 3^2 \cdot 10^{-12}$$

$$\therefore U_{1 \rightarrow 2} = -7,50 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

2) (Pl - 1º XM 11 - durno)



Dados:

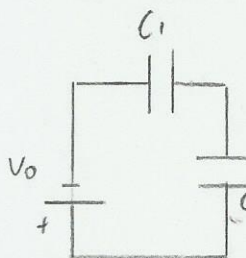
$$V_0 = 5,00 \text{ V}$$

$$C_1 = 500 \text{ pF} \quad C_2 = 167 \text{ pF}$$

t_0 : switch at C_1 e C_2 carregados

t_1 : S_1 abre S_2 fecha at $Q_1 = Q_2$ not 2

a) Q_1 no t_1



Série

$$Q_1 = Q_2$$

$$V_0 = V_1 + V_2$$

$$C = \frac{Q}{V} \quad \therefore Q = CV$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q_1 - Q_2 = 0$$

$$C_1 V_1 - C_2 V_2 = 0$$

$$500 \cdot 10^{-12} V_1 - 167 \cdot 10^{-12} V_2 = 0$$

$$\div 167 \cdot 10^{-12}$$

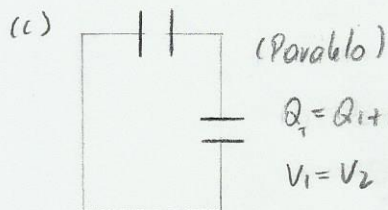
$$\begin{cases} 3V_1 - V_2 = 0 & \text{I} \\ V_1 + V_2 = 5 & \text{II} \end{cases}$$

Somando I e II

$$4V_1 = 5 \quad \therefore V_1 = 1,25 \text{ V}$$

$$Q_1 = 500 \cdot 1,25 \cdot 10^{-12} \quad \therefore Q_1 = 6,25 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

(b) $V_1 = 1,25 \text{ V}$



(Paralelo)

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$1250 \cdot 10^{-12} = 500 \cdot 10^{-12} V_1 + 167 \cdot 10^{-12} V_2 \quad ; \quad V_1 = V_2$$

$$\therefore V = 1,87 \text{ V}$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} C V_{(1)}^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2} (500 \cdot 1,87^2 + 167 \cdot 1,87^2) \cdot 10^{-12} = 1,166 \cdot 10^{-9}$$

$$\therefore U = -3,99 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} (500 \cdot 1,25^2 + 167 \cdot 3,75^2) \cdot 10^{-12} = 7,564 \cdot 10^{-9}$$

3) (P3 - 1º x m 11 - noturno)

Dados: $C_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ $C_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ $C_3 = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

(a) $Q_1 = ?$ no A aberto

$V = 12 \text{ V}$

Estado (1) S aberto

(Série: $C_1 + C_3$)

$$Q = CV$$

$$Q_1 = Q_3$$

$$V = V_1 + V_3$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 10^{-6} V_1 - 20 \cdot 10^{-6} V_3 = 0 \\ V_1 + V_3 = 12 \end{cases} \sim \begin{cases} 3V_1 - 20V_3 = 0 \\ V_1 + V_3 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3V_1 - 20V_3 = 0 \\ 20V_1 + 20V_3 = 240 \end{cases} + \begin{cases} 23V_1 = 240 \\ V_1 = 10,43 \end{cases} \quad \begin{aligned} Q_1 &= 10,43 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \\ Q_1 &= \underline{31,30 \cdot 10^{-6} \text{ C}} \end{aligned}$$

b) V_1 e V_3 após S ser fechada

$$V = V_1 + V_3; V_1 = V_2 = V' \quad 3 \cdot 10^{-6} V_1 + 2 \cdot 10^{-6} V_2 = 20 \cdot 10^{-6} V_3; V_1 = V_2 = V'$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$5 \cdot V' = 20V_3$$

$$V' = 4V_3$$

$$V_1 + V_3 = 12$$

$$4V_3 + V_3 = 12$$

$$5V_3 = 12 \Rightarrow V_3 = \underline{2,4 \text{ V}} \quad V_1 = V - V_3 = 12 - 2,4 = \underline{9,6 \text{ V}}$$

c) ΔU em C_1

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad \Delta U = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-6} (9,6^2 - 10,43^2) = \underline{-2,49 \cdot 10^{-5} \text{ J}}$$

4) (P2 - 2º x m 10 - diurno)

Dados: $A = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ $\kappa = 0,002 \text{ m}$ $q = 1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ $k = 3$ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$

a) $Q = ?$

$$C = \frac{\epsilon A}{\kappa} = \frac{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{0,002} = \underline{3,98 \cdot 10^{-20} \text{ F}}$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{q}{C} = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{3,98 \cdot 10^{-20}} = 2,5 \cdot 10^{11} \text{ V} \quad E = \frac{V}{\kappa} = \frac{2,5 \cdot 10^{11} \text{ V}}{0,002} = 1,255 \cdot 10^{14}$$

$$\sigma = E \cdot 3 \epsilon_0 = 1,255 \cdot 10^{14} \cdot 3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 3,33 \cdot 10^3$$

$$E = \frac{\sigma - \sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0} \quad \sigma_{\text{ind}} = \sigma - E \cdot \epsilon_0$$

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10^{-2}} = 3,33 \cdot 10^3 - 1,255 \cdot 10^{14} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 3,33 \cdot 10^3$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma - \sigma_{ind}}{\epsilon_0} = \frac{V}{\pi} ; V = \frac{q}{C} ; C = \frac{\epsilon A}{\pi} = \frac{k \epsilon_0 A}{\pi}$$

$$V = \frac{q \pi}{k \epsilon_0 A} \quad E = \frac{q \pi}{k \epsilon_0 A} ; \pi = \frac{q}{k \epsilon_0 A}$$

$$\frac{\sigma}{k \epsilon_0} = \frac{q}{k \epsilon_0 A} \quad \therefore \sigma = \frac{q}{A} = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10^{-2}} = 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

$$\frac{\sigma}{k \epsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma_{ind}}{\epsilon_0} \quad \sigma_{ind} = \sigma - \frac{\sigma}{k} = 3,33 \cdot 10^{-7} \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$\therefore \sigma_{ind} = 2,22 \cdot 10^{-7} \quad \sigma = \frac{q}{a} \quad \therefore q_{ind} = \sigma_{ind} \cdot A$$

$$q_{ind} = 2,22 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^{-2} = \underline{6,66 \cdot 10^{-9} \text{ C}}$$

(b) U = ?

$$U = \frac{1}{2} C V^2 ; C = \frac{q}{V}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{q V^2}{V} = \frac{1}{2} q V ; V = E \pi = \frac{\sigma}{3 k_0} \cdot \pi$$

$$U = \frac{1}{2} q \cdot \frac{\sigma}{3 \epsilon_0} \cdot \pi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-8} \cdot 3,33 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot 0,002 = \underline{1,255 \cdot 10^{-7} \text{ J}}$$

OU

$$C = \frac{\epsilon A}{\pi} = \frac{k \epsilon_0 A}{\pi} \quad | \quad E = \frac{\sigma}{k \epsilon_0} = \frac{V}{\pi} \quad \therefore V = \frac{\pi \sigma}{k \epsilon_0}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{k \epsilon_0 A}{\pi} \cdot \frac{\pi^2 \sigma^2}{k^2 \epsilon_0^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A \sigma^2 \pi}{k \epsilon_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot (3,33 \cdot 10^{-7})^2 \cdot 0,002}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}$$

$$\therefore U = \underline{1,2552 \cdot 10^{-7} \text{ J}}$$

c) $U = \frac{1}{2} C V^2 ; C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{\pi} \quad E = k \epsilon_0 \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{E}{k}$

$$C_0 = \frac{1}{k} \cdot \frac{\epsilon A}{\pi} \text{ C} \quad \therefore C_0 = \frac{C}{k}$$

$$\rightarrow V_0 = k V$$

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V_0}{\pi} \quad \therefore V_0 = E_0 \pi \quad \therefore V_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \pi = \frac{k \sigma \pi}{\epsilon} \Rightarrow V_0 = k \frac{E \cdot \pi}{V}$$

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2$$

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = \frac{3,885 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{0,002} = 3,9825 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$C_0 = \frac{C}{k} = \frac{3,9825 \cdot 10^{-10}}{3} = 1,3275 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$V = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{3,9825 \cdot 10^{-10}} = 25,1099 \text{ V}$$

$$V_0 = 3 \cdot 25,1099 = 75,33 \text{ V}$$

$$U_0 = \frac{1}{2} \cdot 1,3275 \cdot 10^{-10} \cdot 75,33^2 \quad \therefore U_0 = 3,766 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

5) (P2 - 2º MM 10 noturno)

Dados: $A = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ $\kappa = 0,002 \text{ m}$ $q = 1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ $k=3$

(a) $\sigma_{\text{ind}} = ?$

$$E = \frac{\sigma - \sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{V}{\kappa} \quad ; \quad C = \frac{k \epsilon_0 A}{\kappa} \quad V = \frac{q \kappa}{k \epsilon_0 A}$$

$$E = \frac{V}{\kappa} = \frac{q}{k \epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{k \epsilon_0} \quad \therefore \sigma = \frac{q}{A} = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{2,5 \cdot 10^{-2}} \quad \therefore \sigma = 4,0 \cdot 10^{-7}$$

$$E = \frac{q}{k \epsilon_0 A} = \frac{\sigma - \sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0}$$

$$\sigma_{\text{ind}} = \sigma - \frac{q}{k A} = 4,0 \cdot 10^{-7} - \frac{1 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} \quad \therefore \sigma_{\text{ind}} = 2,667 \cdot 10^{-7}$$

(b) $E = ?$

$$\sigma_{\text{ind}} = \frac{q_{\text{ind}}}{A} \quad \therefore q_{\text{ind}} = 2,667 \cdot 10^{-7} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = 6,667 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{3 \epsilon_0} = \frac{4,0 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \quad \therefore E = 1,51 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

(c) $E_0 = \frac{V_0}{\kappa} =$

$$V_0 = \frac{q \kappa}{\epsilon_0 A}$$

$$V_0 = \frac{q}{C} \quad ; \quad C = \frac{\epsilon_0 A}{\kappa}$$

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 4,52 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

b) (P3-2º MM10 - diurno)

Dados $K=2,4$

(a) $E=?$

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{liq}}}{\epsilon_0}$$

$$E \oint d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow EA = \frac{Q}{\epsilon_0} \therefore E = \frac{q}{A\epsilon_0}; \quad \sigma = \frac{q}{A}; \quad q = \sigma \cdot A$$

$$E = \frac{\sigma \cdot A}{A\epsilon_0} \therefore E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(b) $\frac{\Delta U}{U} = \frac{U_c - U_s}{U_s}$

terminar depois

7) (P3-2º MM10 - noturno)

Dados: $A = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ $\kappa = 0,0025 \text{ m}$ $V_0 = 200 \text{ V}$ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ $K = 4,8$

a) $Q=?$ e $Q_{\text{ind}}=?$

$$C = \frac{q}{V} \therefore q = CV = \frac{K\epsilon_0 A}{\kappa} \cdot V$$

$$q = \frac{1,8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 200}{0,0025} \therefore q = 5,1098 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$E = \frac{\sigma - \sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0} \therefore \sigma_{\text{ind}} = \sigma - E \cdot \epsilon_0$$

$$\sigma_{\text{ind}} = E \cdot \epsilon_0 - \frac{V}{\kappa} \epsilon_0$$

$$= \epsilon_0 K \cdot \frac{V}{\kappa} - \frac{V}{\kappa} \epsilon_0 = \frac{V}{\kappa} \epsilon_0 (K - 1)$$

$$E = \frac{V}{x} = \frac{200}{0,0025} \therefore E = 8 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \cdot K} \therefore \sigma = 8 \cdot 10^4 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,8$$

$$\sigma = 1,27 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{\text{ind}} = \sigma - E \cdot \epsilon_0$$

$$= 1,27 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^4 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \therefore \sigma_{\text{ind}} = 5,66 \cdot 10^{-7}$$

$$E = \frac{V}{x} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 K} \quad Cx \quad \epsilon A x$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0 K} = \frac{q}{\epsilon_0 K A} \therefore \sigma = \frac{q}{A}$$

$$q = 5,66 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \therefore q = \underline{2,26 \cdot 10^{-8} \text{ C}}$$

(b) $U = ?$

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

$$C = \frac{\epsilon_0 K A}{x} = \frac{1,8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{0,0025} \therefore C = 2,55 \cdot 10^{-10}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot 2,55 \cdot 10^{-10} \cdot 200^2 \therefore U = \underline{5,1 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

(c) Não se altera, pois o campo elétrico (E) é constante

(d) A carga do capacitor sem o dielétrico é menor do que com o dielétrico

8) (PL-1º MM10-noturno)

Dados: $A = 0,05 \text{ m}^2$ $d = 0,004 \text{ m}$ $V = 150 \text{ V}$ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

a) $q = ?$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{x} \Rightarrow q = \frac{\epsilon_0 A \cdot V}{x} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05 \cdot 150}{0,004}$$

$$\therefore q = \underline{16,59 \cdot 10^{-9} \text{ C}}$$

$$(b) F = q \cdot E$$

$$\phi = \int E dl = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\int E dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A}$$

$$F = \frac{q \cdot q}{\epsilon_0 A}$$

$$= \frac{(16,59 \cdot 10^{-9})^2}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 905}$$

$$\therefore F = 6,22 \cdot 10^{-4}$$

$$\therefore F = \underline{3,1 \cdot 10^{-4} \text{ N}}$$

$$(c) U = \frac{1}{2} CV^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot A}{2\pi} \cdot V^2 \quad \therefore U = \frac{1}{4} \cdot \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05 \cdot 150^2}{0,004}$$

$$\therefore U = \underline{6,22 \cdot 10^{-7} \text{ J}}$$

9) (P2 - 1º x 10 - noturno)

(a) $V = ?$ e $d = ?$

$$C = \frac{q}{V} \quad \therefore V = \frac{q}{C} = \frac{40 \cdot 10^{-12}}{20 \cdot 10^{-12}} \quad \therefore \underline{V = 2 \text{ V}}$$

$$C = \frac{\epsilon A}{\pi} \quad \therefore \pi = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \pi \cdot 0,04^2}{20 \cdot 10^{-12}} \quad \therefore \underline{\pi = 2,22 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

(b) $F = q \cdot E$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{q}{A} : 2\epsilon_0 \quad \therefore E = \frac{q}{A \cdot 2\epsilon_0}$$

$$F = \frac{q^2}{2A\epsilon_0} = \frac{(40 \cdot 10^{-12})^2}{2 \cdot \pi \cdot 0,04^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \quad \therefore \underline{F = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ N}}$$

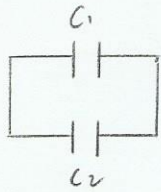
(c) $W_{x_1 \rightarrow x_2} = \int_{x_1}^{x_2} F dx$; $x_1 = \pi$ $x_2 = 2\pi$

$$W = F(x_2 - x_1) = F(2d - d) \quad \therefore W = F \cdot d$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{\pi} \quad \therefore \pi = \frac{\epsilon_0 A}{C} \quad | \quad W = \frac{F \cdot \epsilon_0 A}{C} = \frac{1,8 \cdot 10^{-6} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \pi \cdot 0,04^2}{20 \cdot 10^{-12}}$$

$$\therefore W = \underline{4 \cdot 10^{-11} \text{ J}}$$

10.) (P3-1^o x m 10 - noturno)



Paralelo

$$C_T = C_1 + C_2$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

$$V_1 = V_2$$

a) $C_{eq} = ?$

$$C_{eq} = 200 \cdot 10^{-12} + 200 \cdot 10^{-12}$$

$$\therefore C_{eq} = \underline{400 \text{ pF}}$$

b) Q_{total} em cada capacitor

$$C_T \cdot V = 2920 = 40000 \quad \therefore q_1 = 40000$$

$$C_2 \cdot V = 20000 \quad \therefore q_2 = 20000 \quad \therefore q_T = 60000$$

$$\therefore Q_1 = Q_2 = \underline{30000 \text{ pC}}$$

c) $U = \frac{1}{2} CV^2$

$$C = \frac{q}{V} \quad \therefore V = \frac{q}{C}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{q^2}{C^2}$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

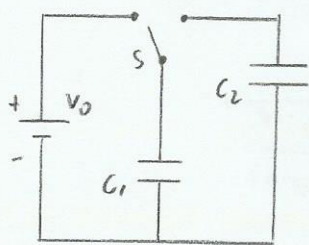
$$U_{\text{ini}} = \frac{1}{2} \left(\frac{(40000 \cdot 10^{-12})^2}{200 \cdot 10^{-12}} + \frac{(20000 \cdot 10^{-12})^2}{200 \cdot 10^{-12}} \right)$$

$$\therefore U_{\text{ini}} = \underline{5 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

$$U_{\text{final}} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{(30000 \cdot 10^{-12})^2}{200 \cdot 10^{-12}} + \frac{(30000 \cdot 10^{-12})^2}{200 \cdot 10^{-12}} \right) \quad \therefore U_{\text{final}} = \underline{4,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

11.) (P3-1^o x m 10 - diurno)

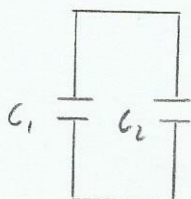


$$V_0 = 12V$$

$$C_1 = 4,0 \mu\text{F} \quad C_2 = 6,0 \mu\text{F}$$

$$q_1 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \quad \therefore q_1 = 4,8 \cdot 10^{-5}$$

$$C = \frac{q}{V}$$



$$q_T = q_1 + q_2$$

$$C_T = C_1 + C_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$\begin{cases} C_1 V_1 + C_2 V_2 = 4,8 \cdot 10^{-5} \\ V_1 - V_2 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} V_1 \cdot 4 \cdot 10^{-6} + V_2 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 4,8 \cdot 10^{-5} \\ V_1 - V_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,4 V_1 + 0,6 V_2 = 4,8 \\ V_1 - V_2 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} 0,4 V_1 + 0,6 V_1 = 4,8 \\ 0,6 V_1 - 0,6 V_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,4 V_1 + 0,6 V_2 = 4,8 \\ V_1 = 4,8 \end{cases}$$

$$V_2 = \frac{4,8 - 0,4 \cdot 4,8}{0,6} \quad \therefore V_2 = 4,8$$

$$q_1 = C_1 V_1 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 4,8 \quad \therefore q_1 = \underline{19,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}$$

$$q_2 = C_2 V_2 = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4,8 \quad \therefore q_2 = \underline{28,8 \cdot 10^{-6} \text{ C}}$$

$$(b) \quad U = \frac{1}{2} C V^2$$

$$U_{ini} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 12^2 \quad \therefore U_{ini} = \underline{288 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

$$U_{final} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 4,8^2 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4,8^2 \quad \therefore U_{final} = \underline{115,2 \cdot 10^{-6}}$$

12) (P2 - 2º ximom - diurno)

Dados:

$$d = 0,001 \text{ m} \quad V = 20 \text{ V} \quad C = 100 \cdot 10^{-9} \text{ F} \quad C' = 50 \cdot 10^{-9} \quad q' = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_c = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$a) \quad \epsilon = \frac{U}{A \cdot d} \quad C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \therefore A = \frac{100 \cdot 10^{-9} \cdot 0,001}{8,85 \cdot 10^{-12}} \quad \therefore A = 11,299$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \cdot 20^2 = 2 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{11,299 \cdot 0,001} \quad \therefore \epsilon = \underline{1,77 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^3}$$

~~13) (P2 - 2º ximom - diurno)~~

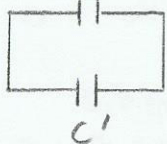
$$b) \quad W = q_c V$$

$$W = 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 20 \quad W = 3,2 \cdot 10^{-18}$$

$$W = \frac{m}{2} (v^2 - v_0^2) \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-18}}{9,11 \cdot 10^{-31}}}$$

$$\therefore v = \underline{2,65 \cdot 10^6 \text{ m/s}}$$

$$(c) \quad \text{Circuit diagram: } C \text{ and } C' \text{ in parallel. } q = C V = 100 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \quad \therefore q = 2 \cdot 10^{-6}$$



$$q_r = q + q' \quad q = 2 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-6}$$

$$C = \frac{q}{V} \quad \therefore V = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{50 \cdot 10^{-9}} \quad \therefore V = \underline{20 \text{ V}}$$

$$U_q = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \cdot 20^2 = \underline{20 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

$$U_{q'} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 10^{-9} \cdot 20^2 = \underline{10 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

13) (P1-1ºxmo09-diurno)

Dados:

$$C = 100 \cdot 10^{-9} \text{ F} \quad d = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad V = 12 \text{ V}$$

(a)

$$\int \vec{E} d\vec{l} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad ; \quad q = \sigma A$$

$$EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \quad \therefore E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(b) $\sigma = ?$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \therefore A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{100 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = 11,299 \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad ; \quad C = \frac{q}{V} \quad \therefore q = 100 \cdot 10^{-9} \cdot 12 = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\sigma = \frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{11,299} = 1,06 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

