Erivelton Gualter dos Santos

11 210. 368-4

Engenharia de Automação e Controle

"Sistemas Digitais I"

Sistemas Digitais I

Binary digit → derivou o BIT (0 ou 1)

- O agrupamento de 8 bits é 1 byte

Propriedades (Funções) → Funções booleanas
- Criado pelo George Boole (1815 - 1864 = 1847)

1-) Função NÃO (NOT) - Inversora

Definição: Quem está numa propriedade, está na outra.
(É a única função de 1 variável de entrada)

Equação

$X = \overline{A}$

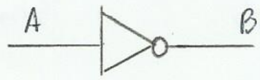
computação

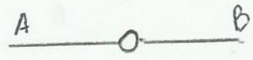
X = !A => (not(A))

tabela-verdade

A	X
0	1
1	0

Símbolo





(Abreviatura)

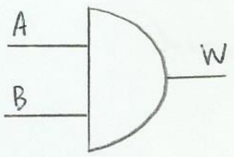
2ª Função) Função E (AND)

Definição: Quando uma das variáveis de entrada for 0, a saída é 0. Quando todas as variáveis de entrada forem 1, a saída = 1.

tabela-verdade

A	B	W
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Símbolo



(Função produto)

Equação

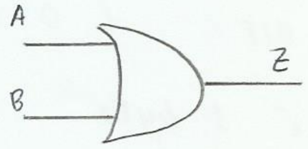
$W = A \cdot B$ ou $W = AB$
Opcional (Porém "Cuidado")

3º Função) Função OU (OR)

Definição: Quando uma das variáveis de entrada for 1, a saída é 1. Quando todas as variáveis de entrada forem 0, a saída é 0.

tabela verdade | Símbolo | Equação

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



$Z = A + B$

(Função soma)

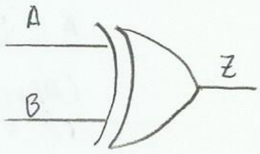
4) Função não elementar (Porém muito importante)

Função OU exclusivo (XOR) (Exclusive OR)

Definição: Quando o nº de entradas = 1 for par, a saída é ϕ e quando o número de entradas = 1 for ímpar a saída é 1

tabela verdade | Símbolo | Equação

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



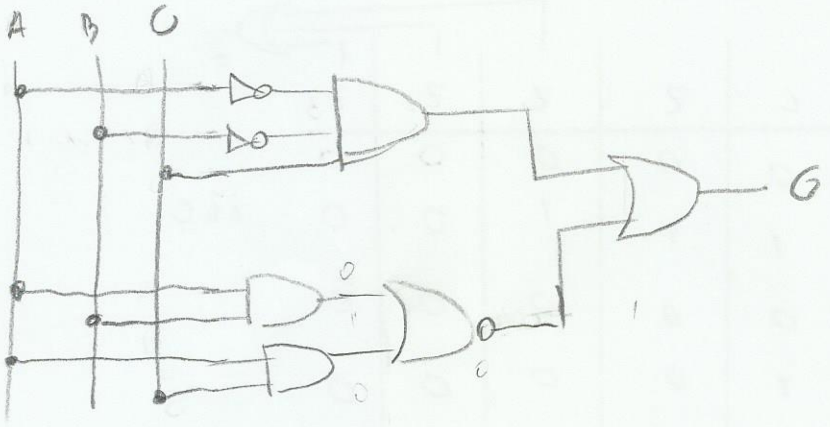
$Z = A \oplus B$

Detalhe: Não é comum extender o símbolo - faz-se associações

Função coincidência: É o inverso do XOR e seu símbolo é $Z = A \odot B$

-> Pegar teoremas no email

$G = \overline{AB + AC} + \bar{A}\bar{B}C$



A	B	C	G
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$\overline{AB + AC} + \bar{A}\bar{B}C$

$\overline{AB} \cdot \overline{AC} + \bar{A}\bar{B}C$

$\underbrace{(\bar{A} + \bar{B})}_{Z}(\bar{A} + \bar{C}) + \bar{A}\bar{B}C$

$Z\bar{A} + Z\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

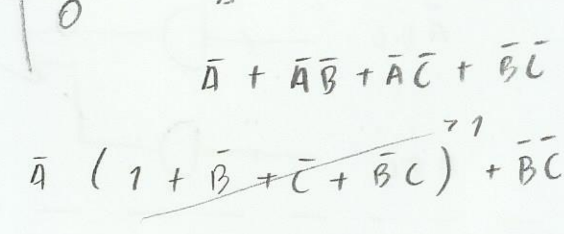
$(\bar{A} + \bar{B})\bar{A} + (\bar{A} + \bar{B})\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

$\underbrace{\bar{A}\bar{A}}_{\bar{A}} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

$\bar{A} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

$\bar{A}\,\cancel{(1 + \bar{B} + \bar{C} + \bar{B}C)}^{1} + \bar{B}\bar{C}$

$G = \bar{A} + \bar{B}\bar{C}$



Limbute

$X + XY = X$

$X1 + XY = X$

$X(\cancel{1 + Y})^{1} = X$

$X + XY = X$

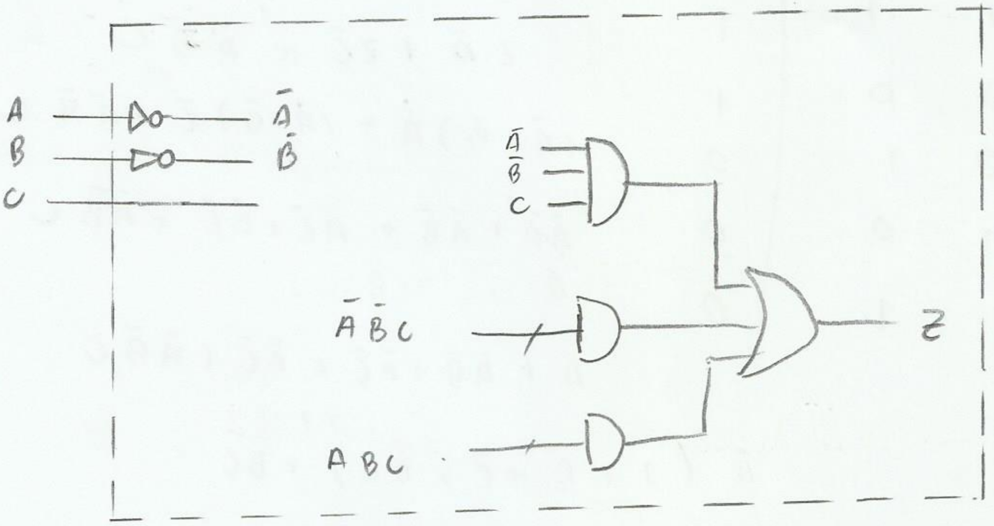
Método do Projeto lógico combinatório

(1) Forma disjuntiva (Soma de Produtos)

Isolar 1's

A	B	C	Z	Z_1	Z_2	Z_3	
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	1	1	1	0	0	$\bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	0	0	0	0	
0	1	1	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	1	0	1	0	$A\bar{B}C$
1	1	0	0	0	0	0	
1	1	1	1	0	0	1	ABC

$Z = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}C + ABC$ (Forma canônica Original)



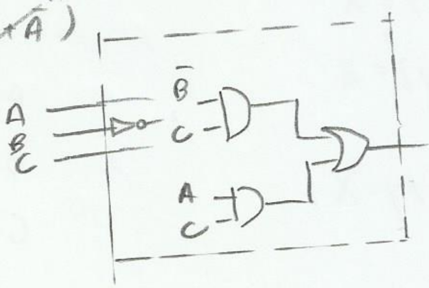
$Z = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}C + ABC + A\bar{B}C$

$AC(\bar{B} + B)$ $\quad$ $\bar{B}C(A + \bar{A})$ 1

AC $\quad$ $\bar{B}C$

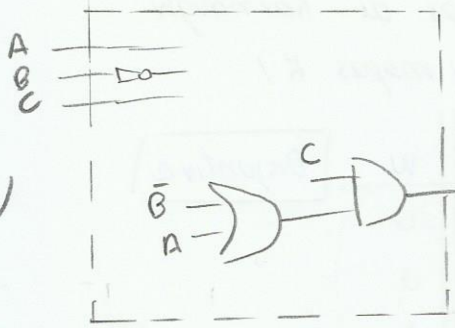
$\therefore Z = AC + \bar{B}C$

(Forma canônica reduzida



$Z = \bar{B}C + AC$

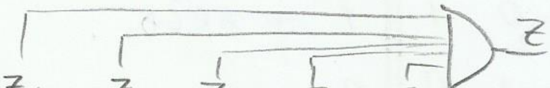
$= C(\bar{B} + A)$



(Não é a forma canônica)

