

## Conversão de Energia

- Campo: As propriedades intrínsecas de um corpo que são capazes de criar no espaço ao seu redor uma perturbação, que pode interagir com outra perturbação criada por outro corpo, originando forças entre eles.

x O campo magnético é causado pelo fluxo das cargas no condutor

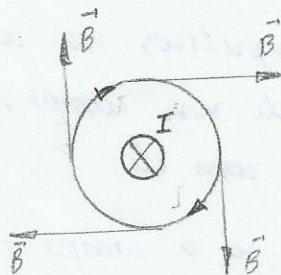
$$B = \frac{\mu I_1}{2\pi r} \quad (T)$$

Campo magnético ou  
Densidade de fluxo magnético

Biot-Savart

sendo  $\mu$  [H/m] e  $r$  [m]  
↳ permeabilidade do meio

$$F = I L B$$



x  $B = \frac{\mu I_1}{2\pi r}$  (campo gerado em um condutor retilíneo)

x  $B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}$  (campo gerado em uma espira circular)

x permeabilidade é o grau de magnetização de um material em resposta a um campo magnético.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

;  $\mu$  = permeabilidade absoluta

$\mu_0$  = permeabilidade do vácuo:  $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$  ou  $\frac{N}{A^2}$

$\mu_r$  = permeabilidade relativa

x fluxo magnético é o conjunto de linhas de campo numa região do espaço, no qual depende da geometria.

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dA \quad [Vs \text{ ou } Wb]$$



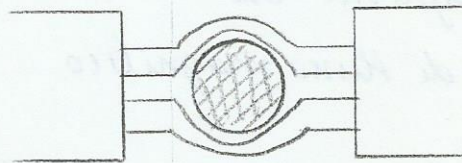
## Tipos de materiais:

### Diamagnético, Ferromagnético e Paramagnético

#### x Material Diamagnético

Este material na presença de um campo magnético externo intenso, mantém uma magnetização de intensidade muito pequena e em sentido contrário ao campo aplicado.

(Apresenta permeabilidade relativa ligeiramente inferior)

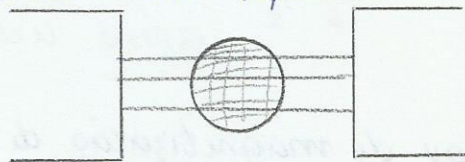


- Se o campo externo for proveniente de um ímã, o material será repellido pelo ímã

#### x Material paramagnético

O material não apresenta efeitos magnéticos na ausência de um campo magnético externo. Na presença de um campo magnético, os seus momentos magnéticos se alinham com ele.

(Permeabilidade relativa superior a 1)

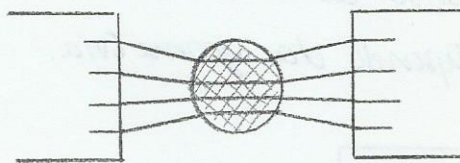


- Se o campo externo for proveniente de um ímã, o material será atraído pelo ímã.

#### x Material Ferromagnético (Material de maior interesse industrial)

Na presença de um campo magnético, os seus momentos magnéticos se alinham fortemente na direção deste campo.

(Permeabilidade relativa muito superior a 1) (Permeabilidade desses materiais não é constante)