(c) $W = \int_{n_1}^{n_2} F dx \quad ; \quad n_1 = x \quad ; \quad n_2 = 2x$

$$W = F(n_2 - n_1) = q \cdot E \cdot (2x - x)$$

$$q = CV = \frac{\epsilon_0 A \cdot V}{2x} \quad ; \quad E = \frac{V}{2x}$$

$$W = \frac{\epsilon_0 A \cdot V}{2x} \cdot \frac{V}{2x} \cdot x = \frac{\epsilon_0 A \cdot V^2}{4x} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 11,299 \cdot 12^2}{4 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}$$

$$\therefore W = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$W_{\text{opivo}} = -W = \underline{\underline{-3,6 \cdot 10^{-6} \text{ J}}}$$

14) (P1-1ºxmo04-diurno)

Dados: $l = 0,4 \text{ m}$ $d = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $V = 30 \text{ V}$

a) $E = ?$

$$E = \frac{V}{x} = \frac{30}{6 \cdot 10^{-3}} \quad \therefore E = \underline{\underline{5000 \text{ V}}}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,4^2}{6 \cdot 10^{-3}} \cdot 30^2 \quad \therefore U = \underline{\underline{1,06 \cdot 10^{-7} \text{ J}}}$$

b)

$E = 5000 \text{ V}$; Porque o campo elétrico é o mesmo

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot A}{2\pi} \cdot (E \cdot 2\pi)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot A \cdot E^2 \cdot 4\pi^2}{2\pi}$$

$$U = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,4^2 \cdot 5000^2 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \quad \therefore U = \underline{2,1124 \cdot 10^{-7}}$$

15) (P2-1º xmo04 - noturno)

Dados: $d = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $C = 800 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

(a) $E = ?$ $V = ?$ $U = ?$

$$C = \frac{q}{V} \quad \therefore V = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{800 \cdot 10^{-12}} = \underline{2500 \text{ V}}$$

$$E = \frac{V}{\pi} = \frac{2500}{3 \cdot 10^{-3}} = \underline{8,33 \cdot 10^5 \text{ V/m}}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 10^{-12} \cdot 2500^2 \quad \therefore U = \underline{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$$

(b) $W = ?$ para $3d$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F dx = F(x_f - x_i) ; x_f = 3d \quad x_i = d$$

$$= q \cdot E(3d - d)$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q = C \cdot V = \frac{\epsilon_0 A}{3d} \cdot V ; E = \frac{V}{\pi} = \frac{V}{3d}$$

$$W = \frac{\epsilon_0 A V}{3d} \cdot \frac{V}{3d} \cdot 2d = \frac{\epsilon_0 A \cdot V^2 \cdot 2}{9d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,271 \cdot 2500^2 \cdot 2}{9 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A_1}{d_1} \quad \therefore A_1 = \frac{800 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = 0,271 \quad \therefore W = \underline{1,17 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$$

16) (P2-2º xmos - diurno)

Dados: $C_1 = 8 \mu\text{F}$ $C_2 = 12 \mu\text{F}$ $U = 1320 \text{ V}$ (Capacitores em série)

(a) $Q_1 = ?$ $Q_2 = ?$ $V_1 = ?$ $V_2 = ?$

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 \\ V_1 + V_2 = U \end{cases} \quad \begin{cases} C_1 V_1 - C_2 V_2 = 0 \\ V_1 + V_2 = U \end{cases} \quad \begin{cases} 8 \cdot 10^{-6} V_1 - 12 \cdot 10^{-6} V_2 = 0 \\ V_1 + V_2 = 1320 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2V_1 - 3V_2 = 0 \\ V_1 + V_2 = 1320 \end{cases} \quad \begin{cases} 2V_1 - 3V_2 = 0 \\ 5V_1 = 3960 \end{cases} \quad \therefore V_1 = \underline{792 \text{ V}} \quad V_2 = \underline{528 \text{ V}}$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} \quad \therefore \quad Q_1 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 792 = \underline{6,34 \cdot 10^{-3} \text{ C}}$$

$$Q_2 = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 528 = \underline{6,34 \cdot 10^{-3} \text{ C}}$$

b) Capacitores em paralelo

$$\begin{cases} Q_T = Q_1 + Q_2 \\ V_1 = V_2 \end{cases} \quad \begin{cases} C_1 V_1 + C_2 V_2 = Q_T \\ V_1 = V_2 = V \end{cases}$$

$$V (C_1 + C_2) = Q_T$$

$$V = \frac{2 \cdot 6,34 \cdot 10^{-3}}{(8+12) \cdot 10^{-6}} \quad \therefore \quad V = \underline{633,6 \text{ V}} = V_1 = V_2$$

$$Q_1 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 633,6 = \underline{5,07 \cdot 10^{-3} \text{ C}}$$

$$Q_2 = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 633,6 = \underline{7,6 \cdot 10^{-3} \text{ C}}$$

c)

$$U_1 = \frac{q^2}{2C} = \frac{(6,34 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} + \frac{(6,34 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 12 \cdot 10^{-6}} = \underline{4,2 \text{ J}}$$

$$U_2 = \frac{(5,07 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} + \frac{(7,6 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 12 \cdot 10^{-6}} = \underline{4,01 \text{ J}}$$

17.) (P2-2º xmos - noturno)

Dados: $C_1 = 8 \mu\text{F}$ $C_2 = 12 \mu\text{F}$ $U = 1800 \text{ V}$ (capacitores em paralelo)

a) Determinar carga e tensão

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\begin{cases} V_1 = V_2 = 0 \\ Q_T = Q_1 + Q_2 \end{cases} \quad \therefore \quad U = V_1 = V_2 = \underline{1800 \text{ V}}$$

$$Q_1 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 1800 = \underline{14,4 \cdot 10^{-3} \text{ C}} \quad Q_2 = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 1800 = \underline{21,6 \cdot 10^{-3} \text{ C}}$$

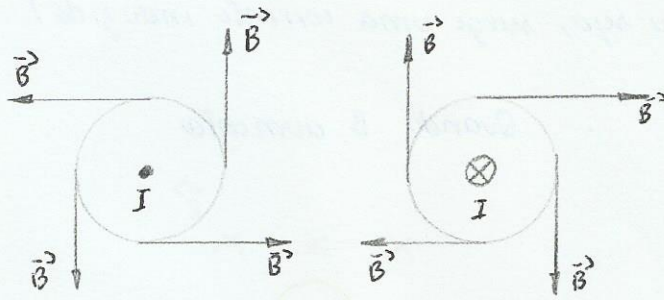
b) Capacitores em srie

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 \\ V_T = V_1 + V_2 \end{cases} \quad \begin{cases} 8 \cdot 10^{-6} V_1 - 12 \cdot 10^{-6} V_2 = 0 \\ V_1 + V_2 = 1800 \end{cases}$$

Fazer Depois

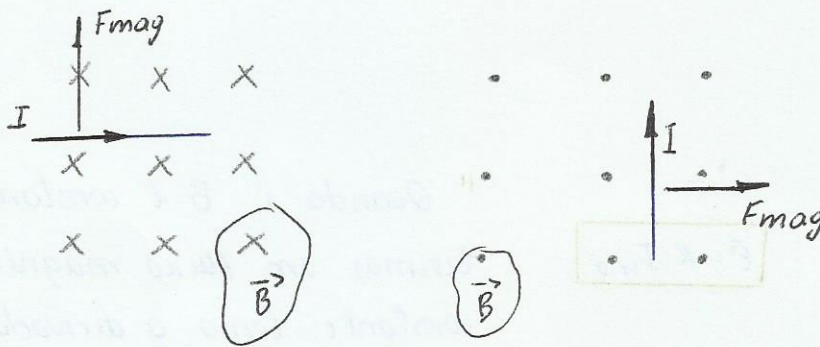
Relembrar

Campo magnético (\vec{B})



- O sentido da corrente é o polegar direito

Força magnética



Obs.: • saindo
⊗ entrando

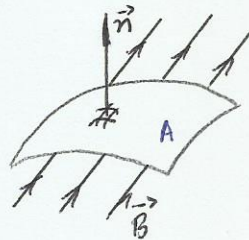
- A mão é na corrente, palma no sentido do campo e polegar, sentido da força magnética

$$F_{mag} = ILB \sin \theta \text{ (N)} ; \theta: \text{ângulo entre } I \text{ e } B$$

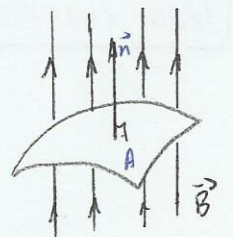
Fluxo magnético (Φ)

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA \text{ (Tm}^2\text{)} \quad \dots \quad \Phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$$

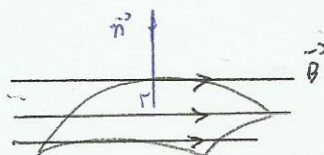
- Quando a normal a área, houver um ângulo, entre o campo magnético
usa-se: $\Phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$



- Quando a normal a área for paralela ao campo
 $\Phi = B \cdot A$



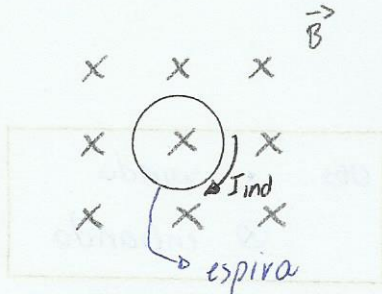
- E por último, quando a normal for perpendicular o fluxo magnético é 0 $\Rightarrow \Phi = 0$



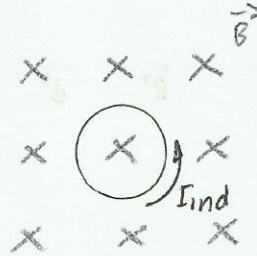
Indução Eletromagnética

- Só existe indução eletromagnética, quando o campo magnético (B) varia com o tempo. (Ou seja, surge uma corrente induzida).

Quando B diminui



Quando B aumenta



Lei de Faraday

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E} = R \cdot I_{ind}$$

↳ Força eletromotriz Induzida (V)

" Quando \mathcal{E} e B é constante, teremos um fluxo magnético constante. Como a derivada de uma constante é "0", então avaliamos que $\mathcal{E} = 0$, logo $I_{ind} = 0$."

Princípio da Indução

" Se o fluxo magnético variar no tempo, surge uma corrente induzida a fim de contrapor a variação do fluxo magnético. Ou seja, esta corrente surge, para tentar deixar o fluxo magnético constante, em equilíbrio."

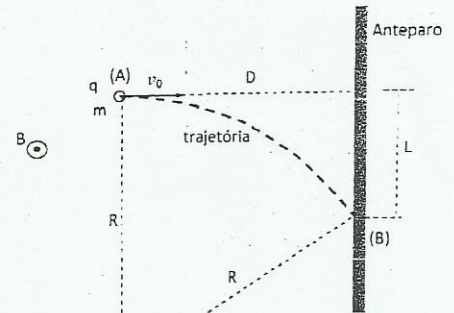
$$\text{Não esquecer } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

18) Lista Complementar

Uma partícula de massa m e carga elétrica q é lançada, com velocidade v_0 , de um ponto A que está numa distância D de um anteparo fixo. Nesta região existe um campo magnético uniforme, de intensidade B , e direção normal ao plano da figura. A partícula colide com o anteparo no ponto B. Pedem-se:

- a) o raio de curvatura R , da trajetória descrita pela partícula;
- b) a distância L , o ângulo θ e o tempo decorrido entre o lançamento e a colisão;
- c) verificar se a trajetória pode ser aproximada por uma parábola.

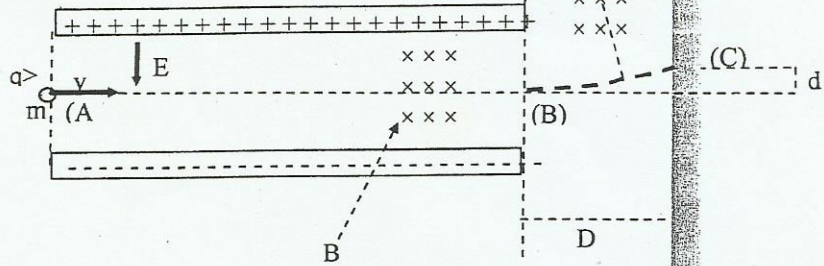
Resp: a) 6 m
 b) $0,02 \text{ m}; 4,78^\circ$; $0,125 \text{ s}$
 c) como o ângulo é muito pequeno, pode ser aproximado por uma parábola.



19) Lista Complementar

Uma partícula, de massa m e carga q , ao adquirir uma velocidade v devido a uma tensão aceleradora V , é projetada a partir do ponto A, para dentro de um campo elétrico uniforme, de intensidade E , produzido por placas paralelas eletrizadas como mostrado na figura. Considerar o campo elétrico nulo fora das placas. Na região há também um campo magnético, também uniforme, de intensidade B , que se estende inclusive para fora das placas. A partícula percorre entre as placas uma trajetória reta AB, e em seguida um trecho circular BC, de raio de curvatura R fora das placas, colidindo com um anteparo numa altura d . A distância entre o anteparo e a extremidade direita das placas vale D . Não considerar a ação do campo gravitacional. Pedem-se:

- a) a velocidade escalar v da partícula;
- b) o raio de curvatura R ;
- c) o campo elétrico E , e o magnético B ;
- d) o novo ponto de colisão no anteparo supondo que a partícula tivesse uma massa $m'' = \frac{\pi}{2}$.



- a) a velocidade escalar v da partícula;
- b) o raio de curvatura R ;
- c) o campo elétrico E , e o magnético B ;
- d) o novo ponto de colisão no anteparo supondo que a partícula tivesse uma massa $m'' = \frac{\pi}{2}$.

Dados: $m = 1,2 \times 10^{-9} \text{ kg}$ $q = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$
 $V = 500 \text{ V}$ $d = 0,1 \text{ m}$ $D = 4 \text{ m}$

Resp: a) $20,4 \text{ m/s}$ b) 80 m
 c) $0,612 \text{ T}$ e $12,5 \text{ N/C}$ d) $0,141 \text{ m}$

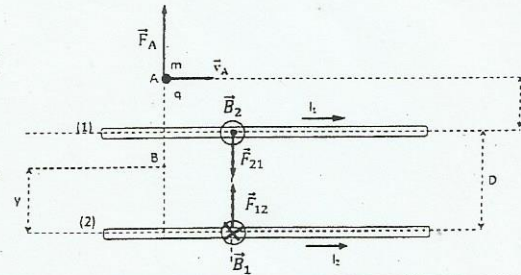
Capítulo 28-Fontes de Campo Magnético
Exercícios

1) P1-2º sem 9 - (diurno)

4- Dois fios longos e paralelos, separados pela distância D , são percorridos por correntes elétricas de intensidades I_1 e I_2 de mesmo sentido, conforme ilustrado na figura a seguir. Um elétron é lançado do ponto A, com velocidade \vec{v}_A , numa direção paralela aos fios.

- a) A força magnética exercida mutuamente entre os fios é atrativa ou repulsiva? Justifique; (0,5 pts)
- b) Calcule a força magnética que atua sobre o elétron no ponto A; (1 pts)
- c) Determine a posição y do ponto B, indicado na figura, em que o campo magnético produzido pelas correntes que fluem pelos fios é nulo. (1 pts)

Dados: $I_1 = 10 \text{ A}$ $I_2 = 4 \text{ A}$ $d = 1 \text{ m}$ $D = 2 \text{ m}$ $q = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $v_A = 6 \times 10^5 \text{ m/s}$
 Formulário: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{u}$ $\vec{F}_{\text{mag}} = I \vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \times \vec{B}$ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$



Resp: a) é atrativa b) $2,18 \times 10^{-19} \text{ j (N)}$ c) $4/7 \text{ m}$

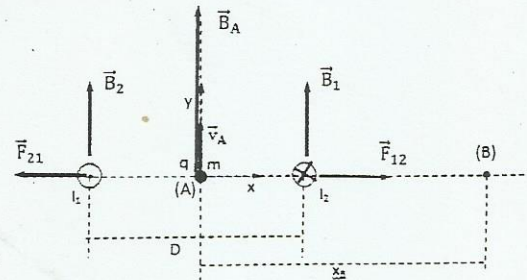
2) P1-2º sem 9 - (noturno)

4- Dois fios longos e paralelos, separados pela distância D , são percorridos por correntes elétricas de intensidades I_1 e I_2 de sentidos contrários. Um elétron é lançado do ponto A, equidistante dos fios, com velocidade \vec{v}_A , conforme ilustrado na figura a seguir.

- a) A força magnética exercida mutuamente entre os fios é atrativa ou repulsiva; (0,5 pts)
- b) Calcule a força magnética que atua sobre o elétron no ponto A; (1 pts)
- c) Determine a posição x_B do ponto B, indicado na figura, em que o campo magnético produzido pelas correntes que fluem pelos fios é nulo. (1 pts)

Dados: $I_1 = 10 \text{ A}$ $I_2 = 4 \text{ A}$ $D = 6 \text{ m}$ $q = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $v_A = 6 \times 10^5 \text{ m/s}$
 Formulário: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{u}$ $\vec{F}_{\text{mag}} = I \vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \times \vec{B}$ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$

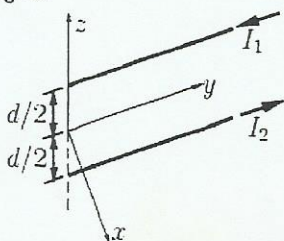
Resp: a) é repulsiva
 b) 0 (N) c) 7 m



Resp: b) repulsiva
 c) $0,0375 \text{ N/m}$

3) P1-1º sem 10 - (diurno)

3. Dois fios paralelos de comprimento $L = 10,0 \text{ cm}$ estão no plano yz separados por uma distância $2,00 \text{ mm}$ e transportam correntes elétricas de magnitudes $I_1 = 15,0 \text{ A}$ e $I_2 = 25,0 \text{ A}$ nos sentidos indicados na figura.

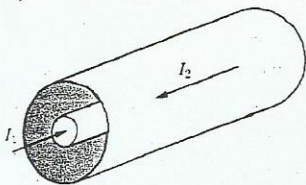


- a) Mostre que o módulo do campo magnético produzido pelo fio 2 a uma distância d do fio vale $B_2 = 2,50 \text{ mT}$. Indique claramente, na figura, o caminho de integração e o vetor $d\vec{l}$ usados no cálculo bem como a direção e o sentido do vetor campo magnético. (1,0 pt.)

- b) A força entre os fios é atrativa ou repulsiva? Justifique. (0,5 pt.)

- c) Determine o módulo F/L da força magnética por unidade de comprimento de fio. (0,5 pt.)

4)P1-1ºsem10-(noturno)



2. Um cabo coaxial é composto por um cilindro condutor interno de raio $a = 0,81 \text{ mm}$, pelo qual flui corrente elétrica $I_1 = 15,0 \text{ mA}$, separado por um isolante, de uma casca cilíndrica condutora de raio $b = 4,95 \text{ mm}$ pelo qual flui corrente elétrica $I_2 = 10,0 \text{ mA}$, como mostra a figura. Determine o campo magnético \vec{B} no exterior do cabo coaxial e indique claramente, na figura, o caminho de integração e o vetor $d\vec{l}$ usados no cálculo bem como a direção e o sentido do vetor campo magnético. (1,0 pt.)

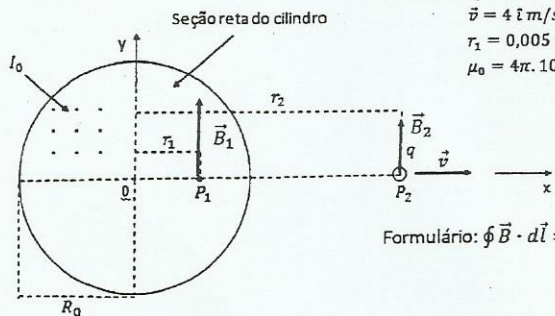
Resp: $B = 2,02 \times 10^{-7} \text{ T}$



5)P1-2ºsem10-(diurno)

4. Um condutor cilíndrico longo, de raio R_0 , conduz uma corrente elétrica I_0 , saindo do plano, e uniformemente distribuída na área da seção reta do cilindro. Determinar:

- a) a intensidade, direção e sentido do campo magnético nos pontos P_1 e P_2 ; (2 pts)
- b) a força magnética \vec{F} que atua sobre uma carga elétrica q , quando a mesma passa pelo ponto P_2 com velocidade \vec{v} . (0,5 pts)



Dados: $I_0 = 10 \text{ A}$
 $\vec{v} = 4 \hat{i} \text{ m/s}$
 $r_1 = 0,005 \text{ m}$
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$
 $q = 0,005 \text{ C}$
 $R_0 = 0,01 \text{ m}$
 $r_2 = 0,02 \text{ m}$

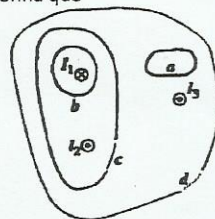
Resp:
 a) $B_1 = B_2 = 1 \times 10^{-4} \hat{j} \text{ (T)}$
 b) $2 \times 10^{-6} \text{ K (N)}$

Formulário: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}}$ $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

6)P1-2ºsem10-(noturno)

3. A figura mostra seções transversais de três condutores que conduzem correntes de módulos $I_1 = 9,00 \text{ A}$, $I_2 = 4,00 \text{ A}$ e $I_3 = 5,00 \text{ A}$, respectivamente. As correntes atravessam o plano nos sentidos indicados.