(2) Forma conjuntiva (Produto de somas)

Isolar os 0's



A	B	C	Z	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	
0	0	0	0	0	1	1	1	1	$(A+B+C)$
0	0	1	1	1	1	1	1	1	
0	1	0	0	1	0	1	1	1	$(A+\bar{B}+C)$
0	1	1	0	1	1	0	1	1	$(A+\bar{B}+\bar{C})$
1	0	0	0	1	1	1	0	1	$(\bar{A}+B+C)$
1	0	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	0	0	1	1	1	1	0	$(\bar{A}+\bar{B}+C)$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	

$Z = (A+B+C)(A+\bar{B}+C)(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)$

$(A+B+C)(A+\bar{B}+C)$

$\underbrace{AA}_{A} + \cancel{A\bar{B}} + \cancel{AC} + BA + \underbrace{B\bar{B}}_{0} + BC + CA + C\bar{B} + \underbrace{CC}_{C} \Rightarrow \underline{(A+C)}$

Este método não é trivial

Os mapas de Karnaugh
(ou mapas K)

$\boxed{\text{Disjuntiva}}$

Mauricio Karnaugh
Bell Laboratories
(1955)

A	B	C	D	W	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}D$
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	$\rightarrow \bar{A}BCD$
1	0	0	0	1	$\rightarrow A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	1	$\rightarrow A\bar{B}CD$
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	$\rightarrow AB\bar{C}D$
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	$\rightarrow ABCD$

$$W = \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}CD + AB\bar{C}D + ABCD$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	0	0

$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$

BD

ACD

$$W = BD + ACD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$\begin{array}{l} ABD\ + \\ \bar{A}BD \\ \hline BD \end{array}$$

Mapas de Karnaugh

Para 1 variável

A	0	1
	1	0

(NOT)

Para 2 variaveis

A	0	1
0		
1		

Para 3 variaveis

AB	00	01	11	10
0				
1				

=

BC \ A	0	1
00		
01		
11		
10		

n. Variaveis assimilados
2^n
$n=0 \rightarrow 1$
$n=1 \rightarrow 2$
$n=2 \rightarrow 4$
$n=3 \rightarrow 8$
$n=4 \rightarrow 16$

Para 4 variaveis

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Para 5 variaveis

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Para 6 variaveis

n Dimensional

Observação:

Disjuntiva

- Agupo os 1's
- Monte os Es $\begin{cases} 0 \rightarrow \text{Inverte} \\ 1 \rightarrow \text{Direto} \end{cases}$
- Agrupo os Es num OU

Conjuntiva

- Agupar os 0's
- Montar os Ous $\begin{cases} 0 \rightarrow \text{Direto} \\ 1 \rightarrow \text{Invertido} \end{cases}$
- Agrupo os Ous num E

Exemplo anterior na forma conjuntiva

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	0	0

Conjuntiva:

$(A+B)$

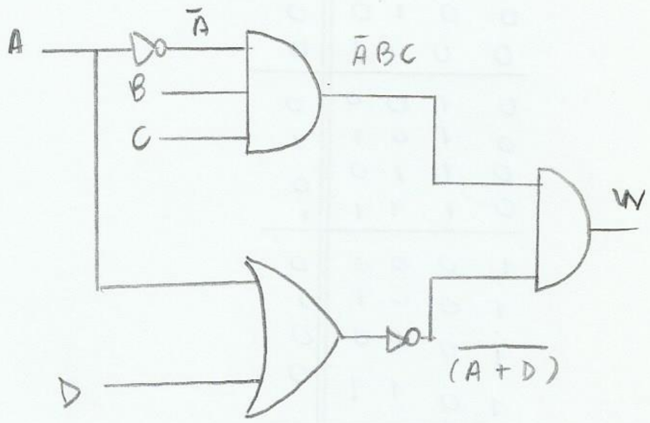
$(\bar{C}+D)$

$(\bar{B}+D)$

$(B+C+\bar{D})$

logo $W = (A+B)(\bar{C}+D)(\bar{B}+D)(B+C+\bar{D})$

Exercicio em sala



$W = (\bar{A}BC).(\overline{A+D})$

$= \bar{A}BC.\ \bar{A}\bar{D}$

$= \bar{A}(BC\bar{D})$ $\therefore$ $\underline{W = \bar{A}BC\bar{D}}$

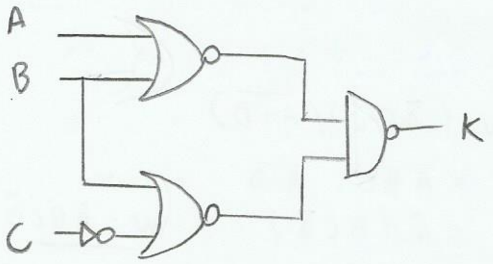
A	B	C	D	W
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Através da tabela verdade, temos:

$\underline{W = \bar{A}BC\bar{D}}$

HOMEWORK

$Z = \overline{M+N} + \bar{P}Q$



A	B	C	D	T
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Condições de Irrelevância (Don't care)
(O 'x' do Karnaugh)

Regra Geral: Use o 'x' a seu favor
Cuidado com os projetos de segurança

Ex) A faculdade quer que todos os alunos pratiquem esporte ou deve ir no ginásio 3 vezes por semana. Pegue seu nº de matrícula - os 3 últimos dígitos. "0" corresponde ao domingo "1" a segunda etc. Acima de 6, subtraia 7. Se houver repetição, pegue o 4º, 5º dígito, até completar os 3 dias. Em última hipótese, escolha algum dia.
Projete o circuito devido...

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	X	1

$\bar{A}C$ $\quad$ $\bar{B}C$

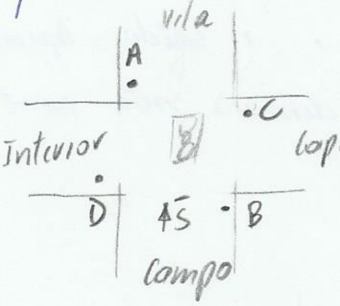
	A	B	C	G
Dom	0	0	0	0
Seg	0	0	1	1
Ter	0	1	0	0
Quart	0	1	1	1
Quint	1	0	0	0
Sexta	1	0	1	1
Sabado	1	1	0	0
	1	1	1	X (Vaga ñ Existe)

$\therefore G = \bar{A}C + \bar{B}C$ (Disjuntiva)

$G = \bar{C}$ (Conjuntiva)

Uma rodovia cruza uma rua secundária. Existem sensores que detectam a presença de carros. "C" e "D" na rodovia e "A" e "B" na secundária. Projete um circuito que controla um semáforo para o cruzamento com as regras: o sinal será verde para a rodovia...

- Quandos os sensores 'C' e 'D' estiverem ativos
- Quando C ou D estiverem ativo com A e B desativados
- O sinal será vermelho quando A e B desativados
- O sinal tambem será vermelho quando A ou B estiverem ativos e C e D desativados
- O sinal será verde para a rodovia se não tiver carros nas pistas.



S = verde = 1

0 : não tem veículo
1 : tem veículo

A	B	C	D	S	$\bar{S}$	
0	0	0	0	1	0	(5)
0	0	0	1	1	0	(2)
0	0	1	0	1	0	(2)
0	0	1	1	1	0	(1)(2)
0	1	0	0	0	1	(3)
0	1	0	1	1 X	0 X	
0	1	1	0	1 X	0 X	
0	1	1	1	1	0	-(1)
1	0	0	0	0	1	(3)
1	0	0	1	X 1	X 0	
1	0	1	0	X 1	X 0	
1	0	1	1	1	0	-(1)
1	1	0	0	0	1	-(3)(4)
1	1	0	1	X 0	X 1	
1	1	1	0	X 0	X 1	
1	1	1	1	1	0	-(1)

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	1
11	1	1	1	1
10	1	1	0	1

$$S = \bar{A}\bar{B} + CD + \bar{A}D + \bar{A}C + \bar{B}D + \bar{B}C$$

Considere os meses do ano, repetindo o mês de seu nascimento. Janeiro corresponde à 1ª linha de uma tabela-verdade das aulas, fevereiro a 2ª linha etc.