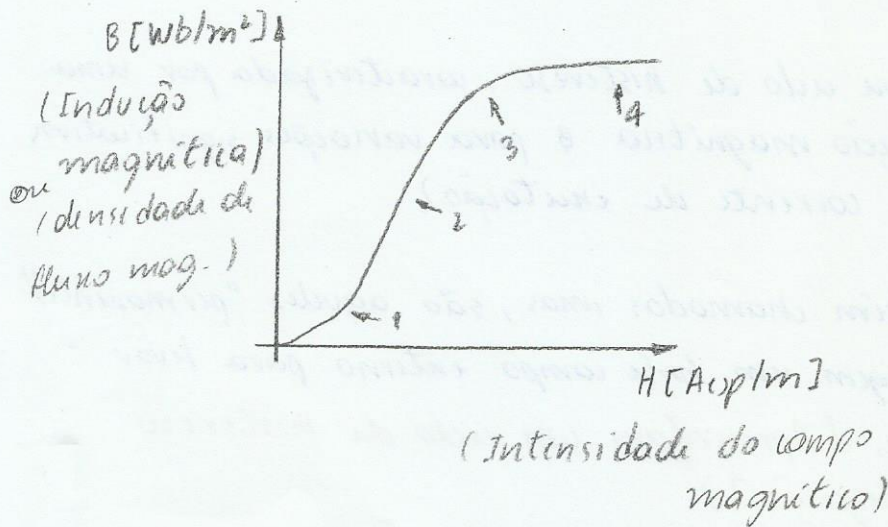


## x Domínios magnéticos

- Um domínio é definido como uma região de material dentro do qual todos os átomos tem o mesmo alinhamento magnético, comportando-se como um pequeno ímã permanente.

(A magnetização ocorre na mesma direção e sentido do campo magnético aplicado).

## Curva normal de magnetização

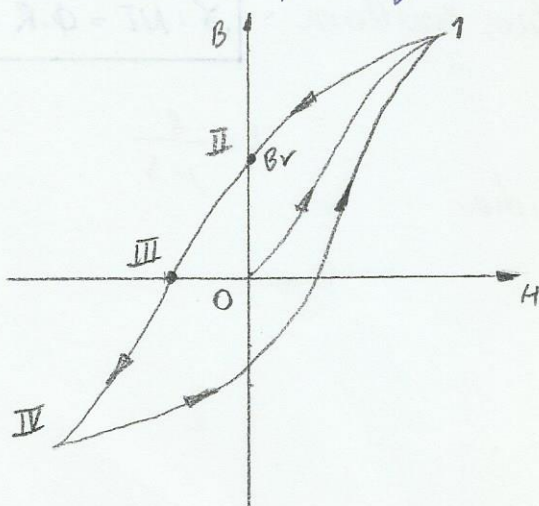


Nos materiais ferromagnéticos não existe relação uma variação linear de proporcionalidade

- Região 1: variação  $B$  é maior que a variação de  $H$
- Região 2: Praticamente retilíneo, com variação  $B$  e  $H$  constante
- Região 3: variação da densidade magnética  $B$  menor que variação de  $H$
- Região 4: variação discreta de  $B$ . Esta região é chamada de saturação. Os domínios estão praticamente paralelos ao campo

## Histerese e ciclo de histerese

Histerese é o atraso da indução magnética  $B$  para uma variação da intensidade do campo magnético aplicado. (Característica do ferromagnético)



- $O \rightarrow I$ : Curva de magnetização inicial
- $B_r$ : Indução residual ou Indução remanente
- $III$ : Campo coercitivo
- $IV$ : Saturação magnética do material



### x Remanescente:

Quando a magnetização permaneceu no material, mesmo zerando o campo magnético aplicado, ele é chamado de indução residual ( $B_r$ ) ou densidade residual de fluxo magnético. (Essa ponto conhecido como retentividade)

### x Coercividade:

É a força demotriz necessária para anular a indução residual ( $B_r$ ). É o campo magnético que deve ser aplicado no sentido contrário ao aplicado anteriormente.

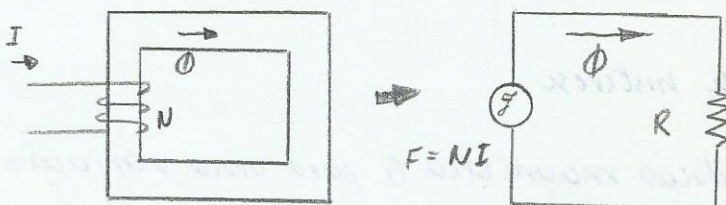
### x Saturação:

Região da curva normal ou ciclo de histerese, caracterizada por uma variação desprezível da indução magnética  $B$  para variações significativas de campo magnético (ou de corrente de excitação).