- a) Determine o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ para cada um dos caminhos fechados a , b , c e d mostrados na figura. Suponha que todos os caminhos são orientados no sentido anti-horário e explique suas respostas; (2,0 pt.)
- b) O que muda se todos os caminhos forem orientados no sentido horário? Explique. (0,5 pts)

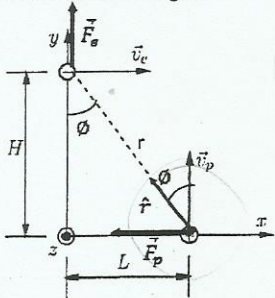


Dado: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$
 Formulário: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$

Resp: a) 0; $-36\pi \cdot 10^{-7} \text{ (Tm)}$; $-20\pi \cdot 10^{-7} \text{ (Tm)}$; 0
 b) 0; $36\pi \cdot 10^{-7} \text{ (Tm)}$; $20\pi \cdot 10^{-7} \text{ (Tm)}$; 0

7)P1-2ºsem10-(noturno)

4. Um elétron de carga $q_e = -e$ e um próton de carga $q_p = +e$ se movem com velocidades \vec{v}_e e \vec{v}_p , respectivamente, como indicado na figura.



- a) Mostre que o campo magnético produzido pelo próton na posição do elétron é $\vec{B}_p = \frac{\mu_0}{4\pi} q_p v_p \frac{L}{(H^2 + L^2)^{3/2}} \hat{k}$ (1,0 pt.)
- b) Calcule a força magnética \vec{F} que o próton exerce sobre o elétron. Suponha que $H = 4,00 \text{ nm}$, $L = 3,00 \text{ nm}$, $v_e = v_p = 950 \text{ km/s}$ e $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$. (0,5 pt.)
- c) Quais são a direção e o sentido da força magnética produzida pelo elétron sobre o próton? (0,5 pt.)
- d) Ignorando a presença do elétron, qual seria o sentido de movimento do próton se fosse submetido a um campo magnético externo $\vec{B} = (1,10 \text{ T})\hat{k}$? (0,5 pt.)

Resp:
 b) $0,554 \cdot 10^{-16} \text{ j (N)}$
 c) +i
 d) seria desviado para a direita.

Dado: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

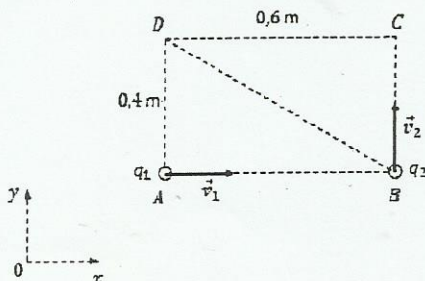
Formulário: $\vec{B} = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^2}$ $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

8)P1-1ºsem11-(diurno)

3. Duas cargas elétricas puntiformes q_1 e q_2 deslocam-se com velocidades \vec{v}_1 e \vec{v}_2 relativamente ao referencial x_0y_0 , conforme ilustrado. Pedem-se:

- a) o campo magnético nos pontos A , B e D . (1,5 pts)
- b) as forças magnéticas que atuam sobre cada carga; (1 pt)

Dados: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$ $q_1 = -2q_2 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$
 $\vec{v}_1 = 50 \hat{i} \text{ m/s}$ $\vec{v}_2 = 150 \hat{j} \text{ m/s}$
 Formulário: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ $\vec{B} = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^2}$



Resp:
 a) $0,1875 \cdot 10^{-7} \text{ K}$; 0;
 $0,173 \cdot 10^{-7} \text{ K (T)}$
 b) $8,44 \cdot 10^{-10} \text{ j (N)}$ e 0

9) P1-1º sem 11 - (noturno)

3. Três cargas elétricas pontiformes q_1 , q_2 e q_3 deslocam-se com velocidades \vec{v}_1 , \vec{v}_2 e \vec{v}_3 respectivamente relativamente ao referencial xOy , conforme ilustrado. Pedem-se:

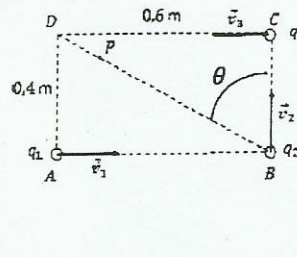
a) o campo magnético no ponto D. (1,5 pts)

b) a força magnética que atua sobre a carga q_2 ; (1 pts)

Dados: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ $q_1 = -q_2 = q_3 = 2 \cdot 10^{-4} C$

$\vec{v}_1 = 50 \hat{i} m/s$ $\vec{v}_2 = 100 \hat{j} m/s$ $\vec{v}_3 = -150 \hat{i} m/s$

Formulário: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ $\vec{B} = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^2}$



Resp:

- a) $0,0305 \cdot 10^{-7} K (T)$
b) $1,66 \cdot 10^{-10} i (N)$

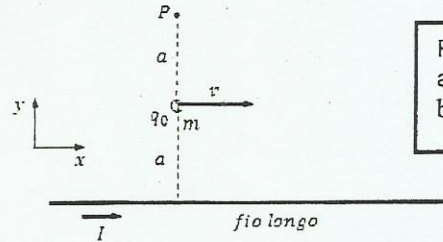
10) P3-1º sem 11 - (noturno)

3. Uma carga elétrica q desloca-se com velocidade escalar v paralelamente a um fio longo conforme mostrado na figura abaixo. O fio longo é percorrido por uma corrente elétrica I . Pedem-se:

a) a força magnética que atua sobre a carga q ; (1 pts)

b) o campo magnético resultante no ponto P. (1,5 pts)

Dados: $q = -1,60 \times 10^{-6} C$ $v = 4 \cdot 10^5 m/s$ $a = 3 m$ $I = 1,28 A$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$



Resp:

- a) $5,46 \cdot 10^{-8} j (N)$
b) $0,36 \cdot 10^{-7} K (T)$

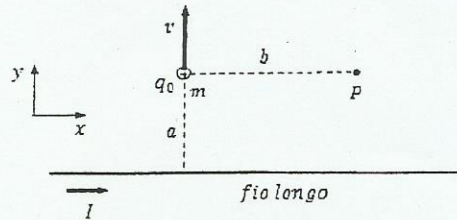
Formulário: $\vec{B}_{carga} = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^2}$ $\vec{B}_{fio} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{u}$ $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

11) P3-1º sem 11 - (noturno)

4. Uma carga elétrica q desloca-se com velocidade escalar v perpendicularmente a um fio longo conforme mostrado na figura abaixo. O fio longo é percorrido por uma corrente elétrica I . Pedem-se:

a) a força magnética que atua sobre a carga q ; (1 pts)

b) o campo magnético resultante no ponto P. (1,5 pts)



Resp:

- a) $-2,73 \cdot 10^{-8} i (N)$
b) $0,444 \cdot 10^{-7} K (T)$

12) Lista Complementar 2sem9

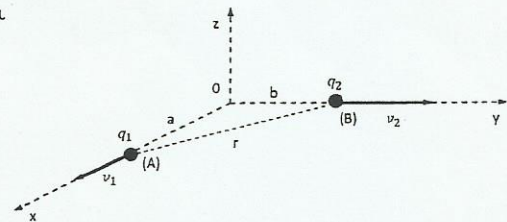
3- As cargas elétricas q_1 e q_2 ilustradas a seguir movem-se, respectivamente, com velocidades v_1 e v_2 em relação a um observador inercial $Oxyz$. Para a posição da figura, determinar a força magnética que atua sobre a carga q_1 .

Dados: $q_1 = 2 \times 10^{-6} C$ $q_2 = 8 \times 10^{-6} C$ $a = 4 m$ $b = 3 m$ $v_1 = 1 \times 10^6 m/s$ $v_2 = 6 \times 10^6 m/s$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$

Resp: $3,1 \times 10^{-7} j (N)$

Formulário: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ $\vec{B} = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^2}$

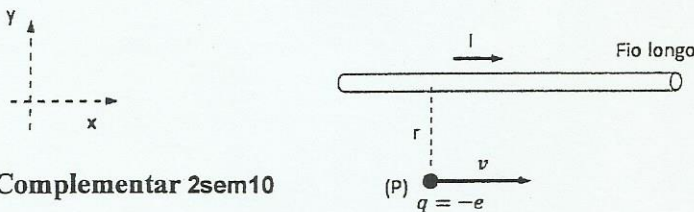


13) Lista Complementar 2sem10

4- A corrente elétrica de intensidade I percorre um fio reto e longo, segundo representação esquemática a seguir. Um elétron desloca-se com velocidade v paralela à corrente e no mesmo sentido. Calcular a força magnética sobre o elétron para a posição da figura.

Dados: $e = 1,6 \times 10^{-19} C$ $r = 0,1 m$ $I = 1,5 A$ $v = 5 \times 10^4 m/s$ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$

Formulário: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$ (lei de Ampère)



Resp: $-2,4 \times 10^{-20} j (N)$

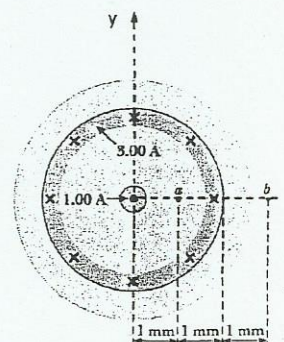
14) Lista Complementar 2sem10

3. A Figura mostra um corte transversal de um cabo coaxial. O condutor central é cercado por uma camada de borracha, que é cercada pelo condutor exterior, que é envolvido por outra camada de borracha. Em uma aplicação particular, a corrente no condutor interno tem intensidade de 1,00 A e a corrente no condutor externo tem intensidade de 3,00 A nas direções indicadas na figura. Determine a magnitude, a direção e o sentido do campo magnético nos pontos a e b.

Dado: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$

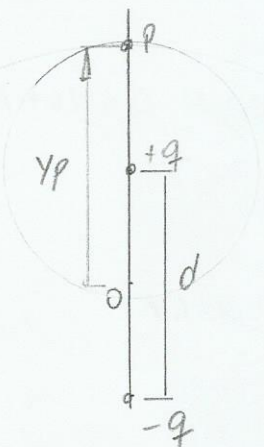
Formulário: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$

Resp: $B_a = 2 \times 10^{-4} j (T)$ e $B_b = 2 \times 10^{-4} j (T)$



1-)

$q_0 = -e$, é liberado do infinito, onde o potencial é nulo



Dados:

$$q = 320 \cdot 10^{-15} \text{ C}, \quad d = 0,150 \text{ m}, \quad e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad y_p = 0,12 \text{ m}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$$

(a)

$$V = \frac{kQ}{r}$$

$$V = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{y - \frac{d}{2}} - \frac{1}{y + \frac{d}{2}} \right)$$

$$V = kq \cdot \left[\frac{y + \frac{d}{2} - y + \frac{d}{2}}{\left(y - \frac{d}{2}\right)\left(y + \frac{d}{2}\right)} \right]$$

$$V = kq \cdot \frac{d}{y^2 - \frac{d^2}{4}}$$

$$V = \frac{qd}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{y^2 - d^2/4} \right)$$

(b) $W_{\infty \rightarrow P} = ?$ no ponto P

$$W_{\infty \rightarrow P} = -q(V_P - V_{\infty})^0$$

$$= \frac{e \cdot qd}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{y^2 - d^2/4} \right) = 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 320 \cdot 10^{-15} \cdot 0,15 \left(\frac{1}{0,12^2 - 0,15^2/4} \right)$$

$$\therefore W_{\infty \rightarrow P} = 2,01 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$W_{\infty \rightarrow P} = \Delta E_c$$

$$W_{\infty \rightarrow P} = \frac{1}{2} m v_p^2 - \frac{1}{2} m v_{\infty}^2$$

$$2,01 \cdot 10^{-21} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot v_p^2 \quad \therefore v_p = 6,69 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(c) E_y para $|y| > d$

$$E = -\frac{dV}{dr} = -\frac{qd}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{y^2 - d^2/4} \right)$$

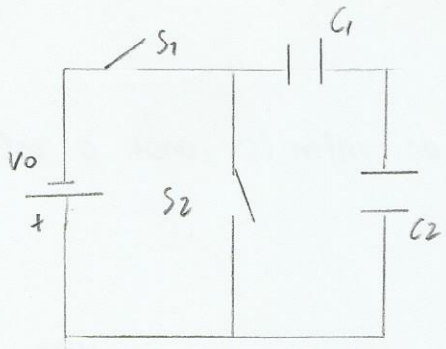
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2yqd}{(y^2 - d^2/4)^2} = 0,146 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{1}{y^2 - d^2/4} \right) = -\left(y^2 - d^2/4\right)^{-2} \cdot 2y$$

$$= \frac{-2y}{(y^2 - d^2/4)^2}$$

2-)

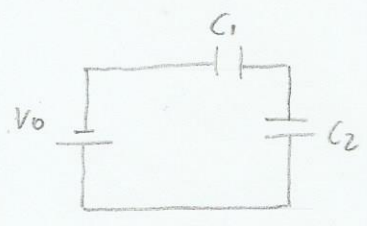
1001 mm 9 vol



to: S1 fecha
 ti: (Eles estão totalmente carregados)
 S1 abre S2 fecha até $Q_1 = Q_2$

Dados:
 $V_0 = 5,00V$ $C_1 = 500pF$ $C_2 = 167pF$

(a) Q_1 no t_1



Circuito em série

$Q_1 = Q_2$; $C = \frac{Q}{V}$; $Q = CV$
 $V = V_1 + V_2$
 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$\begin{cases} 500 \cdot 10^{-12} V_1 - 167 \cdot 10^{-12} V_2 = 0 \\ V_1 + V_2 = 5 \end{cases} \sim \begin{cases} 3V_1 - V_2 = 0 \\ V_1 + V_2 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 4V_1 = 5 \\ V_1 = 1,25V \therefore V_2 = 3,75V \end{cases}$$

$Q_1 = 500 \cdot 10^{-12} \cdot 1,25 = 6,25 \cdot 10^{-10} C = 625 \cdot 10^{-12} C = \underline{625 pC}$

(b)

OU

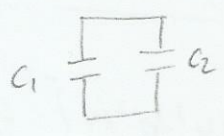
$Q_1 = Q_2 = CV = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} V$
 $= \left(\frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2} \right)^{-1} V = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V = \underline{626 pC}$

(b) $V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{626 \cdot 10^{-12}}{500 \cdot 10^{-12}} \therefore \underline{V_1 = 1,25V}$

(c) $U_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} CV_2^2 - \frac{1}{2} CV_1^2 \therefore U_{1 \rightarrow 2} = \underline{-390 pJ}$

$U_1 = \frac{1}{2} 500 \cdot 10^{-12} \cdot 1,25^2 + \frac{1}{2} 167 \cdot 10^{-12} \cdot 3,75^2 = 1,56 \cdot 10^{-9}$

$U_2 = \frac{1}{2} 500 \cdot 10^{-12} V_1^2 + \frac{1}{2} 167 \cdot 10^{-12} V_2^2 = 1,175 \cdot 10^{-9}$



Circuito em série

$Q_T = Q_1 + Q_2$; $Q_T = C_1 V_1 + C_2 V_2$
 $V_1 = V_2$; $Q_T = V(C_1 + C_2)$

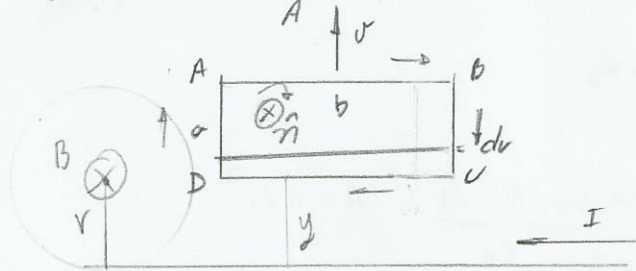
$V = \frac{Q_T}{C_1 + C_2} = \frac{2 \cdot 626 \cdot 10^{-12}}{500 \cdot 10^{-12} + 167 \cdot 10^{-12}}$
 $V = 1,877V = V_1 = V_2$

$2V_1 + V_2 = 5$
 $V_1 + V_2 = 0$
 $V_1 = -5$
 $V_2 = 0,5$

3-)

Dados:

$$y = 4\text{m} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \quad I = 5\text{A} \quad R = 20\Omega \quad a = 6\text{cm} \quad b = 10\text{cm} \quad v = 12\frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\int B dl = I \mu_0$$

$$B L = I \mu_0$$

$$B = \frac{I \mu_0}{2\pi r}$$

1a)

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \int \frac{I \mu_0 b}{2\pi r} dr$$

$$= \frac{I \mu_0 b}{2\pi} \int_y^{y+a} \frac{1}{r} dr = \frac{I \mu_0 b}{2\pi} \ln\left(\frac{y+a}{y}\right)$$

$$\Phi = \frac{5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi} \ln\left(\frac{6+4}{4}\right) = 9,16 \cdot 10^{-6} \text{Tm}^2$$

1b) $I_{\text{ind}} = ?$ sentido

R: sentido horário

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[\frac{I \mu_0 b}{2\pi} (\ln(r+a) - \ln(r)) \right] \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$= -\frac{I \mu_0 b}{2\pi} \cdot \frac{d[\ln(r+a) - \ln(r)]}{dr} \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$= -\frac{I \mu_0 b}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{r+a} - \frac{1}{r} \right] \cdot v$$

$$= -\frac{5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \left[\frac{1}{4+6} - \frac{1}{4} \right] \cdot 12 \cdot 10 = 1,8 \cdot 10^{-5}$$

$$I = \frac{1,8 \cdot 10^{-5}}{20} \therefore I = 9 \cdot 10^{-7} \text{A}$$

$$4.) I_2 = 2,5 \cdot 10^6 \text{ t}$$

$$a) M = ?$$

$$M = \frac{N_1 \Phi_1}{I_2} = \frac{N_2 \Phi_2}{I_1} \quad ; \quad \Phi_1 = \Phi_2$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA = BA \quad ; \quad B = \frac{\mu_0 \cdot N_1 \cdot I_1}{l_1} \quad A = \pi r_1^2$$

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1 \pi r_1^2}{l_1}$$

$$M = \frac{N_2 \mu_0 N_1 I_1 \pi r_1^2}{I_2 l_1} = \mu_0 \pi r_1^2 \frac{N_1 N_2}{l_1}$$

$$b) \Phi = ? \quad \text{no } t = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\Phi_1 = \frac{M I_2}{N_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 0,01^2 \cdot 50 \cdot 2000}{2000} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5 \cdot 10^6 \text{ (T)} = 6,58 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

$$M = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 0,01^2 \cdot 50 \cdot 2000}{1,2} = 5,26 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$I_2 = 2,5 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 2,5 \text{ A}$$

$$\therefore \Phi_1 = \frac{5,26 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5}{2000} = 6,58 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

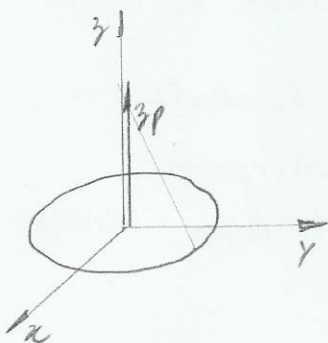
$$c) \mathcal{E} = ?$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{d(N_1 \Phi_1)}{dt} \quad ; \quad N_1 \Phi_1 = M_1 I_2 = \frac{\mu_0 N_1 \pi r_1^2}{l_1} \cdot d(2,5 \cdot 10^6 \text{ t})$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d(M_1 I_2)}{dt} = \frac{M_1 dI_2}{dt} = \frac{5,26 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^6}{1,2} \quad \therefore \quad \underline{\underline{\mathcal{E} = 1315 \text{ V}}}$$

Prova P2 - 2ª Sem 12011 noturno

1-)



$q_0 = -e$ de $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, é liberado do infinito
 Dados: $\sigma = 160 \cdot 10^{-12} \text{ C/m}^2$ $R = 0,2 \text{ m}$ $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $z_p = 0,150 \text{ m}$ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

(a) $W_{\infty \rightarrow p}$

$$W_{\infty \rightarrow p} = -q (V_p - V_{\infty}) \rightarrow 0$$

$$\int \frac{\sigma r}{2\epsilon_0} dr = V \quad \therefore V = \frac{1}{4} \frac{\sigma r^2}{\epsilon_0} \quad \lambda$$

$$\Delta V(0,15) = \frac{160 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (\sqrt{0,15^2 + 0,2^2} - 0,15)$$

$$\therefore V(0,15) = 0,90 \text{ V}$$

$$W_{\infty \rightarrow p} = -(-1,60 \cdot 10^{-19}) \cdot 0,9 \quad \therefore W_{\infty \rightarrow p} = 144,63 \cdot 10^{-21} \text{ W}$$