Projete um circuito que detecta quando os meses tiveram 31 dias.

Os nomes com até 6 letras inclusive viram 0 os demais 1.

Blocos combinacionais (O Multiplexador) ou MUX

É um bloco lógico que tem "n" entradas de endereço (ou seleção) 2^n entradas de dados, individualmente identificadas e 1 saída. Apenas a entrada selecionada é copiada para a saída as demais não participa nesta etapa.

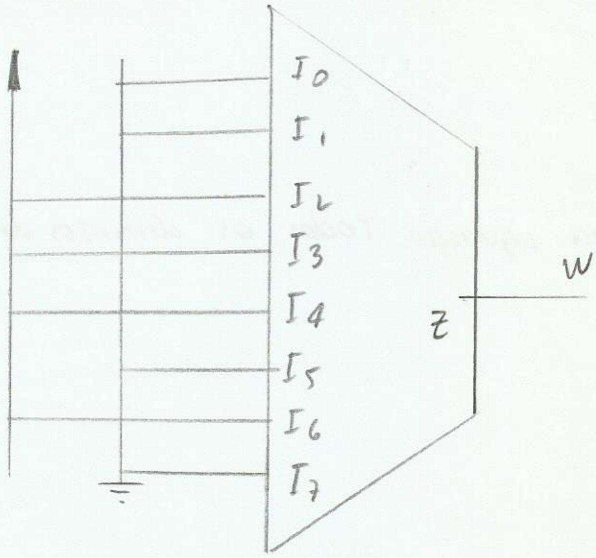
Gerando funções lógicas com multiplexador

Tabela verdade

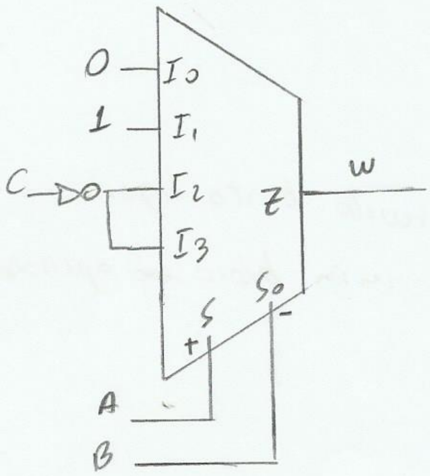
A	B	C	W
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Mux de 3 Bits de seleção

S_2	S_1	S_0	Z
0	0	0	$I_0 = 0$
0	0	1	$I_1 = 0$
0	1	0	$I_2 = 1$
0	1	1	$I_3 = 1$
1	0	0	$I_4 = 1$
1	0	1	$I_5 = 0$
1	1	0	$I_6 = 1$
1	1	1	$I_7 = 0$

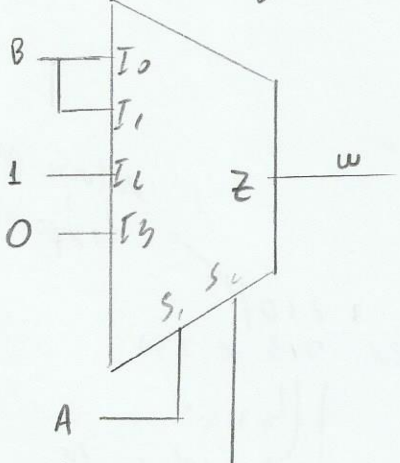


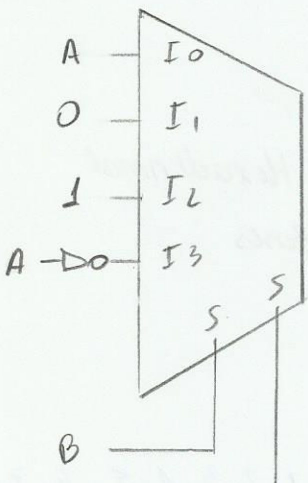
Tentando um num mais simples - uso um elemento de entrada com o coringa (Tentativa e erro - usando a regra do dedinho)



(Sempre é possível fazer uma associação deste tipo, usando um coringa)

Variar o coringa





Conjuntiva

$A+\bar{B}+C+\bar{D}$ - MARTERM

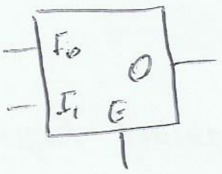
É quando a gente escreve na equação todos os elementos de entrada

Disjuntiva

MinTERM

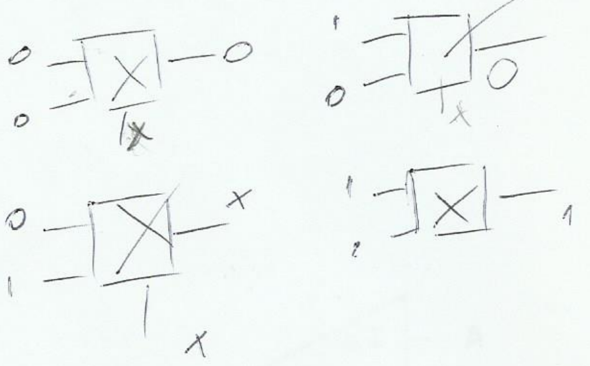
MUX no limite

Usar MUX de 1 Bit de seleção



E	O
0	I_0
1	I_1

tipo de simplificação



No circuito basta ligar

• "O" num bloco ~~só~~ apenas

Base Binária e Hexadecimal

Conversão de Bases

Código BCD

- Base Decimal

10 símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

- Base Binária

2 símbolos: 0, 1

Notação posicional

expoentes

... 3 2 1 0

ex: 713 ≠ 137

$3 \times 10^0 = 3$

$1 \times 10^1 = 10$

$7 \times 10^2 = 700$

713

- Conversão: $(713)_{10} \rightarrow (\,?\,)_2$

$$713 \,\underline{|2}\quad 11 \quad 356 \quad 13 \quad 1$$
$$356 \,\underline{|2}\quad 15 \quad 178 \quad 16 \quad 0$$
$$178 \,\underline{|2}\quad 18 \quad 89 \quad 0$$
$$89 \,\underline{|2}\quad 19 \quad 44 \quad 1$$
$$44 \,\underline{|2}\quad 0 \quad 22$$
$$22 \,\underline{|2}\quad 0 \quad 11$$
$$11 \,\underline{|2}\quad 1 \quad 5$$
$$5 \,\underline{|2}\quad 1 \quad 2$$
$$2 \,\underline{|2}\quad 0 \quad 1$$
$$1 \,\underline{|2}\quad 1 \quad 0$$

$(713)_{10} \rightarrow (10.1100.1001)_2$

Base Hexadecimal - Base auxiliar

$16 = 2^4$

N3	N2	N1	N0	Valores	Hexa
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	2
0	0	1	1	3	3
0	1	0	0	4	4
0	1	0	1	5	5
0	1	1	0	6	6
0	1	1	1	7	7
1	0	0	0	8	8
1	0	0	1	9	9
1	0	1	0	10	A
1	0	1	1	11	B
1	1	0	0	12	C
1	1	0	1	13	D
1	1	1	0	14	E
1	1	1	1	15	F

$(0010 \cdot 1100 \cdot 1001)_2$

$\rightarrow (2C9)_{16}$

$(2C9)_{16}$

$\rightarrow 9 \cdot 16^0 = 9$

$\rightarrow 12 \cdot 16^1 = 192$

$\rightarrow 2 \cdot 16^2 = 512$

$(713)_{10}$

$(10\,1100\,1001)_2$

$1 \cdot 2^0 = 1$

$1 \cdot 2^3 = 8$

$1 \cdot 2^6 = 64$

$1 \cdot 2^7 = 128$

$1 \cdot 2^9 = 512$

$(713)_{10}$

$571 \rightarrow (\quad)_2$

571 |2   285 |2   142 |2   71 |2   35 |2   17 |2

17   285   08   142   02   71   11   35   15   17   1   8

11   05   0   1   1

1   1

8 |2   4 |2   2 |2   1 |2

0   4   0   2   0   1   1   0

$\therefore \; 571_d \rightarrow (0010 \;\; 0011 \;\; 1011)_2 \rightarrow (23B.)_{16}$