Obs.: - Magneto duro - Também chamados imãs, são aqueles "permanentes" o que significa que exigem um forte campo externo para levar sua magnetização a zero. (Apresentam um ciclo de histerese largos [difícil magnetização])

- Magneto moles - Também referidos maços ou doces, possuem um magnetismo facilmente reversível. (Apresentam um ciclo de histerese estreito [fácil magnetização])

### Circuitos magnéticos com materiais ferromagnéticos



$$B_F = \mu_F H_F$$

$$B_F = \Phi / S_F \mu$$

$$H_F l_m = N I = F_{MM}$$

Força Magneto Motriz

Através de uma análise matemática, resulta-se

$$\boxed{F = NI = \Phi \cdot R = H l}$$

-Obs.: R: Relutância magnética  
l: Refere-se a medida média

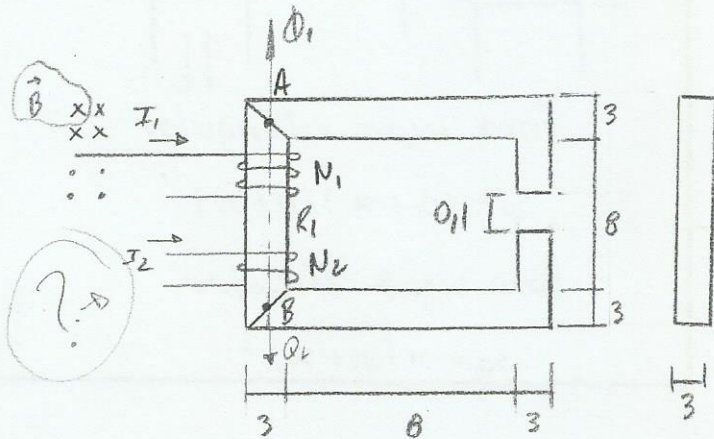
$$R = \frac{l}{\mu S}$$



# 1ª lista de Exercícios

- Exercícios 1 a 7 resolver depois

Ex 8 -)



Dados:

trecho (A-B): Permalloy  
Restante: cast steel

$$\text{Fluxo } (\Phi) = 5 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$$

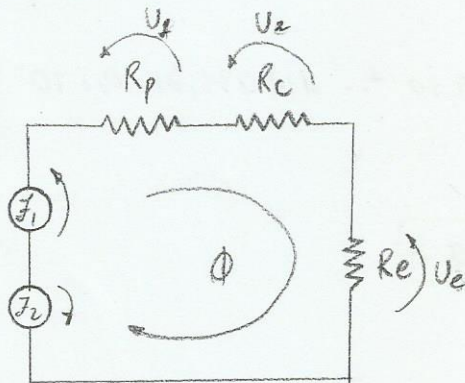
$$N_1 = 1000 \text{ espiras}$$

$$I_1 = 3 \text{ A}$$

$$N_2 = 800 \text{ espiras}$$

Considerar esparafimanto:

O que é esparafimanto?



- calcular: (a)  $I_2$

(b)  $H_2$  (campo magnético)

(c)  $H_e$

$$\Phi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$I_1 - U_1 - U_2 - U_e - I_2 = 0$$

$$I_2 = I_1 - U_1 - U_2 - U_e$$

Trecho 1:  $S_1 = 3 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  (Área transversal)

$$B_1 = \frac{\Phi}{S} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,56 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \text{ (Indução magnética)}$$

$$H_1 = 90 \text{ Aesp/m} \text{ (campo magnético)}$$

$$l_1 = (8 + 2 \cdot 1,5) \cdot 10^{-2} \therefore l_1 = 11 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Trecho 2:

$$S_2 = S_1 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_2 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{9 \cdot 10^{-4}} = 0,56 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_2 = 375 \text{ Aesp/m}$$

$$l_2 = 2(11 + 5,45) \cdot 10^{-2} = 32,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$