(b) $W_{\infty \rightarrow p} = \Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_p^2 - v_{\infty}^2) \rightarrow 0$

$$144,63 \cdot 10^{-21} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot v_p^2 \quad \therefore v_p = 5,63 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(c) $E = -\frac{dV}{dz} = -\frac{d}{dz} \left[\frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z) \right]$

$$= \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{2} (z^2 + R^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2z - 1 \right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right] = \frac{160 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left[1 - \frac{0,15}{\sqrt{0,15^2 + 0,2^2}} \right]$$

$$\therefore E = 3,62 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

$$E \cdot 2\pi r = \frac{Q_0}{\epsilon_0}$$

$$V = -\int E dr$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r \epsilon_0}$$

$$\int E dl = \frac{Q_0}{\epsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad Q = \sigma A$$

$$Q = \pi r^2 \sigma$$

$$EL = \frac{Q_0}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\pi r^2 \sigma}{2\pi r \epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma r}{2\epsilon_0}$$

2-)

DADOS:

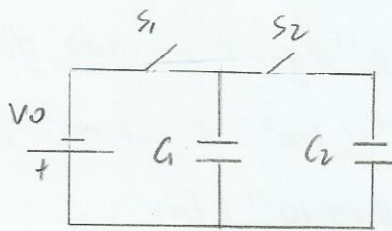
Dados:

$V_0 = 3,00V$ $C_1 = 500pF$ $C_2 = 250pF$ (1)

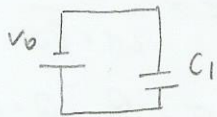
t_0 : Si ficha S_2 abierta

t_1 : C_1 esta cargado

Si abre S_2 ficha $V_1 = V_2$



a) Q_1 no t_1



$Q = 500 \cdot 10^{-12} \cdot 3 = 1,5 \cdot 10^{-9} C = 1500 pC$

$C = \frac{Q}{V}$

b) V_1 no t_2



$Q_T = Q_1 + Q_2$

$500 V_1 + 250 V_2 = 1500$

$V_1 = V_2$

$2V_1 + V_2 = 6$

$3V_1 = 6 \therefore \underline{V_1 = 2V}$

c) $U_{t_1 \rightarrow t_2} = U_{t_2} - U_{t_1}$

$U_{t_1} = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 10^{-12} \cdot 3^2 = 2,25 \cdot 10^{-9}$

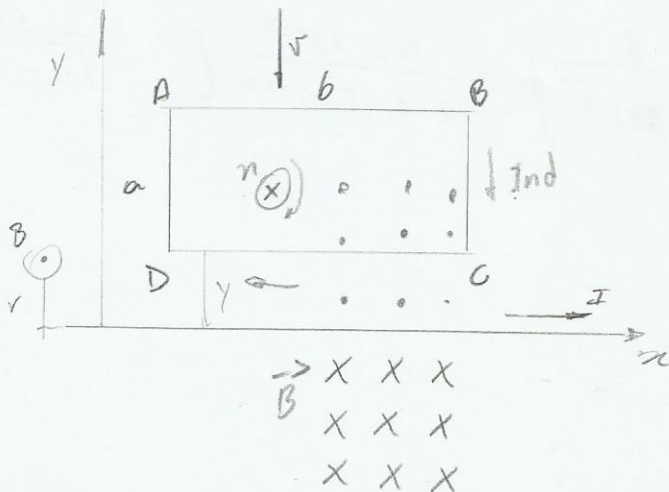
$U_{t_2} = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 10^{-12} \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot 10^{-12} \cdot 2^2 \therefore U_{t_2} = 1,5 \cdot 10^{-9}$

$U_{t_1 \rightarrow t_2} = -7,5 \cdot 10^{-10} J = \underline{-750 pJ}$

3-)

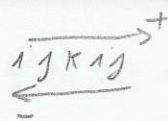
Dados:

$N_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $I = BA$ $R = 40\Omega$ $a = 12m$ $b = 20m$ $v = 5m/s$



1a) $F_{mag} = ?$

$$\int B dl = \mu_0 I$$



$$F_{mag} = I_{ind} \cdot [L \times \vec{B}]$$

$$BL = \mu_0 I$$

$$F_{mag,r} = F_{AB} + F_{BC} + F_{CD} + F_{DA}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\vec{F}_{AD} = \vec{F}_{BC}$$

$$\vec{F}_{DA} = -F_{BC}$$

$$F_{mag} = F_{ab} + F_{cd}$$

$$F_{ab} = I_{ind} \cdot (B-A) \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi(y+a)} \cdot (-\vec{x}) \times (\vec{z}) = -\frac{I_{ind} \mu_0 I \cdot b}{2\pi(y+a)} (\vec{y})$$

$$F_{cd} = I_{ind} \cdot (D-C) \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi y} \cdot (-\vec{x}) \times (\vec{z}) = \frac{I_{ind} \mu_0 I \cdot b}{2\pi y} (\vec{y})$$

$$F_{mag} = \frac{I \cdot I_{ind} \mu_0 I \cdot b}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{y} - \frac{1}{y+a} \right]$$

1b) $I_{ind} = ?$ e sentido = ?

I_{ind} esta no sentido horário

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \, dA$$

$$= \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot b \, dr \cdot \cos 180$$

$$= -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_r^{r+a} \frac{1}{r} \, dr = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{r+a}{r}\right)$$

$$\Phi = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \cdot [\ln(r+a) - \ln(r)]$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \frac{d[\ln(r+a) - \ln(r)]}{dt} \cdot \frac{dr}{dr}$$

$$= \frac{\mu_0 I \cdot b}{2\pi} \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d[\ln(r+a) - \ln(r)]}{dr}$$

$$= \frac{\mu_0 I \cdot b}{2\pi} \cdot v \cdot \left[\frac{1}{r+a} - \frac{1}{r} \right] = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 20 \cdot (5)}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{12+12} - \frac{1}{12} \right]$$

$$\mathcal{E} = 6,67 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

$$I_{ind} = \frac{6,67 \cdot 10^{-6}}{40}$$

$$\therefore I_{ind} = 1,67 \cdot 10^{-7} \text{ A}$$

$$4-) I_1 = 5,0 \cdot 10^6 \text{ t}$$

$$\text{Dados: } N_2 = 50 \text{ espiras } N_1 = 4000 \text{ espiras } l_1 = 2,40 \text{ m } r_1 = 0,1 \text{ m}$$

$$(a) \text{ } \Phi \text{ em } t = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\text{Como } \Phi_1 = \Phi_2$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA = BA = \frac{\mu_0 N I}{l} \quad \therefore \Phi_1 = \frac{\mu_0 \cdot N_2 I_1 \cdot \pi r_1^2}{l_1}$$

$$\Phi_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4000 \cdot 5,0 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 0,1^2}{2,40} \quad \therefore \Phi_1 = \underline{1,695 \cdot 10^{-4} \text{ Tm}^2}$$

$$(b) M_1 = M_2 = M$$

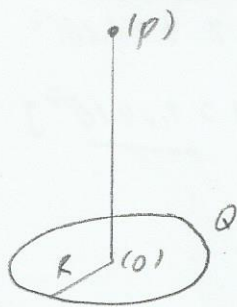
$$M = \frac{\Phi_2 N_2}{I_1} = \frac{1,695 \cdot 10^{-4} \cdot 50}{5,0 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} \quad \therefore M = \underline{3,29 \cdot 10^{-3} \text{ H}}$$

$$(c) \mathcal{E}_2 = ?$$

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} = -M \cdot 5,0 \cdot 10^6 = -3,29 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^6 \quad \therefore \mathcal{E}_2 = \underline{-1,69 \cdot 10^4 \text{ V}}$$

Prova 2º MM / 2010 Diurno

1-)



Dados:

$Q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $R = 0,12 \text{ m}$ $q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

$$\begin{aligned} (a) \quad W_{\infty \rightarrow 0} &= -q (V_0 - V_{\infty})^0 \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot -q \cdot \frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}} \\ &= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-4 \cdot 10^{-6}) \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,12} \quad \therefore W_{\infty \rightarrow 0} = -2,4 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{potrodor}} &= -W_{\infty \rightarrow 0} \\ &= \underline{2,4 \text{ J}} \end{aligned}$$

(b) Não, pois o trabalho não depende do caminho, pois ele é conservativo.

$$\begin{aligned} (c) \quad W_{\infty \rightarrow 0} &= \Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_0^2 - v_{\infty}^2) \\ -2,4 &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (-v_{\infty}^2) \quad \therefore v_{\infty} = \underline{48,99 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

2) Dados:

$A = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ $\kappa = 0,002 \text{ m}$ $q = 1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ $k = 3$

a) $|q_{\text{ind}}| = ?$ $\epsilon = \kappa \epsilon_0$ sabendo: $\sigma = \frac{Q}{A}$

$$C = \frac{\epsilon A}{\kappa} \quad \therefore C = 1,3275 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$Q_{\text{ind}} = 4,22 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

$$\therefore Q_{\text{ind}} = 6,67 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon A}{\kappa}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma - \sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0}$$

$$V = \frac{Q \kappa}{\epsilon A}$$

$$\frac{Q}{\epsilon A} = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad \therefore \sigma = \frac{Q}{A} = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10^{-2}} \quad \therefore \sigma = 3,33 \cdot 10^{-7}$$

$$E = \frac{V}{\kappa}$$

$$E = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \quad \therefore E = 1,255 \cdot 10^4$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon A}$$

$$\sigma_{\text{ind}} = \sigma - E \cdot \epsilon_0 = 3,33 \cdot 10^{-7} - 1,255 \cdot 10^4 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \quad \therefore \sigma_{\text{ind}} = 2,22 \cdot 10^{-7}$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \quad V = \frac{q}{C}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left(\frac{q}{C}\right)^2 = \frac{q^2}{2C} \quad \therefore U = \frac{(1 \cdot 10^{-8})^2}{2 \cdot C} \quad \therefore U = \frac{(1 \cdot 10^{-8})^2}{2 \cdot 3,98 \cdot 10^{10}}$$

$$C = \frac{3,885 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{0,002} = 3,98 \cdot 10^{10} \quad \therefore U = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

c) $U = ?$ quando é retirado o dielétrico

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{x} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{0,002} = 1,3275 \cdot 10^{10} \text{ C}$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 ; \quad C = \frac{q}{V}$$

$$U = \frac{1}{2} C \cdot \left(\frac{q}{C}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 \cdot 10^{-8})^2}{1,3275 \cdot 10^{10}} \quad \therefore U = 3,77 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

3-) Dados:

$$\frac{N}{l} = 10\,000 \frac{\text{spiras}}{\text{m}} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \quad U = 0,1 \text{ J} \quad I = 1,5 \text{ A} \quad A = 0,002 \text{ m}^2$$

(a) $L = ?$

$$L = \frac{N}{I} \Phi ; \quad \Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA \quad L = \frac{N}{I} \frac{\mu_0 N I A}{l}$$

$$\Phi = BA = \frac{\mu_0 N I A}{l}$$

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A}{l}$$

(b) $l = ? \quad N = ?$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \quad \text{ou} \quad Q1 = \frac{1}{2} L \cdot 1,5^2 \quad \therefore L = 8,89 \cdot 10^{-2}$$

$$8,89 \cdot 10^{-2} = N \cdot 10000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,002 \quad \therefore N = 3,54 \cdot 10^3 \text{ N} \quad \therefore l = 0,354 \text{ m}$$

(c) $\mu = \frac{0,1}{0,002 \cdot 0,35} \quad \therefore \mu = 141,37 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$

4-1) Dados: $a = 0,1\text{m}$ $R = 50\Omega$



1a) Como o campo magnético varia no decorrer, ou seja, de diminui ao passar o tempo, com isso o fluxo magnético varia, realizando a regra do eixo, a corrente tem o sentido anti-horário.

(b) $\mathcal{E} = ?$ $E = ?$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0,3 & 1 \\ 3 & 0,2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x & y \\ 0 & 0,3 \\ 3 & 0,2 \end{vmatrix} = 0$$

$$0,3x + 3y - 0,9 - 0,2x = 0$$

$$3y + 0,1x - 0,9 = 0$$

$$B(t) = y = \frac{0,9 - 0,1t}{3}$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$$

$$= B \cdot A \cos \theta$$

$$= \frac{0,9 - 0,1t}{3} \cdot \pi \cdot 0,1^2 \quad \therefore \Phi = 9,42 \cdot 10^{-3} - 1,047 \cdot 10^{-3} t$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} (9,42 \cdot 10^{-3} - 1,047 \cdot 10^{-3} t) = \underline{1,047 \cdot 10^{-3} \text{ V}}$$

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad \rightarrow \quad E = \frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{\mathcal{E}}{2\pi a} = \frac{1,047 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 0,1} \quad \therefore E = \underline{1,67 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

$$d\mathcal{E} = \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

(c) $U_{0 \rightarrow 6} = ?$

$$\frac{dU}{dt} = P = V \cdot I \quad P = \frac{V \cdot V}{R} \Rightarrow P = \frac{V^2}{R} = \frac{(1,047 \cdot 10^{-3})^2}{50} = 2,19 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{dU}{dt} = P \quad dU = P dt$$

$$U = \int P dt = \int_0^6 2,19 \cdot 10^{-8} dt = 2,19 \cdot 10^{-8} \cdot 6$$

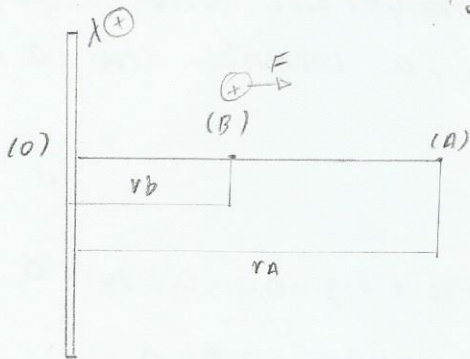
$$\therefore U = \underline{1,32 \cdot 10^{-7} \text{ J}}$$

Prova 2ºxm/2010 Noturno

1-)

Dados: $\lambda = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $r_b = 0,12 \text{ m}$ $r_a = 0,36 \text{ m}$ $q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} = 18 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$



(a) $W_{A \rightarrow B} = -q(V_B - V_A)$

$= q \cdot \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left[\frac{r_b}{r_a}\right]$

$W_{A \rightarrow B} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^9 \ln\left(\frac{0,12}{0,36}\right)$

$\therefore W_{A \rightarrow B} = -0,71 \text{ J}$

$W_{\text{operador}} = -W_{A \rightarrow B} \therefore W_{\text{operador}} = \underline{0,71 \text{ J}}$

(b) Não, pois o trabalho é conservativo, ou seja não depende do trajeto.

(c) $W_{B \rightarrow A} = 0,71$

$W_{B \rightarrow A} = \Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_a^2 - v_b^2)$

$0,71 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot v_a^2 \therefore \underline{v_a = 26,68 \text{ m/s}}$

2-)

Dados:

$A = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ $\kappa = 0,002 \text{ m}$ $q = 1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ $k = 3$

a) $\sigma_{\text{ind}} = ?$

$C = \frac{\epsilon A}{\kappa} = \frac{Q}{V} \therefore V = \frac{q \kappa}{\epsilon A}$ $E = \frac{V}{\kappa} = \frac{q}{\epsilon A}$; $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$

$\frac{q}{\epsilon A} = \frac{\sigma}{\epsilon} \therefore \sigma = \frac{q}{A}$

$\frac{\sigma}{k\epsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0} \therefore \sigma_{\text{ind}} = \sigma - \frac{\sigma}{k} = \sigma \left[1 - \frac{1}{k}\right]$

$\sigma_{\text{ind}} = \frac{q}{A} \cdot \left[1 - \frac{1}{k}\right] \therefore \sigma_{\text{ind}} = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{2,5 \cdot 10^{-2}} \cdot \left[1 - \frac{1}{3}\right] \therefore \sigma_{\text{ind}} = 2,67 \cdot 10^{-3} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$

b) $E = ?$

$$E = \frac{V}{\pi} ; V = \frac{q}{C} ; C = \frac{\epsilon A}{\pi}$$

$$E = \frac{q}{C\pi} \therefore E = \frac{q}{K\epsilon_0 A} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,15 \cdot 10^{-2}} \therefore E = 1,507 \cdot 10^4 \frac{V}{m}$$

c) $E = ?$ κ m dieléctrico

$$E = \frac{\sigma_{ind} \cdot \kappa}{\kappa - 1} \div \epsilon_0 = \frac{\sigma_{ind} \cdot \kappa}{(\kappa - 1) \epsilon_0} = \frac{2,667 \cdot 10^{-7} \cdot 3}{(3 - 1) \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}$$

$$\therefore E = 4,52 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

3-) Dados:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A} \quad N = 400 \text{ espiras} \quad l = 0,25 \text{ m} \quad A = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

a) $L = ?$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$$

$$L = \frac{N\Phi}{I}$$

$$\Phi = B \cdot A$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I \cdot A}{l}$$

$$L = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot N \cdot I \cdot A}{l I}$$

$$\therefore L = \frac{N^2 \mu_0 \cdot A}{l} = \frac{400^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,15 \cdot 10^{-4}}{0,25} \therefore L = 4,021 \cdot 10^{-5} \text{ H}$$

b) $\epsilon_{0 \rightarrow 10} = ?$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0,2 & 1 \\ 0,15 & 0,15 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x & y \\ 0 & 0,12 \\ 0,15 & 0,15 \end{vmatrix} = 0$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{d(0,16t + 0,2)}{dt}$$

$$0,12x + 0,15y - 0,1 - 0,15x = 0$$

$$\mathcal{E} = -L \cdot 0,6$$

$$I(t) = \frac{0,3t + 0,11}{0,15} = 0,16t + 0,2$$

$$\mathcal{E} = -4,021 \cdot 10^{-5} \cdot 0,6 \therefore \mathcal{E} = 24,13 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

c) $\vec{B} = ?$ $\mu = ?$ $\text{not} = 1$

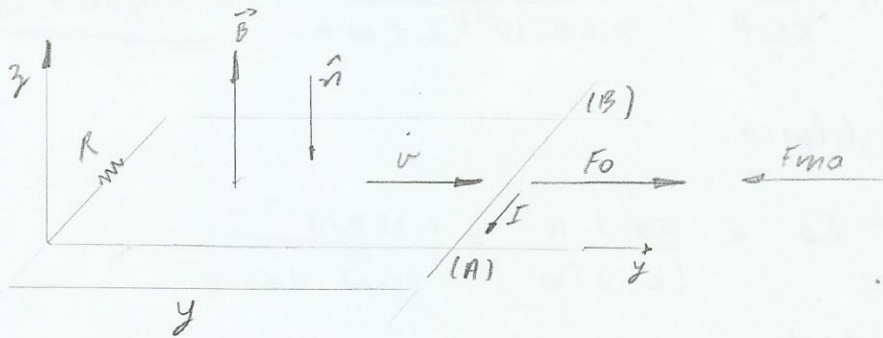
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N \cdot I}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 400 \cdot (0,16 \cdot 1 + 0,2)}{0,25} \therefore B = 1,61 \cdot 10^3 \text{ T}$$

$$\mu = \frac{U}{Al} = \frac{LI^2}{2Al} \therefore \mu = \frac{4,021 \cdot 10^{-5} \cdot (0,16 + 0,2)^2}{2 \cdot 0,15 \cdot 10^{-4} \cdot 0,25} \therefore \mu = 1,029 \frac{J}{m^3}$$

4.)

Dados:

$AB = L = 0,4 \text{ m}$ $R = 5 \Omega$ $v = 8 \text{ m/s}$ $F_0 = 0,06 \text{ N}$ $dt = 12 \text{ s}$



1a) $B = ?$

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B} = ILB \cdot (\hat{x}) \cdot (\hat{z}) = -ILB(\hat{y})$$

$$IL = vR$$

$$F_{\text{opredor}} + F_{\text{mag}} = 0$$

$$F_{\text{op}} = -F_{\text{mag}} = ILB \quad \therefore 0,06 = 0,4IB \quad \therefore IB = 0,2$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \int B dy \cdot L = BLY$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{BLY}{dt} = BLv$$

$$\mathcal{E} = BLv \quad ; \quad \mathcal{E} = RI$$

$$RI = BLv$$

$$\frac{B}{I} = \frac{R}{Lv} = \frac{5}{0,4 \cdot 8} = 1,5625$$

$$\frac{B}{I} = 1,5625$$

$$B = 1,5625 I$$

$$IB = 0,2$$

$$I \cdot 1,5625 = 0,2 \quad \therefore \underline{I = 0,356 \text{ A}}$$

$$B = \frac{0,2}{0,356} \quad \therefore \underline{B = 0,6 \text{ T}}$$

(b) $\mathcal{E} = 0,356 \cdot 5 = \underline{1,79 \text{ V}}$

- (3) (P2 = 2º MM 2010) (Noturno)

Dados: $N = 400$ espiras $l = 0,25$ m $A = 0,5 \cdot 10^{-4}$ m²

a) $L = ?$

$$L = \frac{N\Phi}{I} \quad \Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA \quad ; \quad B = \mu_0 \frac{N I}{l}$$

$$= \int \frac{\mu_0 N I}{l} dA = \frac{\mu_0 N I A}{l}$$

$$L = \frac{N \cdot \mu_0 N I A}{l I} \quad \therefore \quad L = \frac{N^2 \mu_0 A}{l}$$

$$L = \frac{400^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,5 \cdot 10^{-4}}{0,25} \quad \therefore \quad L = 40,21 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

b) $\mathcal{E}_{0 \rightarrow 1} = ?$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} = -40,21 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(0,8 - 0,2)}{0,2} = -24,13 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

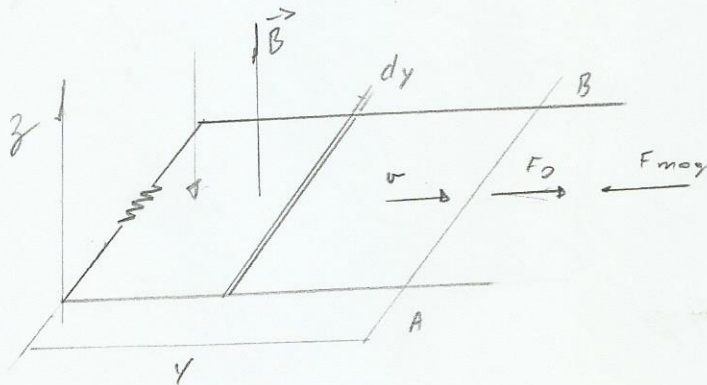
c) $\vec{B} = ?$ $\mu = ?$ para $t = 1$ s

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 400 \cdot 0,8}{0,25} \quad \therefore \quad B = 1,608 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$U = \frac{\lambda}{2} \cdot 40,21 \cdot 10^{-6} \cdot 0,8^2 \quad \therefore \quad U = 12,87 \cdot 10^{-6}$$

$$\mu = \frac{12,87 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,25} \quad \therefore \quad \mu = 1,029 \text{ J/m}^3$$

4.)