<u>ou</u>

571 |16   35 |16   2 |16 $\therefore \; (571)_{10} = (23B)_2$

11   35   3   2   2   0

$\rightarrow$ B

$(1000 \;\; 0111)_2$

$(1000 \;\; 0111)_2 \rightarrow 87_H \rightarrow 135_d$

$7 \times 16^0 = 7$

$8 \cdot 16^1 = 128$

Código BCD - Binary Coded Decimal (Decimal codificador em Binário)

$571 \rightarrow (0101 \;\; 0111 \;\; 0001)_{BCD}$

$2012 \rightarrow (0010 \;\; 0000 \;\; 0001 \;\; 0010)_{BCD}$

Sistemas Digitais

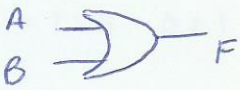
Portas lógicas

Porta OU (OR)

Tabela verdade

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Símbolo



Equação

$F = A + B$

Porta E (AND)

Tabela verdade

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Símbolo

Equação

$F = A . B$

Porta NOT ou Inversora

Tabela verdade

A	F
0	1
1	0

Símbolo

Equação

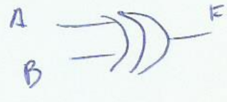
$F = \bar{A}$

Porta XOR ou Ou exclusivo

Tabela verdade

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo



Equação

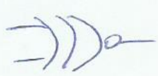
$F = A \oplus B$

Porta XNOR

Tabela verdade

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Símbolo



Equação

$F = A \odot B$

Propriedades

Comutativa

$A + B = B + A$

$A \times B = B \times A$

Distributiva

$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$

$(A + B) \times C = A \times C + B \times C$

Associativa

$(A+B)+C = A+(B+C)$

$(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

Identidade

$0 + A = A + 0 = A$

$1 \times B = B \times 1 = B$

Teoremas Booleanos

$A.0 = 0$	$A + 0 = A$	$A + AB = A$ (2)
$A.1 = A$	$A + 1 = 1$	$A + \bar{A}B = A + B$ (2)
$A.A = A$	$A + A = A$	$\bar{\bar{A}} = A$
$A.\bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$	

(1) $A + AB = A(1 + B)$; Como $1 + B = 1 \Rightarrow A + AB = A$

(2) $A + \bar{A}B = A \times 1 + \bar{A}B$

$A \times (B + 1) + \bar{A}B$ $\quad \therefore \quad A + \bar{A}B = A + B$

$AB + A + \bar{A}B$

$A + B(\underbrace{A + \bar{A}}_{1})$

Teorema de De Morgan:

$\overline{X + Y} = \bar{X} . \bar{Y}$

$\overline{X . Y} = \bar{X} + \bar{Y}$

Exercícios

x Simplificar $G = \overline{AB + AC} + \bar{A}\bar{B}C$

$G = \overline{AB + AC} + \bar{A}\bar{B}C$; Aplicando De Morgan

$G = \overline{AB} \times \overline{AC} + \bar{A}\bar{B}C$

$= (\bar{A} + \bar{B}) \times (\bar{A} + \bar{C}) + \bar{A}\bar{B}C$

$= \bar{A}\bar{A} + \bar{A}\bar{C} + \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

$= \bar{A}(1 + \bar{C} + \bar{B} + \bar{B}C) + \bar{B}\bar{C}$ $\quad \therefore \quad G = \bar{A} + \bar{B}\bar{C}$

Simplifique $S = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$

$x + xy = x$

$x + \bar{x}y = xy$

$S = \bar{B}\bar{C}\underbrace{(\bar{A}+A)}_{1} + \bar{A}B\underbrace{(C+\bar{C})}_{1} + AB\bar{C}$

$S = \bar{B}\bar{C} + \bar{A}B + AB\bar{C}$

$= \bar{C}(\bar{B} + AB)$

$= \bar{C}(\bar{B}.1 + AB)$

$= \bar{C}(\bar{B}(1+A) + AB)$

$= \bar{C}[\bar{B} + \bar{B}A + AB)$

$= \bar{C}[\bar{B} + A(\bar{B}+B)]$

$= \bar{C}[\bar{B} + A]$

$\therefore \quad S = \bar{C}(\bar{B}+A)$

Simplifique $S = (A+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)$

$S = \cancel{A\bar{A}}^{\,0} + A\bar{B} + AC + B\bar{A} + \cancel{B\bar{B}}^{\,0} + BC + C\bar{A} + C\bar{B} + CC$

$= C(1 + \bar{B} + \bar{A} + B + A) + A\bar{B} + B\bar{A}$

$= C + A\bar{B} + B\bar{A}$

$\boxed{\text{Circuitos combinatórios}}$

Forma disjuntiva: Soma dos produtos

- Isolar as saídas "1"

Forma conjuntiva: Produto das somas

- Isolar as saídas "0"

Mapas de Karnaugh

Para 2 variaveis

B \ A	0	1
0		
1		

Para 3 variaveis

C \ AB	00	01	11	10
0				
1				

ou

BC \ A	0	1
00		
01		
11		
10		

Para 4 variáveis

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

2^n

$n=0 \to 1$

$n=1 \to 2$

$n=2 \to 4$

$n=3 \to 8$

$n=4 \to 16$

Simplifique: $F = H\bar{C} + \bar{H}P\bar{C}$ (Exemplo página 67)

$F = H\bar{C} + \bar{H}P\bar{C}$

$F = \bar{C}H + \bar{C}\bar{H}P$ Propriedade comutativa

$F = \bar{C}(H + \bar{H}P)$ Propriedade distributiva

$F = \bar{C}[(H+\bar{H})(H+P)]$ Propriedade distributiva-enganadora

$F = \bar{C}[(1)(H+P)]$ Propriedade do complimento

$$\boxed{F = \bar{C}(H+P)}$$

Simplifique $F = \bar{C}HP + \bar{C}H\bar{P} + \bar{C}\bar{H}P$ (Exemplo página 68)

$F = \bar{C}(HP + H\bar{P} + \bar{H}P)$ Distributiva

$F = \bar{C}(H(P+\bar{P}) + \bar{H}P)$ Distributiva

$F = \bar{C}(H(1) + \bar{H}P)$ Complimento

$F = \bar{C}(H + \bar{H}P)$ Identidade

$F = \bar{C}[(H+\bar{H})(H+P)]$ Distributiva-enganadora

$F = \bar{C}[(1)(H+P)]$ complimento

$F = \bar{C}(H+P)$ Identidade

$$\boxed{F = \bar{C}(H+P)}$$

Exemplo 6.1 (Livro)

$F = xyz + xy\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$

$F = xy(z+\bar{z}) + \bar{x}\bar{y}(\bar{z}+z)$

$F = xy + \bar{x}\bar{y}$

Exemplo 6.2 (Livro)

$F = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}yz$

$F = \bar{x}\bar{y}(\bar{z}+z) + \bar{x}yz$

$F = \bar{x}\bar{y} + \bar{x}yz$

$F = \bar{x}(\bar{y} + yz)$

$F = \bar{x}((\bar{y}+y)(\bar{y}+z))$

$F = \bar{x}(\bar{y}+z)$

$F = \bar{x}\bar{y} + \bar{x}z$

Exemplo 6.3

$$G = x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + xyz + xy\bar{z}$$

$$G = x\bar{y}(\bar{z}+z) + xy(z+\bar{z})$$

$$G = x\bar{y} + xy$$

$$G = x(\bar{y}+y) \quad \therefore \quad G = x$$

Mapas de Karnaugh

1

B \ A	0	1
0	0	0
1	0	1

Forma disjuntiva: $F = AB$

Forma conjuntiva: $\bar{F} = \bar{A} + \bar{B}$

Exemplo 2:

B \ A	0	1
0	0	0
1	1	0

Forma disjuntiva: $F = \bar{A}B$

Forma conjuntiva: $\bar{F} = \bar{B} + A$

Exemplo 3

C \ AB	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	1	0	1	0

Disjuntiva: $F = \bar{A}\bar{B} + AB$

Conjuntiva: $\bar{F} = (\bar{A}+B)(A+\bar{B})$

Exemplo 4

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	1	0

Disjuntiva: $F = \bar{A}C + AB + A\bar{C}$

Conjuntiva: $\bar{F} = (\bar{A}+\bar{C})(A+\bar{B}+C)$

Exemplo 5

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

Disjuntiva: $F = \bar{B}\bar{C} + BD + BC$

Exercícios de mapa de Karnaugh

Exercício 1:

Disjuntiva: $F = B\bar{C}D + \bar{B}\bar{C}$

Conjuntiva: $F = (\bar{B}+D)(B+\bar{D})(B+C)$

Exercício 2:

Disjuntiva: $F = B\bar{D} + ACD + \bar{B}\bar{C}D$

Conjuntiva: $F = (B+D)(\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$

Exercício 3:

Disjuntiva: $F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}CD + A\bar{B}C + ABD$

Conjuntiva: $F = (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})(A+\bar{C}+\bar{D})(\bar{A}+C+\bar{D})(A+\bar{B}+C)$

Exercício 1b- (Capuano)

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	1	0	0

Disjuntiva:

$S = A\bar{C} + \bar{A}BC$

Exercício 1.c) (Capuano)

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	1	0	0
11	0	1	1	0
10	1	1	1	1

Disjuntiva

$S = \bar{D} + \bar{A}B + BC$

Exercício 1. d) (Capuano)

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	1
10	0	1	0	1

Disjuntiva

$S = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}D + ACD + A\bar{B}C$

Exercícios 3.9.6. (Capuano)

1-)

C \ AB	00	01	11	10
0	1	0	X	X
1	X	1	X	1

$S = A + C + \bar{B}$

2-)

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	X	1
01	X	1	1	0
11	1	1	X	X
10	0	0	0	1

$S = \bar{A}\bar{C} + \bar{A}D + A\bar{B}\bar{D} + B\bar{C}$

Exercícios de Prova (Noturno)

P1 - 1º sem - 2009

(1)

F = 1 ; se número de bits for múltiplo de 2 ou quando Y for menor ou igual a 2

Y_3Y_4 \ Y_1Y_2	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$F = \bar{Y_4} + \bar{Y_1}\bar{Y_2}\bar{Y_3}$

P1 - 1º sem - 2010

(1)

X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ou exclusivo $\oplus$ XOR

(3) Disjuntiva

$F = \bar{B}C + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}CD$

Conjuntiva

$F = (\bar{A}+\bar{B})(C+\bar{D})(\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$

(c) $F = (\bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}CD + \bar{B}\bar{D} + \bar{B}C)$

$$F = \overline{\overline{(\bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}CD + \bar{B}\bar{D} + \bar{B}C)}}$$

$$= \overline{(\overline{\bar{A}\bar{C}\bar{D}})(\overline{\bar{A}CD})(\overline{\bar{B}\bar{D}})(\overline{\bar{B}C})}$$

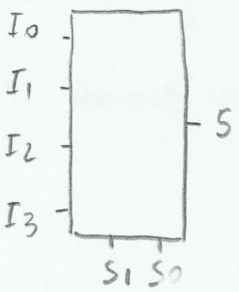
(d) $F = (\bar{A}+\bar{B})(C+\bar{D})(\bar{B}+\bar{C}+D)$

$$F = \overline{\overline{(\bar{A}+\bar{B})(C+\bar{D})(\bar{B}+\bar{C}+D)}}$$

$$F = \overline{\overline{(\bar{A}+\bar{B})} + \overline{(C+\bar{D})} + \overline{(\bar{B}+\bar{C}+D)}}$$

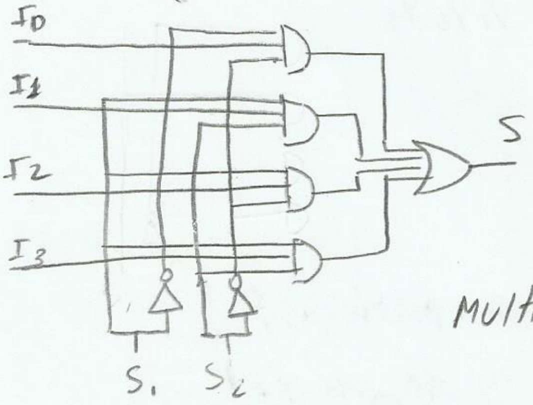
Multiplexador (mux) e Demultiplexadores

Multiplexador



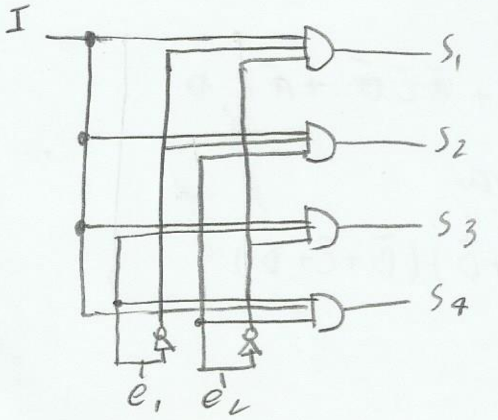
S_1	S_0	
0	0	I_0
0	1	I_1
1	0	I_2
1	1	I_3

+ S_1 e S_0 determina qual entrada (I_0, I_1, I_2 ou I_3) irá acionar a saída S.



Multiplexador 4x1

Demultiplexadores



× Envia o sinal I para as saídas (S_1, S_2, S_3 ou S_4) dependendo da entrada escolhida

e_1	e_2	Z
0	0	S_1
0	1	S_2
1	0	S_3
1	1	S_4

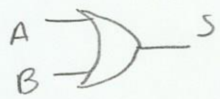
Resumo pré-Prova

Portas

- And

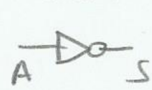
$S = AB$

OR



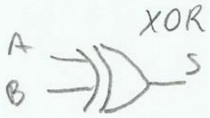
$S = A + B$

NOT



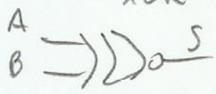
$S = \bar{A}$

XOR



$S = A \oplus B$

XOR



$S = A \odot B$

Propriedades

$A+B = B+A$ (Assoiativa) $AB = BA$

$A + (B+C) = (A+B)+C$ (Comutativa) $A(BC) = (AB)C$

$A.(B+C) = AB + AC$
$(A+B)C = AC + BC$) Distributiva

$A + \bar{A}B = \underbrace{(A+\bar{A})}_{1}(A+B)$ Distributiva enganadora

$A + 0 = A$
$A \times 1 = A$) Identidade

teoremas

$A + 0 = A$ $B.0 = 0$ $A + AB = A$

$A + 1 = 1$ $B.1 = B$ $A + \bar{A}B = A + B$

$A + A = A$ $B.B = B$ $\bar{\bar{A}} = A$

$A + \bar{A} = 1$ $B\bar{B} = 0$

De Morgan

$\overline{A+B} = \bar{A}\bar{B}$ $\overline{A.B} = \bar{A} + \bar{B}$

- Disjuntiva. Isolar os "1s" (Soma dos produtos)
- Conjuntiva. Isolar os "0s" (Produto das somas)

Multiplexador: Escolhe o sinal de alguma entrada para uma unica saída

Demultiplexador: Escolhe a entrada, e o sinal da mesma irá para uma determinada saída

Paridade: Metodo de verificação se existe falhas

- Paridade par e paridade impar

Ex:

		Paridade
0	1	1
1	1	0

		Paridade
0	0	1
0	1	0

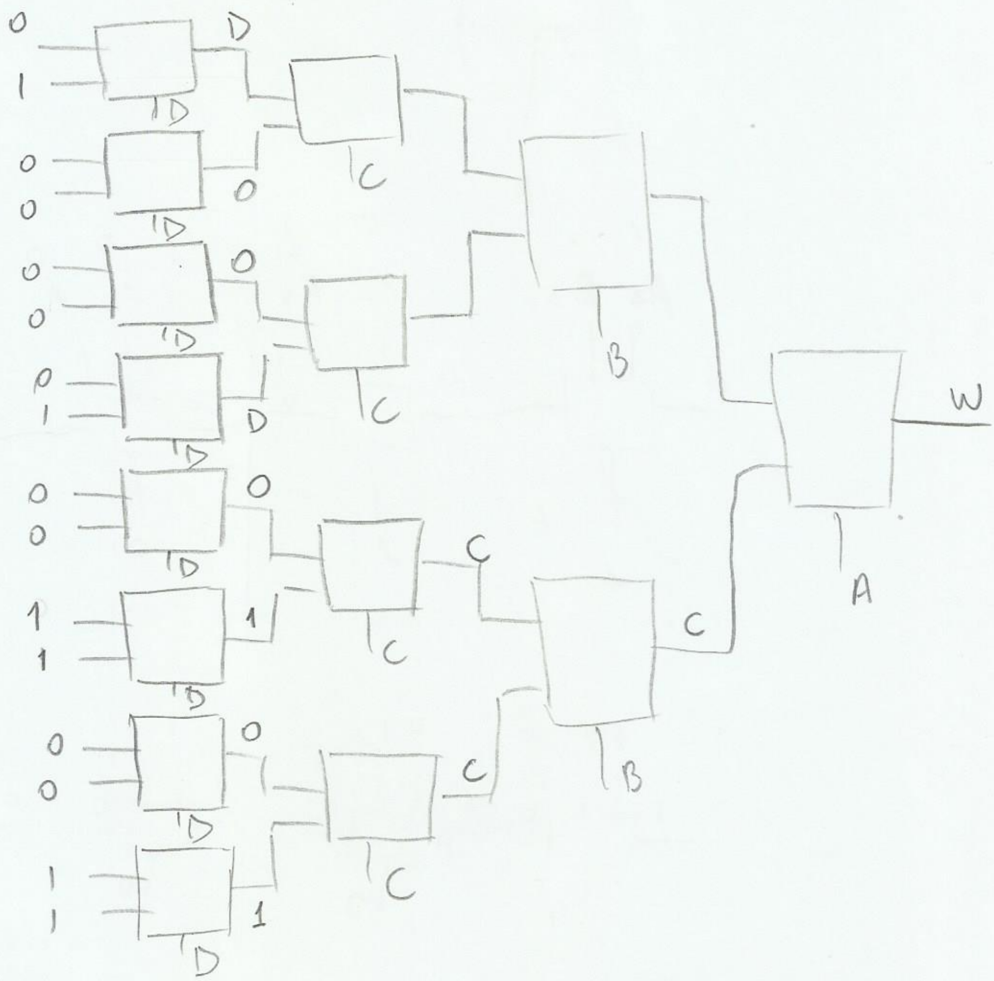
Sistemas Digitais 1 - P2

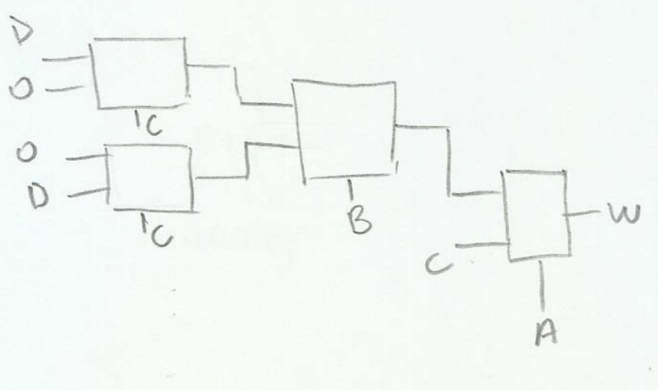
x Considere o mapa de Karnaugh e implemente um multiplexador de apenas 1 pino de controle

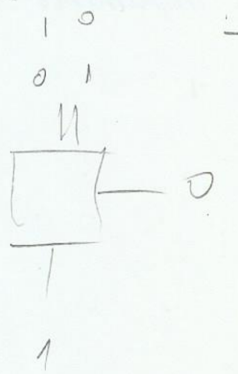
CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	0
11	0	1	1	1
10	0	0	1	1

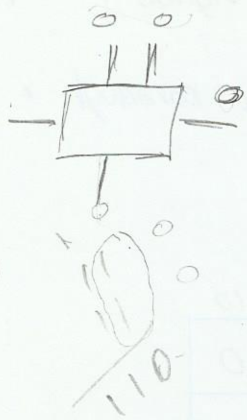
Solução

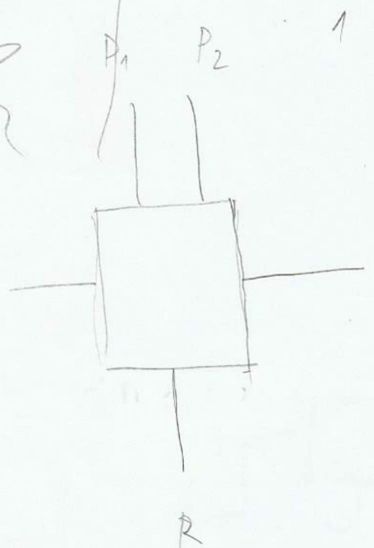
A	B	C	D	W
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



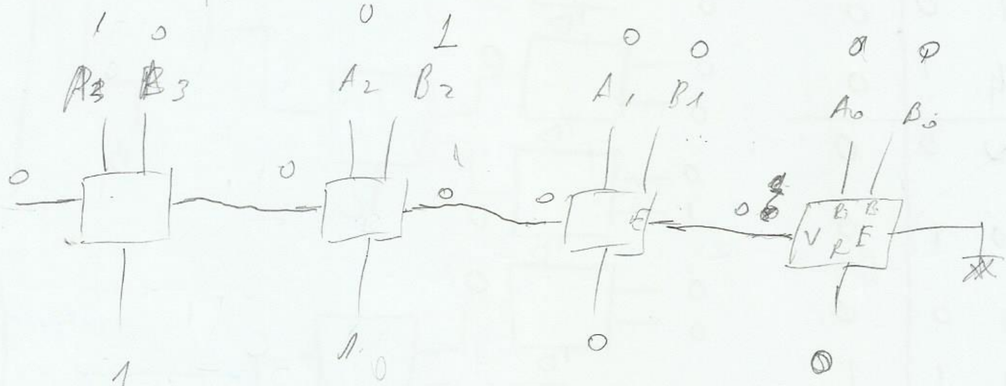


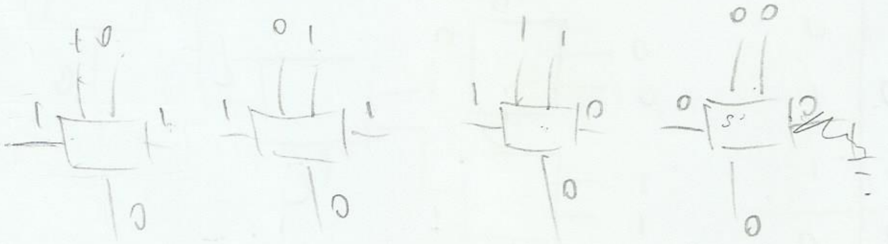







```
 1000
 0100
 ----
 1100
```

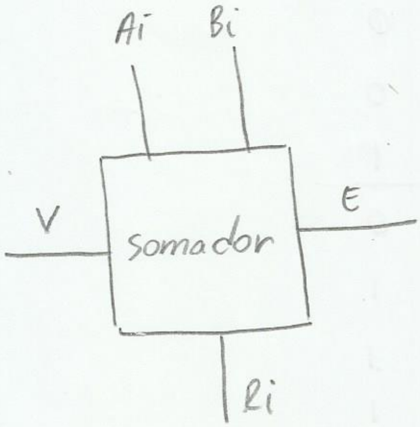




```
  1010
  0110
 -----
 10000
```

Projeto de um somador completo

E	Ai	Bi	Ri	V
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



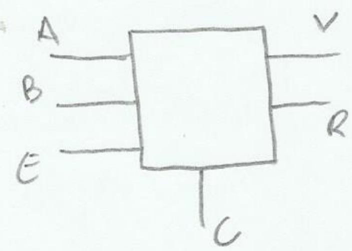
B \ EA	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$\therefore R_i = \bar{E}\bar{A}B + \bar{E}A\bar{B} + EAB + E\bar{A}\bar{B}$

B \ EA	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$\therefore V = EA + AB + EB$

Exercício: Projetar um circuito mínimo capaz de implementar a soma e/ou subtração de dois bits, de forma completa. Defina os bits de controle conforme for necessário.