trecho Se

$$S_e = (a+x)(b+x)$$

$$= (3+0,1)(3+0,1) \cdot 10^{-4}$$

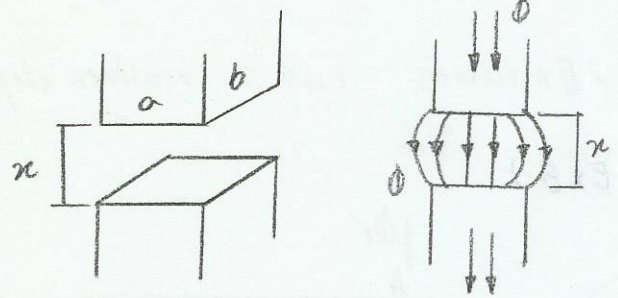
$$\therefore S_e = 9,61 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_e = \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{9,61 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,52 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_e = \frac{0,52}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 414\,035,71 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l_e = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Resumo: Espraizamento do fluxo



Para seção retangular

$$S_o = (a+x)(b+x)$$

Para seção circular

$$S_o = \pi(x+x)^2$$

(a) corrente  $I_2$  (bobina  $N_2$ )

$$F_2 = F_1 - U_1 - U_2 - U_e$$

$$F_2 = 1000 \cdot 3 - 90 \cdot 11 \cdot 10^{-2} - 375 \cdot 32,9 \cdot 10^{-2} - 414\,035,71 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2}$$

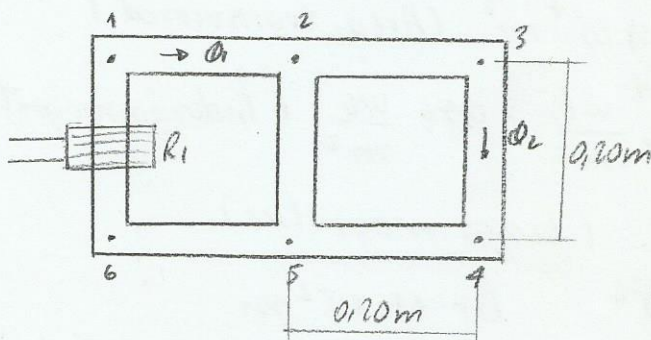
$$\therefore F_2 = 2\,461,689 \text{ Aesp}$$

$$I_2 = \frac{2\,461,689}{800} \quad \therefore \boxed{I_2 = 3,08 \text{ A}}$$

(b)  $H = 375 \text{ Aesp/m}$

(c)  $H_e = 414\,035,71 \text{ Aesp/m}$

Ex 9-



$$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$F_{23} = F_{34} = F_{45} = 40 \text{ Aesp}$$

(Aço Fundido)

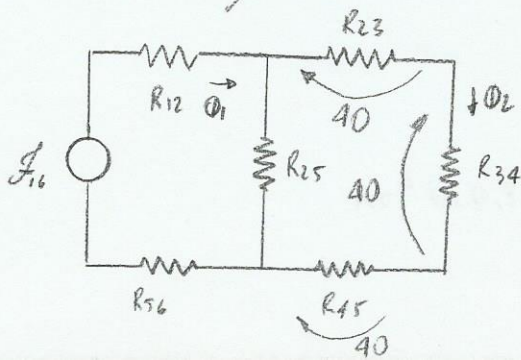
Pede-se:

(a)  $F_{25}$

(b)  $\Phi_{3-4}$

(c)  $\Phi_1$

Circuito magnético



(a)  $F_{25} = F_{23} + F_{34} + F_{45}$

$$\therefore F_{25} = 120 \text{ Aesp}$$



(b)  $\Phi_2 = ?$

$\Phi = B \cdot S$  ;  $S_2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

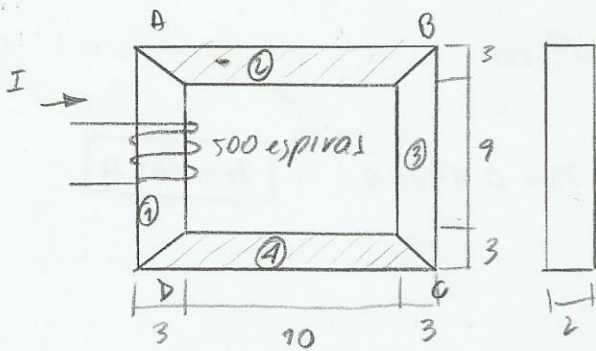
$\mathcal{F} = N \cdot I = \Phi \cdot R = H \cdot l$