Dados:

$$AB = l = 0,4 \text{ m} \quad R = 5 \Omega$$

$$v = 8 \text{ m/s} \quad F_0 = 0,08 \text{ N}$$

$$\Delta t = 12 \text{ s}$$

a) $B = ?$

$$F_0 = -F_{moy} = -I \vec{l} \times \vec{B} = -I (0,4) \cdot B \quad \therefore \quad B \cdot I = \frac{0,08}{0,4} = 0,2$$

$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} \quad ; \quad \Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \int B l dr \cos 180 = -Blv \quad \mathcal{E} = \frac{-(-1)Blv}{dt}$$

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B} = ILB \cdot (-1) = -ILB \quad \therefore F = -ILB$$

$$\int B dl = \mu_0 I$$

$$BL = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{L} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Capacitor plomo

$$r = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m} \quad \pi = 0,002 \text{ m} \quad V_0 = 20 \text{ V} \rightarrow V = 10,88 \text{ V}$$

a) Para ser levado em consideração o efeito de borda, o valor de d de π deve ser muito menor que a \sqrt{A} , ou seja $\pi \ll \sqrt{A}$. Com isso neste caso não ocorre porque π é desprezível

b)

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon A}{\pi} \quad \therefore q_{\text{total}} = \epsilon \cdot A \cdot \frac{\Delta V}{\Delta \pi} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot \frac{10}{0,002}$$

$2,5 \cdot 10^{-9}$

$$\therefore q_{\text{total}} = \underline{3892 \text{ pC}}$$

c)

$$q_{\text{total}} = q + q_{\text{int}} + q_{\text{amb}}$$

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05^2 \cdot \pi}{6 \cdot 10^{-3}} \quad \therefore C = 11,58 \cdot 10^{-12} \quad \therefore q = 8,80 \cdot 10^{10} \text{ C}$$

$$C V_0 = C V + C_{\text{int}} V$$

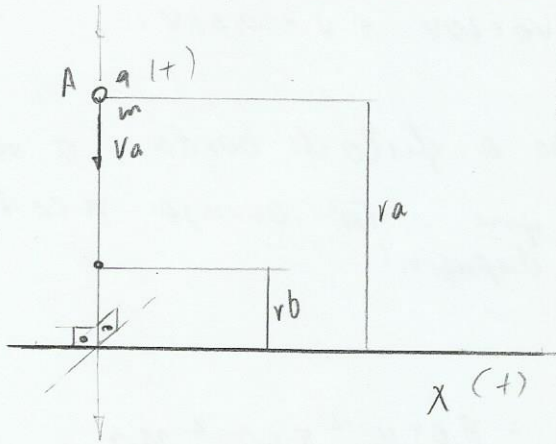
$$C_{\text{int}} = \left[\frac{V_0 - V}{V} \right] C = \left[\frac{20 - 10,88}{10,88} \right] \cdot \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05^2 \cdot \pi}{0,002}$$

$$\therefore C_{\text{int}} = \underline{29,13 \cdot 10^{-12} \text{ F}}$$

$$q_{\text{amb}} = 3892 \cdot 10^{-12} - 29,13 \cdot 10^{-12} \cdot 76 - 8,80 \cdot 10^{10}$$

$$\therefore q_{\text{amb}} = \underline{796,12 \cdot 10^{-12} \text{ C}}$$

1-)



Dados:

$m = 0,02 \text{ kg}$ $q = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $v_a = 30 \text{ m/s}$

$r_a = 6,5 \text{ m}$ $\lambda = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$V_B - V_A = \int \vec{E} \cdot d\vec{x}$$

$$= \int_{r_a}^{r_b} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} dr$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)$$

$$W_{A \rightarrow B} = -q(V_B - V_A)$$

$$W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_a}{r_b}\right)$$

$$-9 = \frac{-1 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln\left(\frac{6,5}{r_b}\right)$$

$\therefore r_b = \underline{2,39 \text{ m}}$

$$W_{AB} = \frac{1}{2} m (v_b^2 - v_a^2)$$

$$W_{AB} = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot 30^2 \therefore W_{AB} = \underline{-9 \text{ J}}$$

2-)

Dados: $C_1 = 40 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ $C_2 = 60 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ $V = 300 \text{ V}$ $C = \frac{Q}{V}$

(a)

$$V = V_1 + V_2$$

$$V_1 + V_2 = 300$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$40 \cdot 10^{-6} \cdot V_1 = 60 \cdot 10^{-6} \cdot V_2 = 0$$

$$V_1 + V_2 = 300$$

$$V_1 - 2V_2 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 + V_2 = 300 \\ 3V_2 = 300 \end{array} \right.$$

$$\therefore V_2 = 100 \text{ V} \quad \text{e} \quad V_1 = 200 \text{ V}$$

(b) $V_1 = V_2$

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

$$; Q_T = (40 \cdot 10^{-6} \cdot 200) \cdot 2 = 0,016$$

$$Q_T = V(C_1 + C_2)$$

$$V = \frac{Q_T}{C_1 + C_2} = \frac{0,016}{40 \cdot 10^{-6} + 60 \cdot 10^{-6}} \therefore V = 133,33 \text{ V}$$

$$Q_1 = 5,33 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$Q_2 = 10,66 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

P1. 2ºxm09 - diurno

(Coulomb's Law)

Dados:

$m = 0,1 \text{ kg}$ $AB = L = 0,5 \text{ m}$ $B = 0,2 \text{ T}$ $v_0 = 10 \text{ m/s}$ $R = 10 \Omega$

a) $I = ?$

$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$

$= BA \cos 180$
 $= -BA$

$\Phi = -B \cdot L \cdot x$

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BLx)}{dt} \cdot \frac{dx}{dt}$

$= \frac{d(BLx)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

$= BLv = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 10 = 1$

hr
|E|

$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ A} = 100 \text{ mA}$

P2. 1ºxm09 - noturno

Dados $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $a = 8 \text{ m}$ $L = 5 \text{ m}$ $I = 2 \text{ A}$ $b = 2 \text{ m}$ $v = 3 \text{ m/s}$ $R = 10 \Omega$

a) Φ

$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$

$= BA$

$= 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 8 \cdot 2$

$\int B dl = \mu_0 I$

$B L = \mu_0 I$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi L}$

$\Phi = 0,042 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}^2$

b)

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$

c) $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$

$= \int B \cdot a \cdot dx$

$= B a w \Big|_0^L$

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(Baw)}{dt} \cdot \frac{dx}{dt}$

$= -B a v$

$= -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 3 \cdot 2}{5}$

$\mathcal{E} = 12,06 \cdot 10^{-6} \text{ V}$

d)

1P2 - 2º xim 10 - noturno

Dados: $A = 2,5 \cdot 10^{-2} m^2$ $n = 0,002 m$ $q = 1 \cdot 10^{-8} C$ $k = 3$

a) $\sigma_{ind} = ?$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma - \sigma_{ind}}{\epsilon_0}$$

$$U = \frac{q}{C}$$

$$E = \frac{V}{n} = \frac{q}{Cn} ; C = \frac{\epsilon A}{n}$$

$$E = \frac{q}{\epsilon A} = \frac{\sigma}{\epsilon} \therefore \sigma = \frac{q}{A}$$

$$\frac{q}{A \cdot \epsilon} = \left(\frac{q}{A} - \sigma_{ind} \right) \div \epsilon_0$$

$$\frac{q}{3A \epsilon_0} = \frac{\left(\frac{q}{A} - \sigma_{ind} \right)}{\epsilon_0} \therefore \sigma_{ind} = \frac{q}{A} - \frac{q}{3A} \therefore \sigma_{ind} = 0,27 \cdot 10^{-6}$$

$$= \frac{q}{A} \left(1 - \frac{1}{3} \right)$$

b) $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{q}{A} \div \epsilon \therefore E = \frac{q}{3A \epsilon_0} = 15,07 \cdot 10^3 \frac{V}{m}$

c) $E = \frac{q}{A} \div \epsilon_0 = \frac{q}{A \epsilon_0} = 45,20 \cdot 10^3 V/m$

1P3 - 1º xim 10 - noturno

$I = 0,005 t$ $r = 0,0104 m$ $N = 200 esp$ $\lambda = 0,6 m$

a) $L = ?$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$$
$$= \int \frac{\mu_0 N I dA}{r} = \frac{\mu_0 N \cdot I}{r} \cdot \pi r^2 k$$

$$\Phi = \mu_0 N \cdot I \pi r^2$$

$$L = \frac{N \mu_0 N \cdot I \pi r^2}{\lambda} = \frac{N^2 \mu_0 I \pi r^2}{\lambda I}$$

c) $\epsilon = ?$

$$\epsilon = -L \frac{d(0,005 t)}{dt}$$

$$C = -L \cdot 0,005 \therefore \epsilon = 2,11 \cdot 10^{-6} V$$

b) $U_{0 \rightarrow 10} = ?$

$$U = \frac{1}{2} L \cdot (0,005 \cdot 10)^2$$

$$L = \frac{200^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 0,01^2}{0,6}$$

$$\therefore U = 0,55 \cdot 10^{-6} J$$

$$L = 42110 \cdot 10^{-6} H$$

102 - 1º MM 10 - noturno)

(convidado - 01 maio 2010)

Dados: $N_2 = 50$ espiras $N_1 = 4000$ espiras $l_1 = 2,4$ m $r_1 = 0,1$ m

$$I_1 = 5,0 \cdot 10^6 \text{ t}$$

a) $\Phi = ?$ no $t = 0,5 \cdot 10^{-6}$

$$\Phi_1 = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$$

$$= BA$$

$$= \frac{\mu_0 N_1 I_1 \cdot \pi r^2}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4000 \cdot 5,0 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 0,1^2}{2,4}$$

$$\therefore \Phi_1 = \Phi_2 = 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ Tm}^2$$

b) $M = ?$

$$M = \frac{50 \cdot 1,65 \cdot 10^{-4}}{5,0 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}$$

$$M = 3,28 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

c) $\mathcal{E} = N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = 50 \cdot \frac{d(1,65 \cdot 10^{-4})}{dt} = 8,25 \cdot 10^{-3} \frac{d\Phi_2}{dt}$

(convidado - 01 maio 2010)

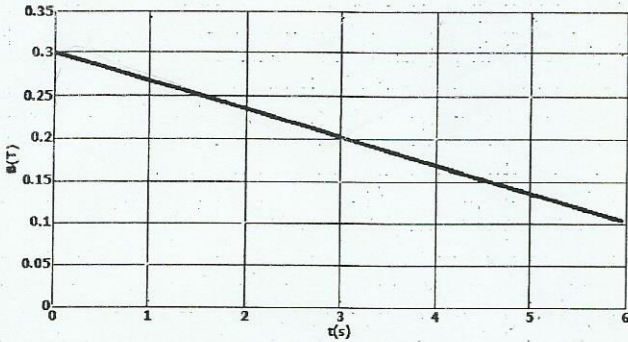
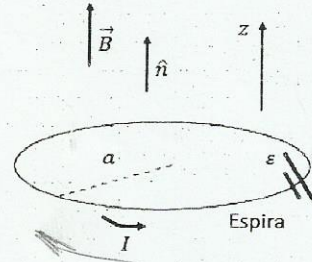
1) P2-2º sem 10 - diurno

4. Uma espira circular de raio a e resistência R está imersa em uma região de campo magnético uniforme que varia com o tempo de acordo com o gráfico mostrado. Pedem-se:

- a) o sentido da corrente elétrica induzida. Justifique a resposta; (0,5 pts)
- b) a força eletromotriz ϵ e o campo elétrico induzido E na espira; (1 pts)
- c) a energia recebida pela espira entre os instantes $t = 0$ e $t = 6$ s; (1 pts)

Dados: $a = 0,1$ m $R = 50 \Omega$

Formulário: $\epsilon = -\frac{d}{dt}\Phi$ $\epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$ $\frac{dU}{dt} = P = VI$



Resp:
a) b) diminui, regra da mão direita-anti horário
b) 1,05 mV e $1,665 \cdot 10^{-3}$ V/m
c) $1,323 \cdot 10^{-7}$ J

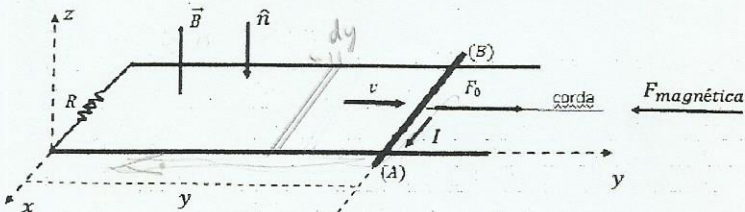
2) P2-2º sem 10 - noturno

4. Uma barra AB condutora está em contato com dois trilhos paralelos separados pela distância L . Os trilhos são conectados por um resistor de resistência R . Na região existe um campo magnético uniforme de intensidade B . Um operador aplica uma força F_0 na barra, por meio de uma corda, mantendo-a com velocidade constante. Pedem-se:

- a) a intensidade do campo magnético; (0,5 pts)
- b) a força eletromotriz induzida ϵ e o campo elétrico induzido E na barra; (1 pts)
- c) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida I na barra; (0,5 pts)
- d) a energia U recebida pela barra em um intervalo de tempo Δt ; (0,5 pts)

Dados: $AB = L = 0,4$ m $R = 5 \Omega$ $v = 8$ m/s $F_0 = 0,08$ N $\Delta t = 12$ s

Formulário: $\epsilon = -\frac{d}{dt}\Phi$ $\epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$ $\frac{dU}{dt} = P = VI$ $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$



Resp:
a) 0,559 T
b) 1,79 V e 4,475 V/m c) 0,358 A de B para A
d) 7,69 J

3) P2-1º sem 10 - noturno

1- Uma espira circular condutora, de raio r , e resistência R está imersa em região de campo magnético uniforme, que

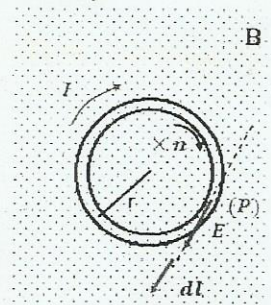
varia com o tempo de acordo com a equação $\vec{B} = (0,04 + 0,1t) \hat{k}$ (SI). Pedem-se:

- a) a equação do fluxo magnético através do anel em função do tempo; (0,5 pts)
- b) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida no anel. (1 pts)
- c) a intensidade, direção, e sentido do campo elétrico induzido em qualquer ponto do anel; (1 pts)

Dados: $r = 0,1$ m $R = 2 \Omega$

Formulário: $\epsilon = -\frac{d}{dt}\Phi$ $\epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$

Resp:
a) $1,256 \cdot 10^{-3} - 3,14 \cdot 10^{-3}t$ T.m²
b) 1,57 mA - horário
c) $5 \cdot 10^{-3}$ V/m



4) P2-1º sem 10 - noturno

3- Um fio longo é percorrido por uma corrente elétrica que varia com o tempo de acordo com a equação, em unidades do SI, $I = 2 + 3t$. Uma espira condutora retangular está ao lado do fio conforme ilustrado. A espira possui resistência R . Determinar para o instante $t = 2$ s:

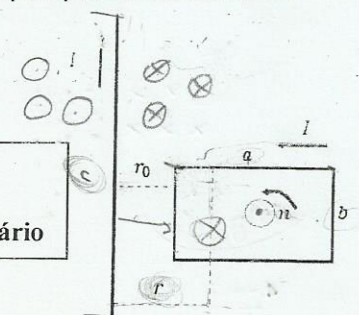
- a) o fluxo magnético através da espira; (1 pts)
- b) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira. (1,5 pts)

Dados: $a = 8$ m $b = 4$ m $r_0 = 2$ m $R = 100 \Omega$

Formulário: $\epsilon = -\frac{d}{dt}\Phi$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I$

Resp:
a) $103 \cdot 10^{-7}$ T.m²
b) $38,63 \cdot 10^{-9}$ A - anti-horário



5) P2-1º sem 10 – diurno

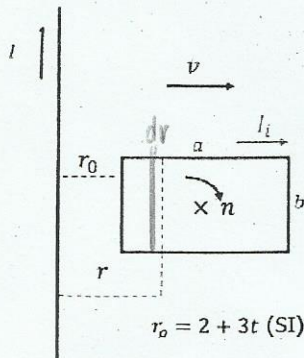
3- Um fio longo é percorrido por uma corrente elétrica I constante. Uma espira retangular de resistência R é arrastada com velocidade v constante, nas situações indicadas abaixo. Para o instante $t = 2$ s, determinar para cada situação:

- a) o fluxo magnético através da espira; (1 pt)
 b) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira. (1,5 pts)

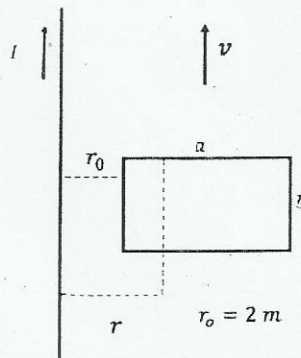
Dados: $I = 5$ A $v = 3$ m/s $a = 8$ m $b = 4$ m $R = 10$ Ω



Situação 1: a espira é arrastada com velocidade constante $v \perp$ ao fio.



Situação 2: a espira é arrastada com velocidade constante $v \parallel$ ao fio.



Formulário: $\epsilon = -\frac{d}{dt}\Phi$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

Resp:
 a) $\Phi_1 = 27,72 \cdot 10^{-7}$ T.m²
 $\Phi_2 = 64,38 \cdot 10^{-7}$ T.m²
 b) $I_1 = 7,5 \cdot 10^{-8}$ A; $I_2 = 0$

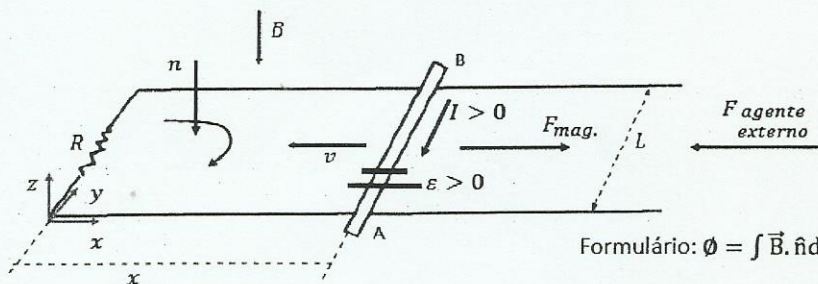
6) P3-1º sem 10 – noturno

1- Uma barra condutora desliza com velocidade constante v sobre trilhos paralelos e condutores, conforme mostrado na figura. Os trilhos estão separados pela distância L , e estão conectados por um resistor de resistência R .

Na região existe um campo magnético uniforme e estacionário de intensidade B .