Para:

$C = 1 \quad A - B$

$C = 0 \quad A + B$

Onde A = Bit 1

B = Bit 2

E = Vem-1

V = Vai-1

R = Resultado

C = Controle

$\bar{0}, \bar{1}$

C	A	B	E	R	V
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1

R:

BE \ CA	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

$R = A\bar{B}\bar{E} + ABE + \bar{A}\bar{B}E + \bar{A}B\bar{E}$

BE \ CA	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	1	1	1	1
10	0	1	0	1

$V = BE + \bar{C}AE + \bar{C}AB + C\bar{A}E + C\bar{A}B$

Converta os valores abaixo

8 4 2 1

1 0 0 1

A= 10
B= 11
C= 12
D= 13
E= 14
F= 15

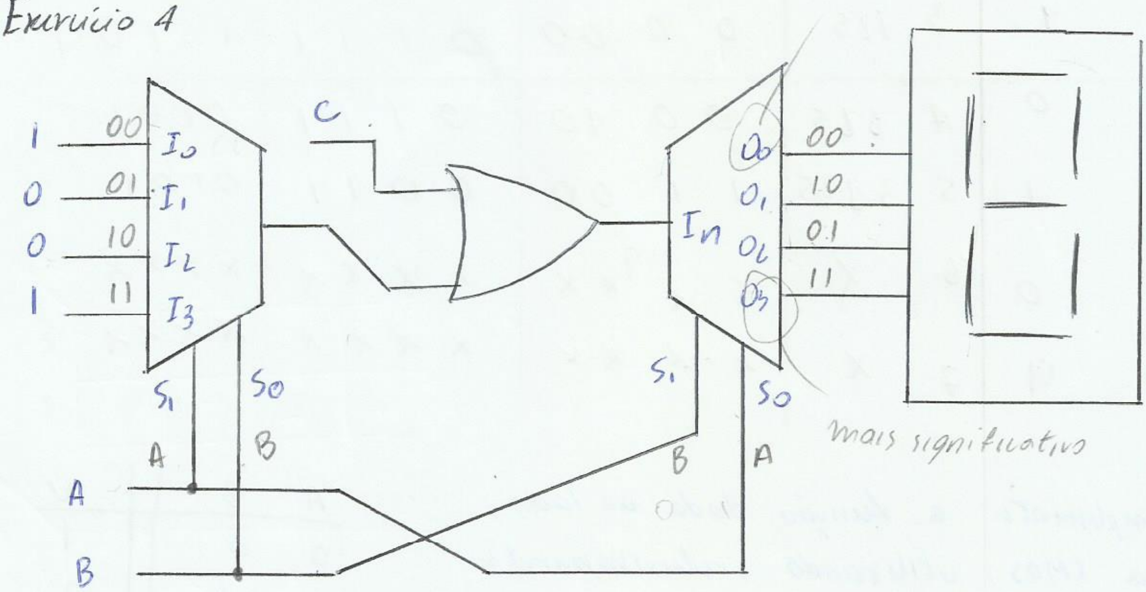
a) $(73CED0243F)_{16}$ para base binária

0111 0011 1100 1110 1101 0000 0010 0100 0011 1111

b) $(10|1010|1001|0101|0100|1100|1100|0011)_2$

$(2\ A\ 9\ 5\ 4\ C\ C\ 3)_{16}$

Exercício 4



A	B	C	Display	
0	0	0	F	1111
0	0	1	F	1111
0	1	0	B	1011
0	1	1	B	1011
1	0	0	D	1101
1	0	1	F	1111
1	1	0	F	1111
1	1	1	F	1111

Exercício) Projetar um circuito que tem 3 bits de entrada

5^n

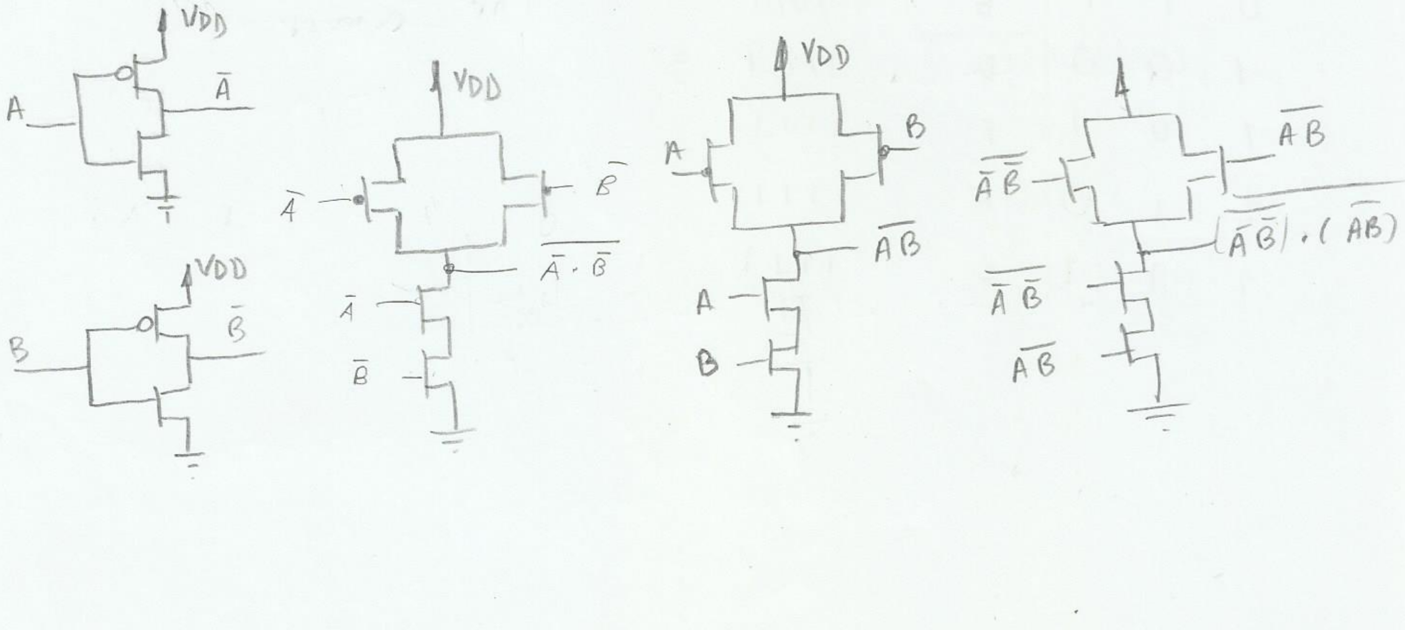
n_2	n_1	n_0	n	S	S_{11}	S_{10}	S_9	S_8	S_7	S_6	S_5	S_4	S_3	S_2	S_1	S_0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	2	25	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	3	125	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	4	625	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	5	3125	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	7	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Exercício Implemente a função dada ao lado, na tecnologia CMOS, utilizando exclusivamente os transistores respectivos