- a) Utilizando a lei de Faraday, calcular a força eletromotriz induzida na barra. (1 pt)
 b) Em que sentido a corrente induzida flui na barra? Justificar a resposta. (0,5 pt)
 c) Determinar a intensidade, direção, e sentido da força necessária que um agente externo necessita aplicar na barra, para mantê-la em movimento com velocidade constante. (1pt)

Dados: $B = 0,4$ T $L = 0,6$ m $v = 2$ m/s $R = 8$ Ω



Resp:
 a) 0,48 V
 b) $B \rightarrow A$
 c) -0,0144i N

Formulário: $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $\epsilon = -\frac{d}{dt}\Phi$ $I = \frac{\epsilon}{R}$ $\vec{F}_{mag} = I \vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{F} = m\vec{a}$

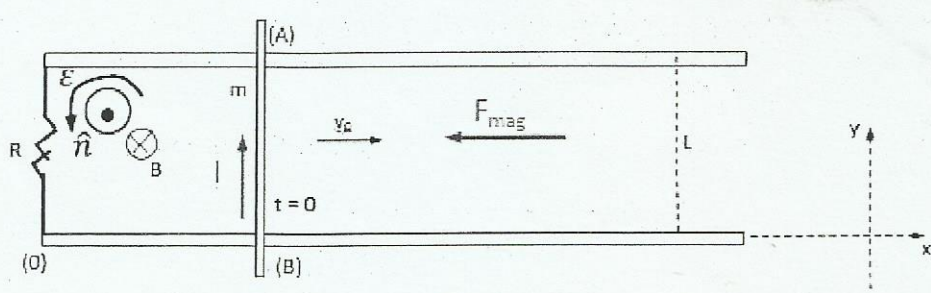
7) P2-2º sem 09 – diurno

Uma barra condutora de massa m e resistência ôhmica desprezível é lançada, no instante $t = 0$, com velocidade sobre dois trilhos horizontais conectados por um resistor de resistência R . Na região há campo magnético uniforme e estacionário de intensidade B de direção normal ao plano dos trilhos, conforme indicado na figura que segue. Os trilhos estão separados pela distância L .

- a) Mostre que o módulo da corrente induzida na barra, no instante $t = 0$ vale 100 mA. (1 pt)
 b) Determine o sentido da corrente elétrica induzida na barra. (0,5 pt) (**B para A**)
 c) No instante $t = 0$, a velocidade da barra está aumentando ou diminuindo Justifique. (**diminuir**)

Dados: $m = 0,1$ kg $AB = L = 0,5$ m $B = 0,2$ T $v_0 = 10$ m/s $R = 10$ Ω

Formulário: $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $\epsilon = -\frac{d}{dt}\Phi$ $I = \frac{\epsilon}{R}$ $\vec{F}_{mag} = I \vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{F} = m\vec{a}$

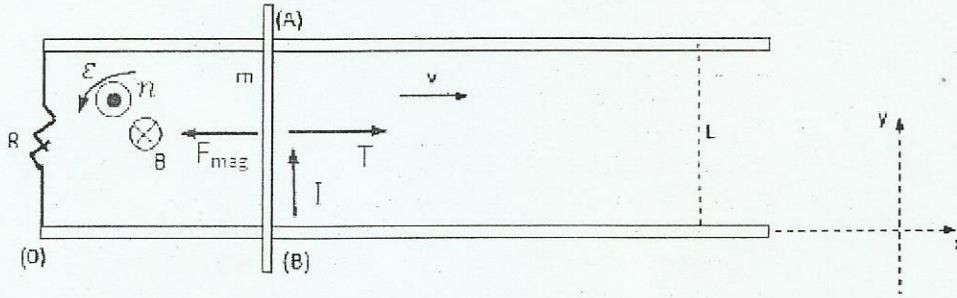


8) P2-2ºsem09 –noturno Uma barra condutora de massa m e resistência ôhmica desprezível é mantida em movimento com velocidade constante v , por meio de uma força de tração T exercida por um operador externo, sobre dois trilhos horizontais conectados por um resistor de resistência R . Na região, há campo magnético uniforme e estacionário de intensidade B e de direção normal ao plano dos trilhos, conforme indicado na figura que segue. Os trilhos estão separados pela distância L .

- a) Mostre que o módulo da corrente induzida na barra vale 80 mA. (1 pts)
 b) Determine o sentido da corrente elétrica induzida na barra. (0,5 pts) (**anti-horário**)
 c) Determine a intensidade e o sentido da força exercida pelo operador. (1 pts) (**0,008N**)

Dados: $m = 0,1 \text{ kg}$ $AB = L = 0,5 \text{ m}$ $B = 0,2 \text{ T}$ $v_0 = 8 \text{ m/s}$ $R = 10 \Omega$

Formulário: $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $\vec{F}_{\text{mag}} = I\vec{L} \times \vec{B}$ $\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \times \vec{B}$ $I = \varepsilon/R$



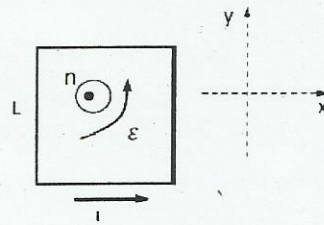
9) P3-2ºsem09-diurno

3- Uma espira quadrada, de lado L e resistência interna R , é mantida fixa em uma região onde existe um campo magnético uniforme, variável no tempo conforme a equação $\vec{B} = B_m e^{-bt} \hat{k}$ ($t \geq 0$). Pedem-se, para o instante $t = 2$ s:

- a) o fluxo magnético que atravessa a superfície da espira; (1 pts)
 b) a força eletromotriz induzida na espira; (0,5 pts)
 c) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira. (1 pts)

Dados: $L = 0,2 \text{ m}$ $B_m = 0,5 \text{ T}$ $b = 0,6 \text{ s}^{-1}$ $R = 10 \Omega$

Formulário: $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ $I = \frac{\varepsilon}{R}$



Resp:
 a) $6 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{m}^2$
 b) $3,6 \text{ mV}$
 c) $0,36 \text{ mA}$ -horário

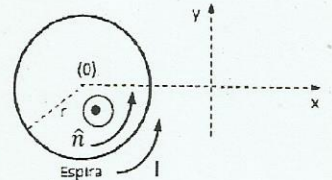
10) P3-2ºsem09-noturno

3- Uma espira circular, de raio r e resistência interna R , é mantida fixa em uma região onde existe um campo magnético uniforme, variável no tempo conforme a equação $\vec{B} = (a - bt^2) \hat{k}$ ($t \geq 0$). Pedem-se, para o instante $t = 2$ s:

- a) o fluxo magnético que atravessa a superfície da espira; (1 pts)
 b) a força eletromotriz induzida na espira; (0,5 pts)
 c) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira. (1 pts)

Dados: $r = 0,2 \text{ m}$ $a = 0,5 \text{ T}$ $b = 0,4 \text{ T/s}^2$ $R = 10 \Omega$

Formulário: $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ $I = \frac{\varepsilon}{R}$



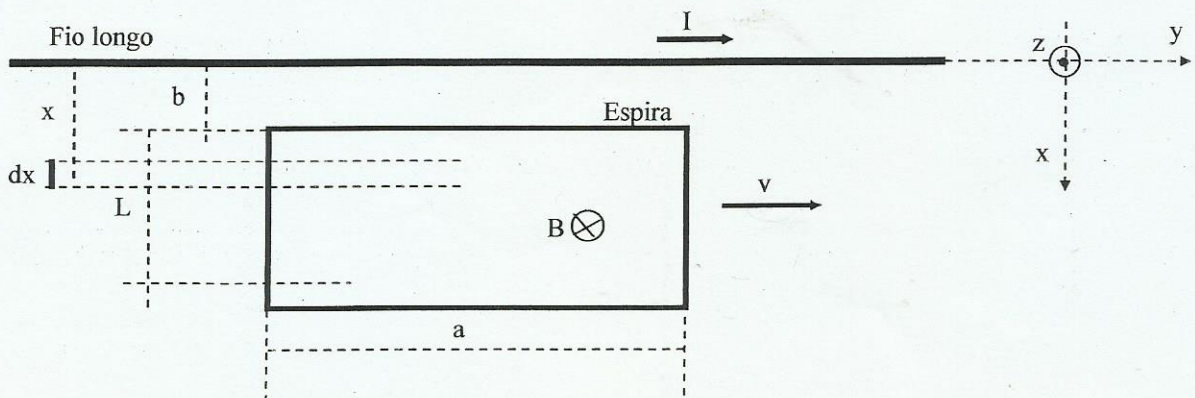
Resp:
 a) $-0,138 \text{ T} \cdot \text{m}^2$
 b) $0,2 \text{ V}$
 c) $0,02 \text{ A}$ -anti-horário

11) P2-1ºsem09-noturno

Uma espira condutora retangular, de resistência interna r , move-se paralelamente a um fio longo com velocidade escalar v . O fio é percorrido por uma corrente elétrica I . Pedem-se:

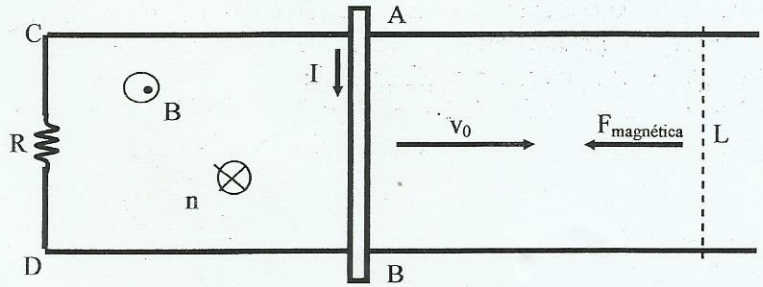
- a) o fluxo magnético através da espira; (1 pts) (**$80,2 \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}^2$**)
 b) a força eletromotriz induzida na espira. (0,5 pts) (**0**)
 c) a força eletromotriz que seria induzida, caso a espira estivesse se afastando do fio com velocidade perpendicular à direção do fio e estando a espira na posição ilustrada. (1 pts) (**$13,7 \mu\text{V}$**)
 d) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira, nas condições do item c. (1 pts) (**$0,343 \mu\text{A}$ - horário**)

Dados: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ $a = 8 \text{ m}$ $L = 5 \text{ m}$ $I = 2 \text{ A}$ $b = 2 \text{ m}$ $v = 3 \text{ m/s}$ $r = 10 \Omega$



12) P3-1ºsem09-noturno Uma barra condutora desliza sobre trilhos condutores. Os trilhos estão conectados através de um resistor de resistência R. Não existe atrito entre a barra e os trilhos. Na região existe um campo magnético uniforme e estacionário de intensidade B e direção normal ao plano. A barra possui movimento uniforme com velocidade escalar v_0 .

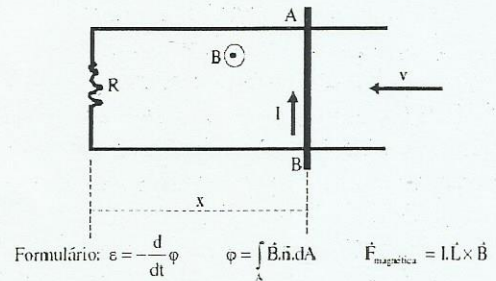
- a) mostre que o fluxo magnético através da região ABCD vale $\phi = -B.L.x$. (0,5 pts)
 b) mostre que força eletromotriz induzida é $\epsilon = B.L.v_0$; (0,5 pts)
 c) mostre que a corrente elétrica induzida é $I = B.L.v_0 / R$; (0,5 pts)
 d) qual o sentido da corrente elétrica induzida? Explique. (0,5 pts) (0,24A de A p/ B)
 e) qual é a intensidade da força magnética que atua sobre a barra AB; (1 pts) (0,288N)
 f) para manter a barra AB com velocidade constante é preciso que alguma força externa, além da força magnética, atue sobre a barra? (0,5 pts)
- Dados: $B = 2 \text{ T}$ $L = 0,6 \text{ m}$ $v_0 = 2 \text{ m/s}$
 $R = 10 \text{ } \Omega$



BASE
 Cursinho da Engenharia

13) P2-1ºsem06-noturno A barra condutora desliza com velocidade constante v , sobre dois trilhos paralelos. Todo o conjunto está imerso em um campo magnético uniforme de intensidade B perpendicular ao plano dos trilhos. A distância entre os trilhos é L e a resistência ôhmica do circuito é R. Pedem-se:

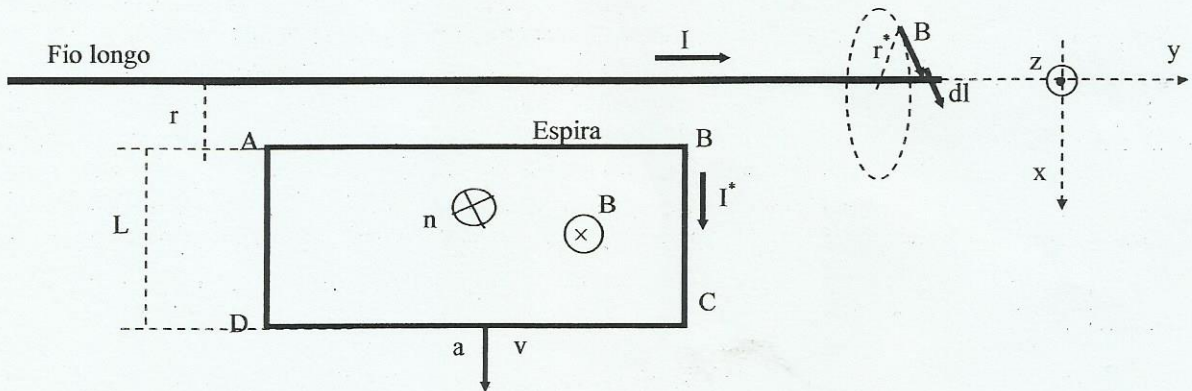
- a) a força eletromotriz induzida no circuito; (1 pts) (6V)
 b) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida que atravessa a barra; (1 pts) (0,075A)
 c) a intensidade, o sentido e a direção da força que deve ser aplicada sobre a barra para que sua velocidade permaneça constante. (1 pts) (0,015N)
 d) a taxa de energia elétrica dissipada no circuito. (0,5 pts) (0,45W)
- Dados: $B = 0,4 \text{ T}$ $v = 30 \text{ m/s}$ $AB = L = 0,5 \text{ m}$ $R = 80 \text{ } \Omega$



14) P3-1ºsem09-diurno

Uma espira condutora retangular, de resistência interna R, move-se perpendicularmente a um fio longo com velocidade escalar v. O fio é percorrido por uma corrente elétrica I. Estando a espira na posição ilustrada.

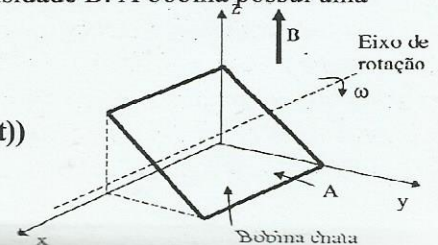
- a) Mostre que o módulo do campo magnético produzido pelo fio no plano xy é $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$; (1 pts)
 b) Mostre que o fluxo magnético através da espira vale $\phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r+L}{r}\right)$; (1 pts)
 c) Calcular a força eletromotriz induzida na espira; (1 pts) (571,4x10⁻⁷ V)
 d) Explique porque a corrente elétrica induzida na espira flui no sentido horário; (0,5 pts)
 e) A força magnética entre o fio longo e a espira é atrativa ou repulsiva? Explique. (0,5 pts)
- Dados: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$ $a = 10 \text{ m}$ $L = 5 \text{ m}$ $I = 4 \text{ A}$ $r = 2 \text{ m}$ $v = 20 \text{ m/s}$ $R = 8 \text{ } \Omega$



15) P2-2ºsem05-diurno A armadura de um pequeno gerador é constituída por uma bobina chata de seção reta de área A, com N espiras. A bobina gira, com velocidade angular ω , em um campo magnético de intensidade B. A bobina possui uma resistência interna r. Determinar:

- a) o fluxo magnético na bobina em função do tempo; (1 pts) (1x10⁻³ cos(20t))
 b) a amplitude em da força eletromotriz induzida na bobina; (1,5 pts) (0,02V)
 c) a corrente elétrica induzida I na bobina em função do tempo. (1 pts) (4x10⁻⁴ sen(20t))
- Dados: $A = 0,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ $N = 500 \text{ espiras}$ $\omega = 20 \text{ rad/s}$ $B = 0,08 \text{ T}$ $r = 50 \text{ } \Omega$

Formulário: $\phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA$ $\epsilon = -\frac{d\phi}{dt}$ $I = \frac{\epsilon}{r}$

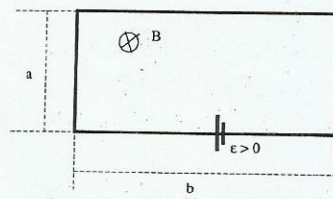


16)P3-1ºsem07-noturno Uma bobina chata retangular com N espiras possui uma resistência interna r e está imersa em uma região com campo magnético uniforme cuja intensidade varia com o tempo de acordo com a equação: $B = 0,4.t - 0,02.t^2$ (SI). Pedem-se:

- a) para o instante $t = 15$ s, a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida; (1 pts)(33,75 A -horário)
 b) o instante em que a corrente elétrica induzida muda de sentido. (1 pts)(10s)

Dados: $N = 250$ espiras $a = 3$ m $b = 9$ m $r = 40 \Omega$

Formulário: $\Phi = \int_A \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA$ $\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ $I = \frac{\epsilon}{r}$



17)P2-1ºsem11-noturno

3. Uma espira retangular ABCD move-se com velocidade constante v numa direção perpendicular a um fio longo que é percorrido por uma corrente elétrica I constante. A espira possui resistência interna R. Para a distância $y = 12$ m, pedem-se:

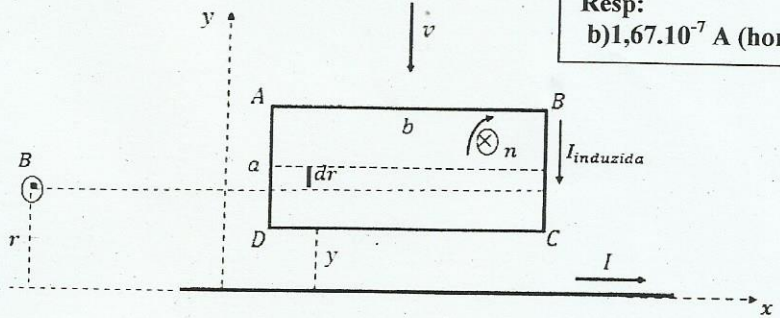
- a) mostrar que a força magnética resultante que atua na espira pode ser expressa por $\vec{F} = \mu_0 b \frac{I I_{induzida}}{2\pi} \left[\frac{1}{y} - \frac{1}{(y+a)} \right] \hat{j}$; (1 pts)
 b) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira. (1,5 pts)

Dados: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ $I = 8$ A $R = 40 \Omega$

$a = 12$ m $b = 20$ m $v = 5 \frac{m}{s}$

Formulário: $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA$ $\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$I_{induzida} = \frac{\epsilon}{R}$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $\vec{F} = I_{induzida} [\vec{L} \times \vec{B}]$



Resp:
b) $1,67 \cdot 10^{-7}$ A (horário)

18)P2-1ºsem11-diurno

3. Uma espira retangular ABCD move-se com velocidade constante v numa direção perpendicular a um fio longo que é percorrido por uma corrente elétrica I constante. A espira possui resistência interna R. Para a distância $y = 4$ m, pedem-se:

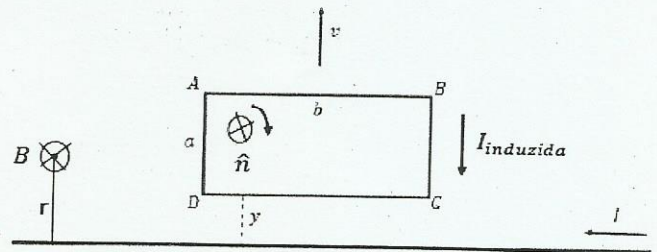
- a) o fluxo magnético que atravessa a espira; (1 pts)
 b) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira. (1,5 pts)

Dados: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ $I = 5$ A $R = 20 \Omega$

$a = 6$ m $b = 10$ m $v = 12 \frac{m}{s}$

Formulário: $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA$ $\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$I_{induzida} = \frac{\epsilon}{R}$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



Resp:a) $91,63 \cdot 10^{-7}$ Tm²
b) $9 \cdot 10^{-7}$ A (horário)

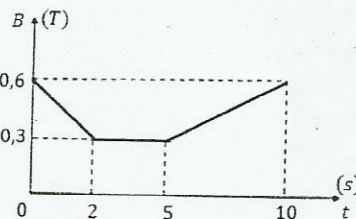
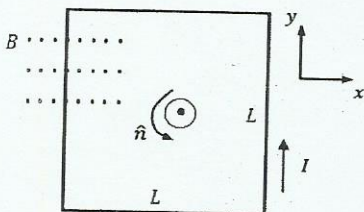
19)P3-1ºsem11-diurno

4. A espira quadrada, de lado L e resistência R, está imersa em uma região onde existe um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{k}$, cuja intensidade varia com o tempo de acordo com o gráfico abaixo. Pedem-se:

- a) o fluxo magnético através da espira no instante $t = 5$ s; (1 pts)
 b) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira nos instantes $t = 1$ s, $t = 3,5$ s e $t = 7,5$ s; (1,5 pts)

Dados: $L = 0,4$ m $R = 30 \Omega$

Formulário: $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA$ $\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ $I_{induzida} = \frac{\epsilon}{R}$



Resp:a) $0,048$ Tm²
b) $8 \cdot 10^{-4}$ A (anti-horário)
zero e $3,2 \cdot 10^{-4}$ A (horário)

20)P3-1ºsem11-diurno

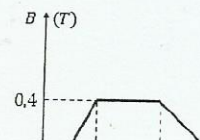
Resp:a) $20,1$ Tm²
b) $0,5$ A (anti-horário)
zero e $0,2$ A (horário)

3. A espira circular, de raio r e resistência R, está imersa em uma região onde existe um campo magnético uniforme $\vec{B} = -B\hat{k}$, cuja intensidade varia com o tempo de acordo com o gráfico abaixo. Pedem-se:

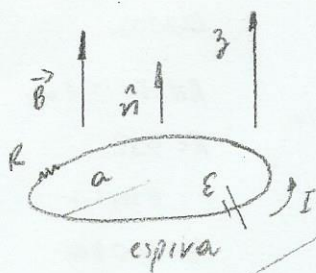
- a) o fluxo magnético através da espira no instante $t = 2$ s; (1 pts)
 b) a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira nos instantes $t = 1$ s, $t = 3,5$ s e $t = 7,5$ s; (1,5 pts)

Dados: $r = 4$ m $R = 20 \Omega$

Formulário: $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA$ $\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ $I_{induzida} = \frac{\epsilon}{R}$ $A = \pi r^2$



1-) Pl-2º mm 10 - diurno



a) Ao longo do tempo, o campo magnético vai diminuindo, com isso surge uma corrente induzida, a fim de equilibrar o campo. Com isso a corrente percorre o sentido anti-horário, com base na regra da mão direita.

ou
 → a fim de se contrapor a variação do fluxo magnético.