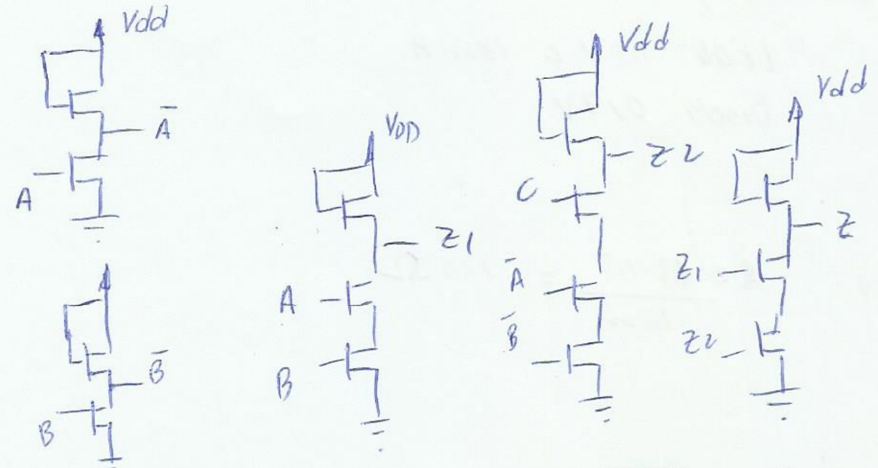
A	B	W
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$W = \overline{\overline{\bar{A}\bar{B} + AB}}$$

$$= \overline{(\overline{\bar{A}\bar{B}})(\overline{AB})}$$



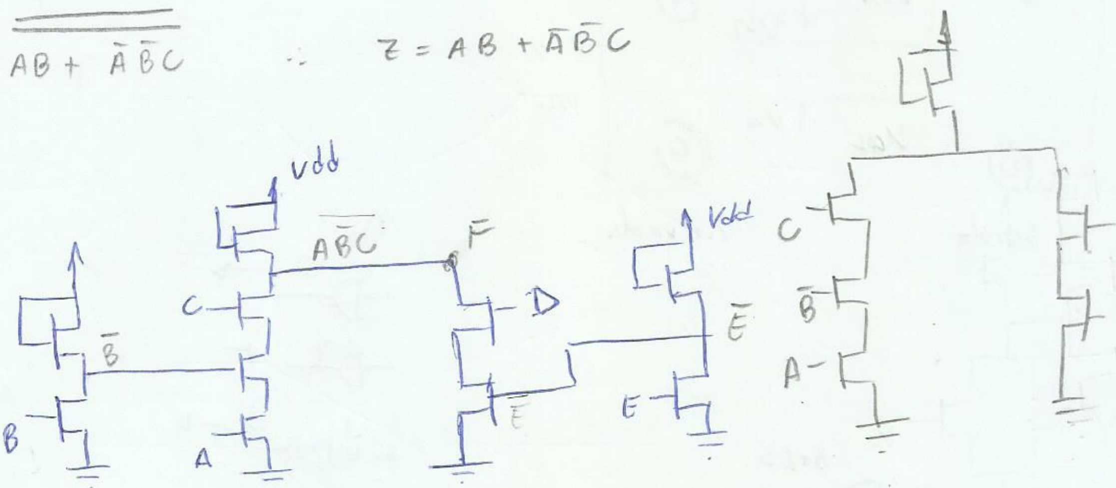
Exercício



$Z_1 = \overline{AB}$ $\qquad Z_2 = \overline{\bar A \bar B C}$ $\qquad Z = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{\bar A \bar B C}}$

$Z = \overline{\overline{AB + \bar A \bar B C}}$ $\quad \therefore \quad Z = AB + \bar A \bar B C$

Exercício



Exercício

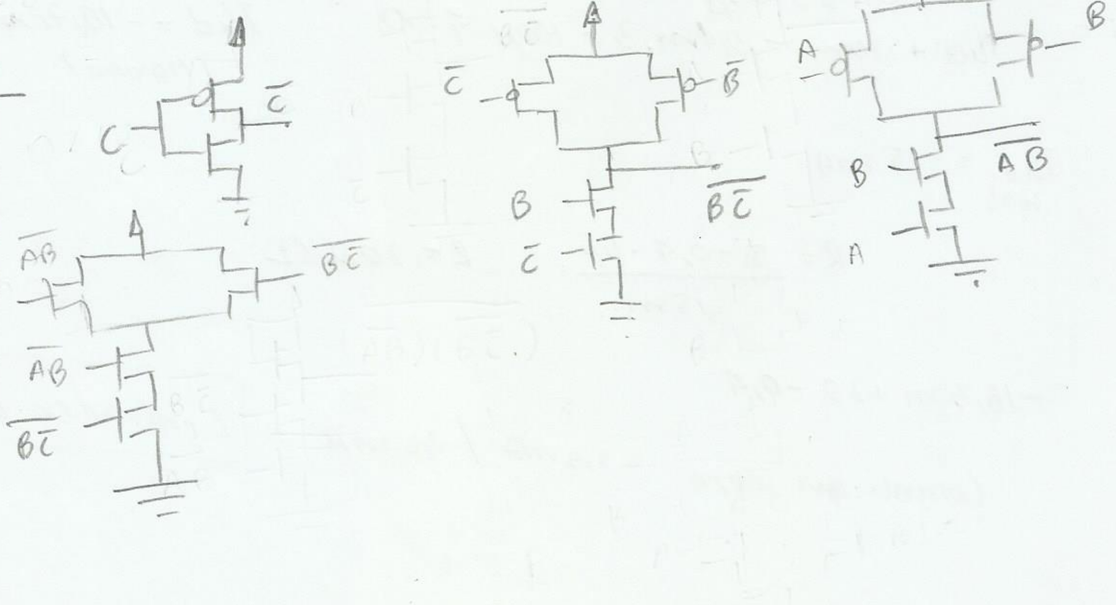
Implemente a função descrita pela tabela verdade utilizando exclusivamente a tecnologia CMOS.

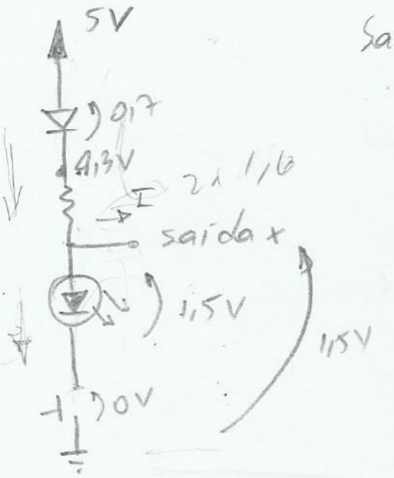
A	B	C	W
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

C \ AB	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	0

$W = \overline{\overline{B\bar C + AB}}$

$W = \overline{(\overline{B\bar C})(\overline{AB})}$



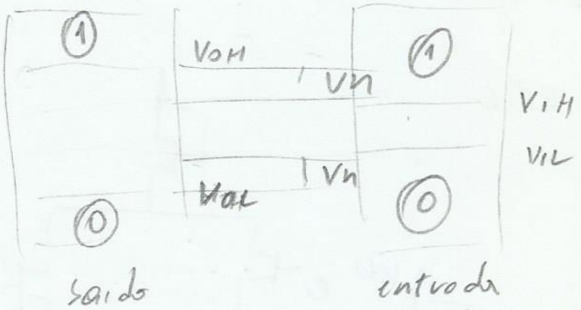


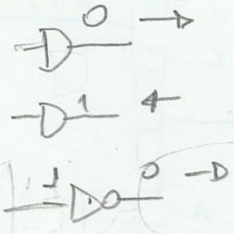
Sabendo que:

Led: 1,5V e 16mA

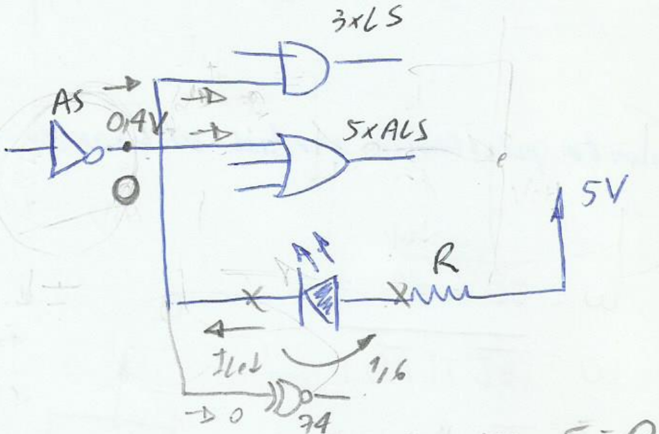
Diodo: 0,7V

$$R = \frac{4{,}3 - 1{,}5}{16m} = 175\,\Omega$$





Exercício)



$I_{hd} + 20m - 0{,}4m \cdot 3 - 100\mu \cdot 5 = 0$ $\quad I_{hd} = -18{,}3\,mA$

(Máximo):

$\therefore I_{hd\,real} = 15\,mA$

$$R = \frac{5 - 0{,}4 - 1{,}6}{15m} \quad \therefore R = 200\,\Omega$$

$-18{,}3m + 20 - 0{,}4$

Corrente que sobra $< 3{,}3\,mA / 1{,}6\,mA$ = $\boxed{\text{2 entradas de 74}}$