(b) $\mathcal{E} = ?$ e $E = ?$

Dados: $a = 0,1 \text{ m}$ $R = 50 \Omega$

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$; - Para determinar o fluxo, deve fazer a equação através do gráfico

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0,3 & 1 \\ 3 & 0,2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$0,3x + 3y - 0,9 - 0,2x = 0$$

$$0,1x + 3y - 0,9 = 0$$

$$y = \frac{-0,1x + 0,9}{3} \therefore B(t) = \frac{-0,1t + 0,9}{3}$$

Como $\mathcal{E} = -\frac{d\theta}{dt}$; $\theta = \int B \cdot \vec{n} dA = BA \cos \theta$

$$\mathcal{E} = -A \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{-0,1t + 0,9}{3} \right) = -\pi \cdot a^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-0,1)$$

$$\therefore \mathcal{E} = \underline{1,05 \cdot 10^{-3} \text{ V}}$$

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \approx \mathcal{E} = El \therefore E = \frac{1,05 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 0,1} \therefore E = \underline{1,667 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

(c) $U_{0 \rightarrow 6} = ?$

$$\frac{dU}{dt} = P = V \cdot I$$

$$P = V \cdot I$$

$$P = \frac{V \cdot V}{R}$$

$$dU = P dt$$

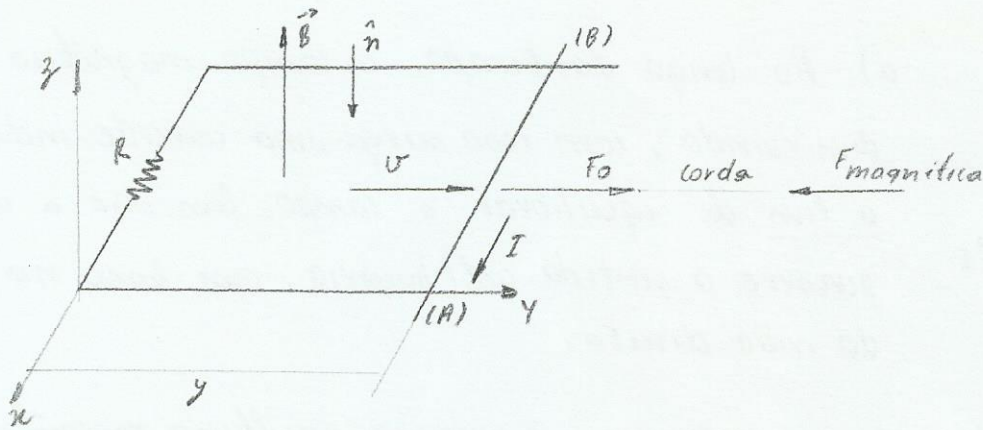
$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(1,05 \cdot 10^{-3})^2}{50} \therefore P = 2,19 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

$$\therefore U = \int P dt$$

$$U = P(t_f - t_i)$$

$$U = 2,19 \cdot 10^{-8} (6 - 0) \therefore U = \underline{1,316 \cdot 10^{-7} \text{ J}}$$

2) Pl-20 mm 10- noturno



Dados:

$$AB=L=0,4\text{ m}$$

$$R=5\ \Omega$$

$$v=8\text{ m/s}$$

$$F_0=0,08\text{ N}$$

$$\Delta t=12\text{ s}$$

(a)

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$$

$$\Phi = BA \cos \theta$$

$$\Phi = B \cdot L y \cos \theta$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot L \cdot y)}{dt} = -B \cdot L v$$

$$F = I \cdot L \cdot B \sin \theta$$

$$F = \frac{-B \cdot L v}{R} \cdot L \cdot B \quad \therefore F = \frac{B^2 \cdot L^2 v}{R}$$

$$\therefore B = \sqrt{\frac{F \cdot R}{L^2 \cdot v}} = \sqrt{\frac{0,08 \cdot 5}{0,4^2 \cdot 8}} \quad \therefore B = 0,559\text{ T}$$

(b) $\mathcal{E}=?$ $E=?$

$$\mathcal{E} = B L v = 0,559 \cdot 0,4 \cdot 8 \quad \therefore \mathcal{E} = 1,789\text{ V}$$

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

$$\mathcal{E} = E \oint dl$$

$$\mathcal{E} = E L \quad \therefore E = \frac{\mathcal{E}}{L}$$

$$E = \frac{1,789}{0,4} \quad \therefore E = 4,47 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

(c) $I_{\text{ind}}=?$

$$\mathcal{E} = R \cdot I_{\text{ind}} \quad \therefore I_{\text{ind}} = \frac{1,789}{5} \quad \therefore I_{\text{ind}} = 0,358\text{ A}$$

De B para A, é o sentido da corrente induzida.

(d) $U(t)=?$

$$\frac{dU}{dt} = P = V I$$

$$P = V \cdot I = 1,789 \cdot 0,358 \quad \therefore P = 0,64\text{ W}$$

$$dU = P dt$$

$$\therefore U(t) = 0,64 t \text{ (J)}$$

$$U = \int P dt = P(t - t_0)$$

$$U(12) = 7,68 \text{ (J)}$$

3) P2- 1º Nm 10 - noturno

Dados: $v=0,1\text{m}$ $R=7\Omega$ $\vec{B} = 0,09 + 0,1t \vec{z}$

1a) equação Φ

$$\begin{aligned} \Phi &= \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA \\ &= B \cdot A \cos 180^\circ \\ &= -B \cdot A \end{aligned}$$

$$\Phi = -(0,09 + 0,1t) \cdot 0,1^2 \cdot \pi$$

$$\therefore \Phi = -1,257 \cdot 10^{-3} - 3,14 \cdot 10^{-3} t \quad (\text{T} \cdot \text{m}^2)$$

(b) $I_{\text{ind}} = ?$ e sentido

Como \vec{B} é crescente, e a corrente induzida se contrapõe ao fluxo magnético. E analisando pela regra da mão direita, vemos que a corrente é no sentido horário.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(-1,257 \cdot 10^{-3} - 3,14 \cdot 10^{-3} t)}{dt} = 3,14 \cdot 10^{-3}$$

$$I = \frac{3,14 \cdot 10^{-3}}{7} \quad \therefore I_{\text{ind}} = 4,49 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$

(c) $\mathcal{E} = \oint E dl$

$\mathcal{E} = E \oint dl$

$\mathcal{E} = EL$

$$\therefore E = \frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{3,14 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 0,1} \quad \therefore E = 5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

4) P2- 1º Nm 10 - noturno

$I = 2 + 3t$

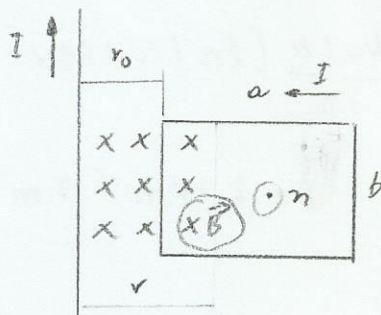
$a = 8\text{m}$

$b = 4\text{m}$

$r_0 = 2\text{m}$

$R = 100\Omega$

$t = 2\text{s}$



a) $\Phi = ?$

No fio longo (infinito)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$BL = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{L} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

$d\Phi = B \cdot dA \cdot \cos 180^\circ$

$d\Phi = -B \cdot dA, dA = b dr$

$$d\Phi = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot b dr = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \frac{dr}{r} \quad \therefore \Phi = \int -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \frac{dr}{r}$$

$$\Phi = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_{r_0}^{r_0+a} \frac{dr}{r} = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \cdot \ln r \Big|_{r_0}^{r_0+a} = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(\frac{r_0+a}{r_0} \right)$$

$$\therefore \Phi = \frac{-\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0+a}{r_0}\right) = \frac{-4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (2+3.2) \cdot 4}{2\pi} \ln\left(\frac{2+\theta}{2}\right)$$

$$\therefore \Phi = -10,3 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}^2$$

b) $I_{\text{ind}} = ?$ e sentido

$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[\frac{-\mu_0 \cdot (2+3t) \cdot b \cdot \ln\left(\frac{r_0+a}{r_0}\right)}{2\pi} \right]$$

$$\mathcal{E} = \frac{\mu_0 \cdot b \cdot \ln\left(\frac{r_0+a}{r_0}\right) \cdot 3}{2\pi} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot \ln\left(\frac{2+\theta}{2}\right) \cdot 3}{2\pi} \quad \therefore \mathcal{E} = 3,86 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

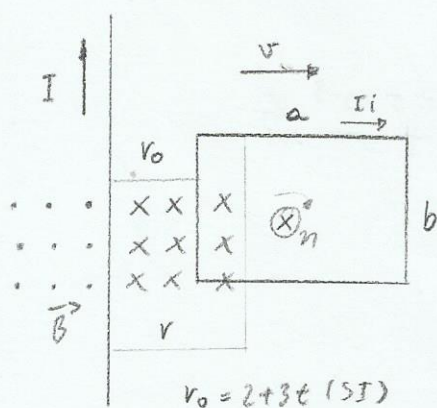
$$I_{\text{ind}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{3,86 \cdot 10^{-6}}{100} \quad \therefore I_{\text{ind}} = 38,63 \cdot 10^{-9} \text{ A} \text{ - Sentido anti-horário.}$$

5) P2- 1º Nm 10 - diorno

Dados: $I = 5 \text{ A}$ $v = 3 \text{ m/s}$ $a = 8 \text{ m}$ $b = 4 \text{ m}$ $L = 10 \Omega$

Situação 1

(a) $\Phi = ?$ (b) $I_{\text{ind}} = ?$ e sentido = ? (para $t = 2 \text{ s}$)



$$(a) d\Phi = B \cdot dA \cos \theta$$

$$d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot b \cdot dr$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_{r_0}^{r_0+a} \frac{1}{r} dr$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} [\ln(10+3t) - \ln(2+3t)]$$

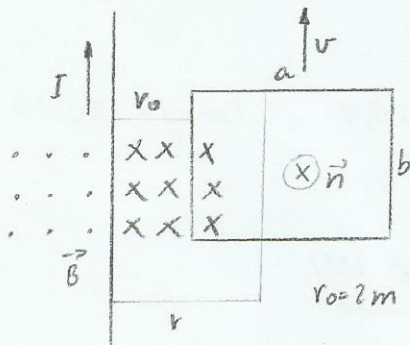
$$\Phi = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 4}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{10+3.2}{2+3.2}\right) \quad \therefore \Phi = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}^2$$

$$(b) \mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 I b}{2\pi} [\ln(10+3t) - \ln(2+3t)] \right]$$

$$= -\frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi} \left[\frac{3}{10+3t} - \frac{3}{2+3t} \right] = \frac{-4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 4}{2\pi} \cdot \left(\frac{3}{10+3.2} - \frac{3}{2+3.2} \right)$$

$$\therefore \mathcal{E} = 7,50 \cdot 10^{-7} \quad \therefore I = \frac{7,50 \cdot 10^{-7}}{10} \quad \therefore I = 75 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

Situação 2:



1a) $\Phi = ?$ 1b) $I_{\text{ind}} = ?$ e sentido = ?

Como $\vec{B} = \text{cte}$ $\therefore \Phi = \text{cte}$

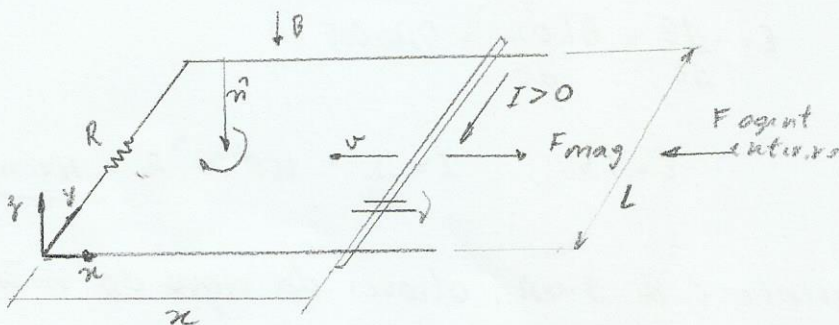
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = 0 \quad \therefore \quad \underline{I = 0}$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$$

$$\Phi = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot b dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I \cdot b}{2\pi} \ln r \Big|_{r_0}^{r_0+a}$$

$$\Phi = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5.4}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{2+b}{2}\right) \quad \therefore \quad \underline{\Phi = 6,44 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}^2}$$

6) P3- 1º MM 10 - noturno



Dados:

$$B = 0,4 \text{ T}$$

$$L = 0,6 \text{ m}$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

$$R = 0,2 \Omega$$

1a) $\mathcal{E} = ?$ por Lei de Faraday

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA ; dA = L dx$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot L \cos 0 dx$$

$$\Phi = BLx$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d(BLx)}{dt} = -BLv \quad \therefore \quad \underline{\mathcal{E} = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 2 \quad \therefore \quad \mathcal{E} = 0,48 \text{ V}}$$

1b) A corrente induzida flui de B \rightarrow A, pois como existe uma variação do fluxo magnético, a corrente surge para contrapor, com o intuito de manter um equilíbrio. Com isso utiliza-se a regra da mão direita.

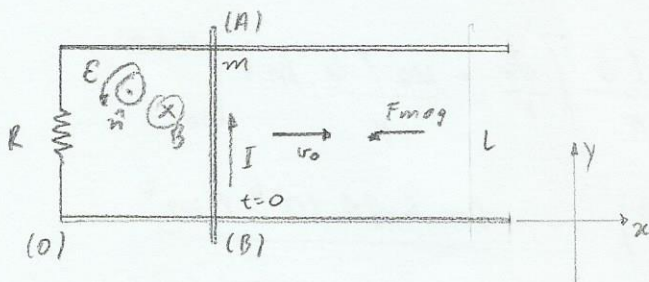
c) $F_{\text{agente}} = ?$ para manter $v = \text{cte}$
externo

$$F_{\text{mag}} = ILB = ILB \sin 90^\circ$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,48}{8} = 0,06 \quad \therefore F_{\text{mag}} = 0,06 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \quad \therefore F_{\text{mag}} = 0,0144 \text{ N}$$

$$F_{\text{agente}} = -F_{\text{mag}} \quad \therefore \underline{F_{\text{agente}} = -0,0144 \text{ N}}$$

7) PL-2º xcm09 - diurno



Dados: $m = 0,1 \text{ kg}$

$$AB = L = 0,5 \text{ m}$$

$$B = 0,2 \text{ T}$$

$$v_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$R = 10 \Omega$$

(a) $I_{\text{ind}} = ?$ no $t = 0 \text{ s}$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \, dA$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = BL \frac{dx}{dt} = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 10$$

$$\Phi = B \cdot A \cos 180^\circ$$

$$\Phi = -B \cdot Lx$$

$$\therefore \mathcal{E} = 1 \text{ V}$$

$$I = \frac{1}{10} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ A} = \underline{100 \text{ mA}}$$

(b) O sentido da corrente é de $B \rightarrow A$, através da regra da mão direita

(c) Como a corrente flui de B para A , e o campo magnético está no sentido $(-\vec{k})$, através da regra da mão direita, a força magnética está em $(-\vec{x})$, resultando na diminuição da velocidade.

8) PL-2º xcm09 - noturno

Dados: $m = 0,1 \text{ kg}$ $AB = L = 0,5 \text{ m}$ $B = 0,2 \text{ T}$ $v_0 = 6 \text{ m/s}$ $R = 10 \Omega$

(a) $I_{\text{ind}} = ?$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \, dA$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BLx)}{dt} = BLv = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 6 = 0,6 \text{ V}$$

$$\Phi = BA \cos 180^\circ$$

$$\Phi = -B \cdot Lx$$

$$I = \frac{0,6}{10} = \underline{0,06 \text{ A}} = \underline{60 \text{ mA}}$$

(b) Como a normal está no sentido (\vec{k}), resulta num $\epsilon > 0$ ∴ a corrente induzida é no sentido anti horário

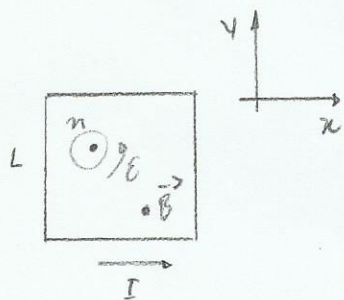
(c)

$$F_{\text{mag}} = ILB \sin 90^\circ$$

$$= 80 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 0,2 \quad \therefore F_{\text{mag}} = -0,008 \text{ N}$$

$$\therefore F_{\text{op}} = \underline{0,008 \text{ N}}$$

9) P3-2º NM 09 - duomo



(a) $B = B_m e^{-bt}$ ($t > 0$) para $t = 2 \text{ s}$:

(a) Φ

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$$

$$\Phi = B_m e^{-bt} L^2 \quad \therefore \Phi = 0,5 \cdot e^{-0,6 \cdot 2} \cdot 0,2^2$$

$$\therefore \Phi = \underline{6,02 \cdot 10^{-3}}$$

(b) e (c)

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B_m e^{-bt} L^2)}{dt} = B_m L^2 \cdot b e^{-bt} = 0,5 \cdot 0,2^2 \cdot 0,6 \cdot e^{-0,6 \cdot 2}$$

$$\therefore \underline{\epsilon = 3,61 \cdot 10^{-3} \text{ V}}$$

$$\therefore I = \frac{3,61 \cdot 10^{-3}}{10} \quad \therefore I = 0,36 \cdot 10^{-3} \text{ A} = \underline{0,36 \text{ mA}}$$

Revisão P2

2) P2-2º MM 10-noturno

Dados: $AB=L=0,4m$ $R=5\Omega$ $v=8m/s$ $F_0=0,08N$ $dt=12s$

(a) $B=?$

$$\begin{aligned}\Phi &= \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA \\ &= \int B \vec{r} \cdot (-\vec{k}) L dy \\ &= -BLy\end{aligned}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(-BLy)}{dt} = BL \left(\frac{dy}{dt}\right)^v$$

$$\mathcal{E} = BLv \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R}$$

$$\begin{aligned}F &= I\vec{L} \times \vec{B} \\ &= ILB \sin 90 \\ &= \frac{BLv}{R} \cdot L \cdot B\end{aligned}$$

$$F = \frac{B^2 \cdot L^2 \cdot v}{R}$$

$$B = \sqrt{\frac{F \cdot R}{L^2 v}} = \sqrt{\frac{0,08 \cdot 5}{0,4^2 \cdot 8}} = \boxed{0,559 T}$$

(b) $\mathcal{E} = BLv$

$$= 0,559 \cdot 0,4 \cdot 8 \quad \therefore \quad \boxed{\mathcal{E} = 1,79 V}$$

(c) $\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$E = \frac{1,79}{0,4}$$

$$\boxed{E = 4,47 \frac{V}{m}}$$

$$\mathcal{E} = EL = 1,79 V$$

(c) Sentido de B para A

$$I = \frac{1,79}{5} \quad \therefore \quad \boxed{I = 0,358 A}$$

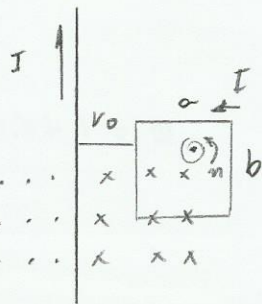
(d)

$$\frac{dU}{dt} = P = VI$$

$$U = 1,79 \cdot 0,358 \cdot 12 = \boxed{7,69 J}$$

4) P2-1º MM 10-noturno

Dados: $a=8m$ $b=4m$ $r_0=2m$ $R=100\Omega$ $t=2s$ $I=2+3t$



a) Φ :

$$\Phi = \int B \cdot n dA \rightarrow$$

$$\Phi = \int \frac{\mu_0 (2+3t)}{2\pi r} b dr$$

$$\oint B dl = \mu_0 I$$

$$BL = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 (2+3t) b}{2\pi} \int_{r_0}^{r_0+a} \frac{1}{r} dr$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 (2+3t) b}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0+a}{r_0}\right)$$

$$\Phi = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (2+3t) \cdot 4 \cdot \ln\left(\frac{2+8}{2}\right)}{2\pi}, \text{ para } t = 2 \text{ s timar } \boxed{\Phi = 1,03 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}^2}$$

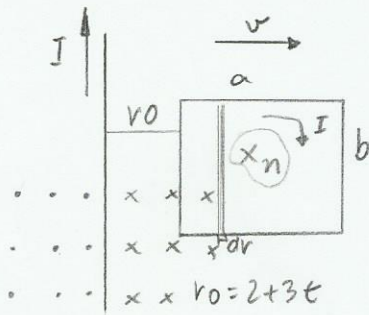
$$(b) \quad \mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} = \frac{-d}{dt} \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7} (2+3t) \cdot 4 \cdot \ln\left(\frac{10}{2}\right)}{2\pi} \right)$$

$$= 8 \cdot 10^{-7} \ln(5) \cdot 3 = 3,86 \cdot 10^{-6}$$

$$I = \frac{3,86 \cdot 10^{-6}}{100} = \boxed{38,63 \cdot 10^{-9} \text{ A}}$$

5) P2- 1ºnm10 - durmo Dados: $I = 5 \text{ A}$ $v = 3 \text{ m/s}$ $a = 8 \text{ m}$ $b = 4 \text{ m}$ $R = 10 \Omega$

Situação 1:



$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$$

$$= \int B \hat{n} \hat{n} dA$$

$$= \int B b dr$$

$$= \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} b dr$$

$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_{r_0}^{r_0+a} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0+a}{r_0}\right)$$

$$\int B dl = \mu_0 I$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

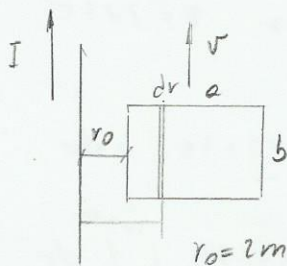
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Phi = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \ln\left(\frac{2+3 \cdot 2 + 8}{2+3 \cdot 2}\right)}{2\pi} \therefore \boxed{\Phi = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}^2}$$

$$\mathcal{E} = \frac{-d}{dt} \left(\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \cdot [\ln(3t+10) - \ln(2+3t)] \right)$$

$$= \frac{-\mu_0 I b}{2\pi} \cdot \left(\frac{3}{3t+10} - \frac{3}{2+3t} \right) \quad \mathcal{E} = 7,5 \cdot 10^{-7} \quad \boxed{I = 7,5 \cdot 10^{-8} \text{ A}}$$

Situação 2



$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$$

$$= \int_{r_0}^{r_0+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} b dr$$

$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0+a}{r_0}\right)$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \ln\left(\frac{2+8}{2}\right)}{2\pi} \therefore \boxed{\Phi = 6,44 \cdot 10^{-6} \text{ Tm}^2}$$

$$\int B dl = \mu_0 I$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

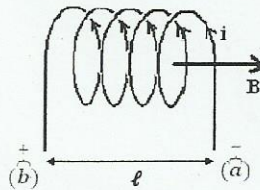
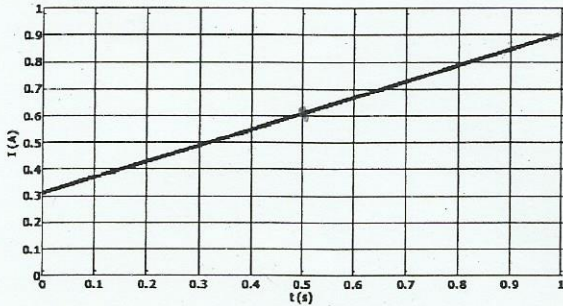
Corrente $I = 0$

1) P2-2º sem 10 – diurno

3. Um solenoide reto e longo de comprimento ℓ e autoindutância L possui N espiras com seção reta de área A . O solenoide é percorrido por uma corrente elétrica que varia no tempo conforme o gráfico abaixo. Pedem-se:
- a) a autoindutância L ; (1 pts)
 - b) a força eletromotriz autoinduzida ε , entre os instantes $t = 0$ e $t = 1,0$ s; (0,5 pts)
 - c) a intensidade do campo magnético e a densidade de energia no campo magnético, no interior do solenoide, no instante $t = 1$ s. (1 pts)

Dados: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A}$ $N = 500$ espiras $\ell = 0,25$ m $A = 0,5 \times 10^{-4} m^2$

Formulário: $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $L = \frac{N}{I} \Phi$ $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ $U = \frac{1}{2} LI^2$ $u = \frac{U}{A\ell}$



Resp:

- a) $62,8 \cdot 10^{-6}$ H
b) $-3,77 \cdot 10^{-5}$ V
c) $2,26 \cdot 10^{-3}$ T e $2,03$ J/m³

2) P2-2º sem 10 – noturno

3. Um solenoide reto e longo possui N espiras, seção reta com área A e comprimento ℓ .

- a) Mostre que a autoindutância deste solenoide é dada por $L = \frac{\mu_0 AN^2}{\ell}$. Suponha que o campo magnético seja uniforme dentro do solenoide e nulo fora dele; (1 pts)
- b) Determine o comprimento ℓ e o número de espiras N , supondo que a energia magnética armazenada no solenoide seja U quando a corrente elétrica é I ; (1 pts)
- c) Calcule a densidade de energia no campo magnético. (0,5 pts)

Dados: $\frac{N}{\ell} = 10\,000$ espiras/m $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$ $U = 0,1$ J $I = 1,5$ A $A = 0,002$ m².

Formulário: $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ $L = \frac{N}{I} \Phi$ $U = \frac{1}{2} LI^2$ $u = \frac{U}{A\ell}$

Resp:

- b) $\ell = 0,354$ m
 $N = 3540$ esp
c) $141,24$ J/m³

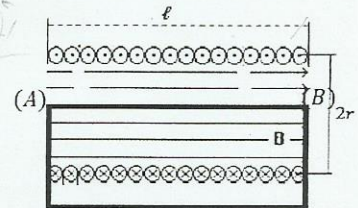
3) P3-2º sem 10 – noturno

3. Um solenoide de comprimento ℓ , N espiras e seção transversal circular de raio r é percorrido por uma corrente elétrica I .

- a) Mostrar, por meio da lei de Ampère, que a intensidade do campo magnético no interior do solenoide é $B = \mu_0 NI / \ell$. Não considere o efeito de borda do solenoide sobre o campo magnético. (0,5 pts)
- a) Calcular a indutância L do solenoide; (1,0 pts)
- c) Calcular a força eletromotriz ε que seria autoinduzida se a corrente elétrica fosse reduzida a zero, numa taxa constante, em um intervalo de tempo Δt ; (0,5 pts)
- d) Determinar o sentido da corrente autoinduzida (se no mesmo sentido ou no sentido oposto da corrente externa I) durante o processo descrito no item (c). (0,5 pts)

Dados: $N = 3500$ espiras $\ell = 0,5$ m $r = 0,04$ m $\Delta t = 10$ s $I = 5$ A

Formulário: $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $L = \frac{N}{I} \Phi$ $U = \frac{1}{2} LI^2$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{int}$



Resp:

- b) $0,1546$ H
c) $0,0773$ V
d) no mesmo sentido

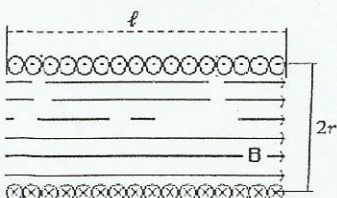
4) P3-2º sem 10 – noturno

3. Um solenoide de seção circular de raio r possui N espiras distribuídas uniformemente ao longo de seu comprimento ℓ . Pelas espiras do solenoide, flui uma corrente elétrica $I = 0,005$ t (SI).

- a) Mostrar que a indutância do solenoide é $L = \mu_0 N^2 \pi r^2 / \ell$. (1 pts)
- b) Calcular a energia recebida pelo solenoide entre os instantes $t = 0$ e $t = 10$ s; (0,5 pts)
- c) Calcular a força eletromotriz ε autoinduzida no mesmo intervalo de tempo. (1 pts)

Dados: $r = 0,04$ m $N = 200$ espiras $\ell = 0,600$ m

Formulário: $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ $L = \frac{N}{I} \Phi$ $U = \frac{1}{2} LI^2$



Resp:

- b) $5,26 \cdot 10^{-7}$ J
c) $2,1 \cdot 10^{-6}$ V

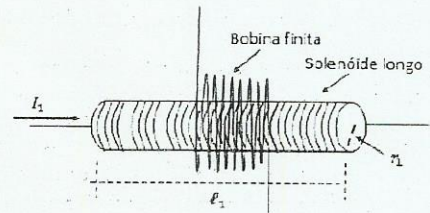
5)P2-1ºsem10 –noturno

4. Uma bobina finita com numero de espiras N_2 é enrolada de forma compacta em torno de um solenóide longo que possui numero de espiras N_1 , raio r_1 e comprimento ℓ_1 . O solenóide longo recebe de um gerador elétrico uma corrente elétrica variável com o tempo que obedece a equação: $I_1 = 5,0 \cdot 10^6 t$ (SI). Pedem-se:

- a) o fluxo magnético em cada espira do solenóide longo no instante $t = 0,5 \cdot 10^{-6}$ s; (1 pts)
- b) a indutância mútua M dos dois solenóides: (1 pts)
- c) a força eletromotriz induzida no solenóide externo pela corrente variável no solenóide interno; (0,5 pts)

Dados: $N_2 = 50$ espiras $N_1 = 4000$ espiras $\ell_1 = 2,40$ m $r_1 = 0,1$ m

Formulário: $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$ $\epsilon = -\frac{d}{dt} \Phi$ $N_1 \Phi_1 = M I_2$ $N_2 \Phi_2 = M I_1$ $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$



Resp: a) $1,64 \cdot 10^{-4}$ Tm² b) $3,28 \cdot 10^{-3}$ H c) -16400V

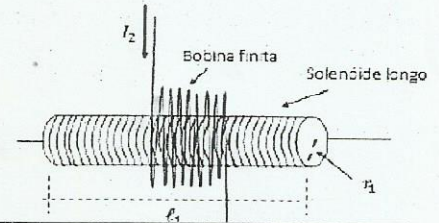
6)P2-1ºsem10 –diurno

4. Uma bobina finita com numero de espiras N_2 é enrolada de forma compacta em torno de um solenóide longo que possui numero de espiras N_1 , raio r_1 e comprimento ℓ_1 . O solenóide longo recebe de um gerador elétrico uma corrente elétrica variável com o tempo que obedece a equação: $I_1 = 5,0 \cdot 10^6 t$ (SI). Pedem-se:

- a) o fluxo magnético em cada espira do solenóide longo no instante $t = 0,5 \cdot 10^{-6}$ s; (1 pts)
- b) a indutância mútua M dos dois solenóides: (1 pts)
- c) a força eletromotriz induzida no solenóide externo pela corrente variável no solenóide interno; (0,5 pts)

Dados: $N_2 = 50$ espiras $N_1 = 4000$ espiras $\ell_1 = 2,40$ m $r_1 = 0,1$ m

Formulário: $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$ $\epsilon = -\frac{d}{dt} \Phi$ $N_1 \Phi_1 = M I_2$ $N_2 \Phi_2 = M I_1$ $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$



Resp: b) $6,58 \cdot 10^{-7}$ Tm² c) -1315V

- 7)LC** 3. A indutância numa bobina de enrolamento compacto de N espiras é tal que uma força eletromotriz ϵ é induzida quando a corrente varia a uma taxa $\frac{dI}{dt}$. Uma corrente estacionária I produz um fluxo magnético Φ através de cada espira; (a) Calcule a indutância L da bobina. (b) Quantas espiras têm a bobina? **Resp: a) $L = 0,6$ mH. b) $N = 120$**

Dados: $\epsilon = -3$ mV $\frac{dI}{dt} = +5$ A/s $I = 8$ A $\Phi = 40 \frac{\mu T}{m^2}$

- 8)LC** 4. Um solenóide de comprimento ℓ tem uma área transversal A . Existem N espiras nas quais circula uma corrente I . (a) Calcule a densidade de energia magnética u_B no interior do solenóide. (b) Ache a energia total U_B armazenada no campo magnético no interior do solenóide (despreze os efeitos das extremidades).

Resp: (a) $u_B = 34,1$ J/m³ (b) $U_B = 49,4$ mJ

- 9)LC** 3- Um solenóide cilíndrico longo com 100 espiras/cm tem um raio de 1,6 cm. Suponha que o campo magnético que ele produz seja paralelo ao eixo do solenóide e uniforme no seu interior.

Resp:
a) 0,1H/m
b) -1,3 V/m

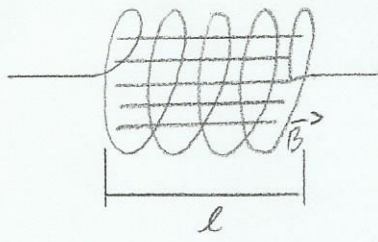
- 10)LC** 5. Um solenóide longo, com 60 espiras por centímetro, conduz uma corrente igual a 0,15 A. Os fios das espiras são enrolados em torno de um núcleo de aço com silício ($K_m=5200$). O fio do solenóide é envolvido por uma camada de isolante, de modo que não flua nenhuma corrente para o núcleo. Para um dado ponto no interior do núcleo, determine:

Resp:
a) $1,13 \cdot 10^{-3}$ T
b) 5,874T
c) $4,679 \cdot 10^6$ Am²/m³

$\epsilon = -\frac{d}{dt} \Phi$ $\Phi_2 = \frac{M I_1}{N_2}$

$\epsilon = -\frac{d}{dt} \left(\frac{M I_1}{N_2} \right)$

Indutores



N : espiras

Auto-Indutância

Indutância

$$L = \frac{N\Phi}{I} \text{ (H)}$$

Henry

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

Energia armazenada no indutor

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \text{ (J)}$$

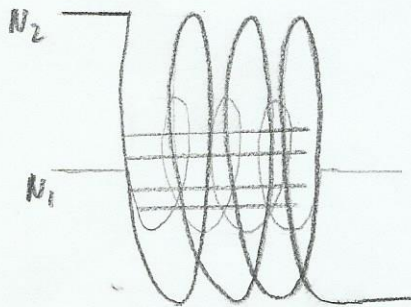
densidade de energia

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{U}{\text{Vol}} \text{ (J/m}^3\text{)}$$

Volume do Indutor

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l}$$

Indutância mútua (M)



$$M = \frac{N_1 \Phi_1}{I_2} = \frac{N_2 \Phi_2}{I_1} ; \text{ Onde } \Phi_1 = \Phi_2$$

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$

1) P1-2º nm 10 - diurno

Dados: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$ $N = 500$ espiras $l = 0,25 \text{ m}$ $A = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

(a) $L = ?$

$$L = \frac{N\Phi}{I} ; \Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$$

$$\Phi = BA ; B = \frac{\mu_0 N \cdot I}{l}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 N \cdot I A}{l}$$

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A}{l \cdot I} = \frac{500^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,15 \cdot 10^{-4}}{0,25} \therefore L = 62,83 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

(b) $\mathcal{E}_{0 \rightarrow 10} = ?$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} = -62,83 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(0,9 - 0,3)}{1} \therefore \mathcal{E} = -3,77 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

(c) $\vec{B} = ?$ $\mu = ?$ no $t = 1 \text{ s}$

$$\mu = \frac{1}{2} L I^2 \div \text{Vol} = \frac{L I^2}{2 A l} = \frac{62,83 \cdot 10^{-6} \cdot 0,9^2}{2 \cdot 0,15 \cdot 10^{-4} \cdot 0,25} \therefore \mu = 2,036 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$\mu = \frac{B^2}{2\mu_0} \therefore B = \sqrt{\mu \cdot \mu_0}$$

$$B = \sqrt{2,036 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2} \therefore B = 2,26 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

2) P2-2º nm 10 - noturno

Dados: $\frac{N}{l} = 10000 \frac{\text{espiras}}{\text{m}}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$ $U = 0,1 \text{ J}$ $I = 1,5 \text{ A}$ $A = 0,002 \text{ m}^2$

a) $L = ?$

$$L = \frac{N\Phi}{I} ; \Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA = BA ; B = \frac{\mu_0 N I}{l}$$

$$L = \frac{N \cdot BA}{I} = \frac{A N \cdot \mu_0 N I}{l \cdot I} \therefore L = \frac{N^2 \mu_0 A}{l}$$

b)

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad \therefore L = \frac{2U}{I^2} = \frac{2 \cdot 0,1}{115^2} \quad \therefore L = \frac{4}{45} \text{ H}$$

$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{l} = \frac{\mu_0 AN \cdot N}{l} \quad \therefore L = 10\,000 \mu_0 AN$$

$$\therefore N = \frac{8,89 \cdot 10^{-2}}{10\,000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,002} = 3,54 \cdot 10^3 \quad \therefore N = 3540 \text{ espiras}$$

$$l = \frac{3540}{10\,000} = 0,354 \text{ m}$$

$$c) \quad \mu = \frac{U}{Al} = \frac{0,1}{0,002 \cdot 0,354} \quad \therefore \mu = 141,37 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

3) P3 - 2º x m10 - noturno

Dados: $N = 3500$ espiras $l = 0,5 \text{ m}$ $v = 0,04 \text{ m}$ $\Delta t = 10 \text{ s}$ $I = 5 \text{ A}$

(a) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}}$

$$Bl = \mu_0 I_{\text{int}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I_{\text{int}}}{l} \quad ; \quad I_{\text{int}} = NI \quad \therefore B = \frac{\mu_0 \cdot NI}{l}$$

(b) $L = ?$

$$L = \frac{N\Phi}{I} \quad ; \quad \Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA = BA$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 N \cdot I \cdot A}{l}$$

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A}{l} = \frac{3500^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 0,04^2}{0,5} \quad \therefore L = 0,155 \text{ H}$$

(c) $\mathcal{E} = ?$ $I = 0$ $\Delta t = 10 \text{ s}$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} = -0,155 \cdot \left(\frac{-5}{10} \right) = \underline{0,0775 \text{ V}}$$

4(P3 - 2º mm10 - noturno)

Dados: $v = 0,04 \text{ m}$ $N = 200$ espiras $l = 0,6 \text{ m}$ $I = 0,005 \text{ t}$

a) $L = ?$

$$L = \frac{N\Phi}{I} ; \Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA = BA$$

$$\int \vec{B} dl = \mu_0 I_{\text{ind}}$$

$$Bl = \mu_0 I_{\text{ind}} ; I_{\text{ind}} = NI$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 N I A}{l} ; A = \pi v^2$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 N I \pi v^2}{l}$$

$$L = \frac{N \cdot \mu_0 N I \pi v^2}{l} + I ; \therefore L = \frac{\mu_0 N^2 \pi v^2}{l}$$

b) $U_{0 \rightarrow 10} = ?$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 ; L = \frac{4 \pi 10^{-7} \cdot 200^2 \cdot \pi \cdot 0,04^2}{0,6} ; \therefore L = 4,21 \cdot 10^{-4}$$

$$U = \frac{4,21 \cdot 10^{-4}}{2} \cdot (0,005 \cdot 10)^2 ; \therefore U = 5,26 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

c) $\mathcal{E}_{0 \rightarrow 10} = ?$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d(0,005 \text{ t})}{dt} = -4,21 \cdot 10^{-4} \cdot 0,005 = -2,106 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

Revisão Capítulo 30

1) P2-2º MM10 - diurno

Dados: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $N = 500$ espiras $l = 0,125$ m $A = 0,15 \cdot 10^{-4}$ m²

(a) $L = \frac{N}{I} \Phi$

$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$; $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$

$= \int \frac{\mu_0 N I}{l} \cdot dA = \frac{\mu_0 N I A}{l}$

$L = \frac{N \cdot \mu_0 N I A}{I l} = \frac{N^2 \mu_0 A}{l} = \frac{500^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,15 \cdot 10^{-4}}{0,125} = 62,83 \cdot 10^{-6}$ H

(b) $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} = -62,83 \cdot 10^{-6} \cdot (0,9 - 0,3)$ $\therefore \mathcal{E} = 37,7 \cdot 10^{-6}$ V

(c) $B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500 \cdot 0,9}{0,125}$ $\therefore B = 2,26 \cdot 10^{-3}$ T

$U = \frac{U}{Al}$; $U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \cdot 62,83 \cdot 10^{-6} \cdot 0,9^2 = 2,54 \cdot 10^{-5}$

$u = \frac{2,54 \cdot 10^{-5}}{0,15 \cdot 10^{-4} \cdot 0,125}$ $\therefore u = 2,04$ J/m³

2) P2- 2º MM10 - noturno

(a) $L = ?$

$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dA$; $B = \frac{\mu_0 N}{l} I$

$= \int \frac{\mu_0 N \cdot I}{l} \cdot dA = \frac{\mu_0 N \cdot I A}{l}$

$L = \frac{N}{I} \Phi$

$= \frac{N}{I} \frac{\mu_0 N I A}{l}$

$\therefore L = \frac{N^2 \mu_0 A}{l}$