Como  $\mathcal{F} = H \cdot l$  ;  $H = \frac{40 \text{ A esp}}{0,20 \text{ m}}$  ;  $H_2 = 200 \text{ A esp/m}$

Com isso  $B_2 = 0,2 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2}$

Ex 10:

70,5% Permalloy (AB e CD) e Aço Bundido (BC e DA)



$H_2 = H_4 = 300 \text{ A esp/m}$

a)  $\Phi$     b)  $\mu$  do permalloy

c)  $I$     d)  $H_3 = ?$  ;  $\Phi = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ wb}$

(a)  $B(H)?$   $B_2(300) = 1,05 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2}$      $S_2 = 2,3 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$\Phi = 1,05 \cdot 6 \cdot 10^{-4} = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ wb}$      $\therefore \Phi = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ wb}$

(b)  $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$  ;  $B = \mu H$      $\frac{B}{H} = \mu$  ;  $B = \mu H$

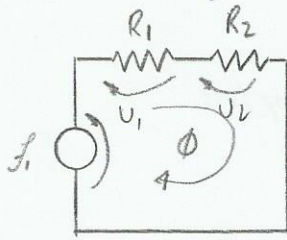
$\mu_m = \frac{1,05}{300} = 3,5 \cdot 10^{-3}$

$\mu_r = \frac{3,5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}}$      $\therefore \mu_r = 2785,2$



(c)

Circuito magnético



$$\mathcal{F}_1 = U_1 + U_2$$

$$\mathcal{F}_1 = H_1 l_1 + H_2 l_2 = N \cdot I_1$$

$$I_1 = \frac{H_1 l_1 + H_2 l_2}{N}$$

Trecho 2

$$S_2 = 3.2 \cdot 10^{-4} = 6.10^{-4} \text{ m}^2$$

$$H_2 = 300 \text{ Aesp/m} \quad \therefore B_2 = 1,05 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$\Phi = 1,05 \cdot 6.10^{-4} = 6,3 \cdot 10^{-4}$$

$$l_2 = 2(10+3) \cdot 10^{-2} = 26 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Trecho 1

$$S_1 = 6.10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Phi = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$B = \frac{6.3 \cdot 10^{-4}}{6.10^{-4}} \quad \therefore B_1 = 1,05 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$\therefore H_1 = 710 \text{ Aesp/m}$$

$$l_1 = 2(9+3) \cdot 10^{-2} \quad \therefore l_1 = 24 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$I_1 = \frac{710 \cdot 24 \cdot 10^{-2} + 300 \cdot 26 \cdot 10^{-2}}{500} \quad \therefore I_1 = 0,4968 \text{ A} \quad \boxed{I_1 = 0,5 \text{ A}}$$

$$(d) \quad \Phi = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$S = 6.10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{5,7 \cdot 10^{-4}}{6.10^{-4}} \quad \therefore B = 0,95 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \quad \boxed{H = 625 \text{ Aesp/m}}$$

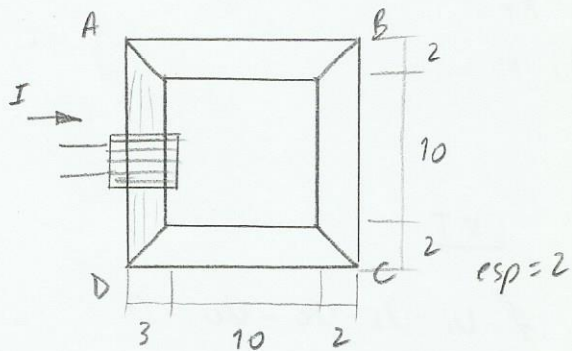


Ex 11)

Aço lúcido (AB, BC, CD) →  $H = 600 \text{ Aesp/m}$

Us Trafo (AD)

$N = 500$  espiras

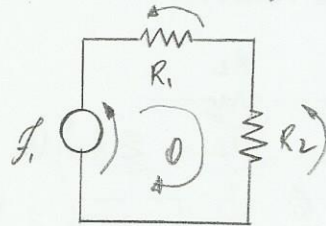


Determinar:

(a)  $I$  (b)  $B_{00}$

(c) 100 espiras no BC, Qual a tensão induzida na bobina

Circuito magnético



$\mu = \mu_0 \mu_r$

(a)  $I$

$$\mathcal{F}_i = U_1 + U_2$$

$$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2$$

$$I = \frac{H_1 l_1 + H_2 l_2}{N}$$

trecho 1:

$$S_1 = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$H_1 = 600 \text{ Aesp/m} \therefore B_1 = 0,925 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2}$$

$$l_1 = 2(10 + 1,5 + 1) + 10 + 2 = 37 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

trecho 2:  $S_2 = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$$\Phi = 0,925 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ wb}$$

$$B_2 = \frac{3,7 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} \frac{\text{wb}}{\text{m}^2} \therefore B_2 = 0,925 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2} \therefore H_2 = 170 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l_2 = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\therefore I = \frac{600 \cdot 37 \cdot 10^{-2} + 170 \cdot 12 \cdot 10^{-2}}{500} \therefore I = 0,48 \text{ (A)}$$

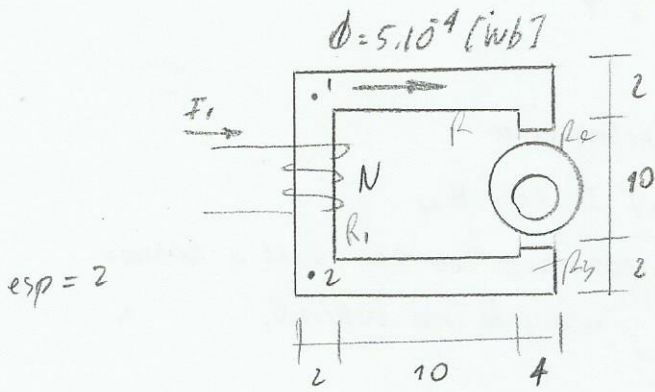
(b)

Terminar



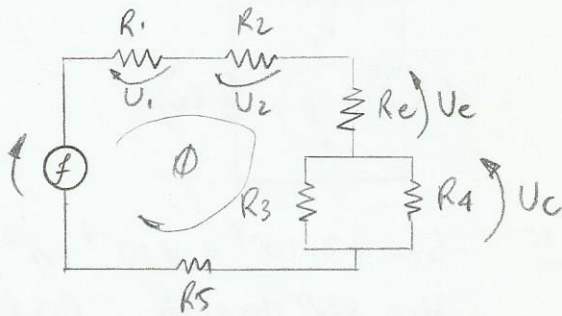
Ex 12)

Material "Cast Steel"



- a)  $f = ?$
- b)  $f_{motor}$
- c)  $R_T = ?$
- d)  $H$

Circuito equivalente:



LKT

$$f - U_1 - U_2 - U_e - U_c = 0$$

$$f = U_1 + U_2 + U_e + U_c$$

trecho 12

$$S_1 = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_1 = \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,25 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$\therefore H_1 = 1125 \text{ Aesp/m}$$

$$l_1 = 10 + 2 \cdot 1 = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Phi = B \cdot A$$

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

$$U_1 = H_1 l_1$$

$$U_1 = 1125 \cdot 12 \cdot 10^{-2}$$

$$U_1 = 135 \text{ Aesp}$$

trecho do R2

$$S_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$B_2 = 1,25 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_2 = 1125 \text{ Aesp/m}$$

$$l_2 = (10 + 1 + 2) \times 2 = 26 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$U_2 = 1125 \cdot 26 \cdot 10^{-2}$$

$$U_2 = 292,5 \text{ Aesp}$$

trecho do R3

$$S_3 = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_3 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-4}} = 0,625 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_3 = 410 \text{ Aesp/m}$$

$$l_3 = 2 \cdot 1 + (14 - 4 - 6 - 0,2 \cdot 2) = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$U_3 = 410 \cdot 5,6 \cdot 10^{-2}$$

$$U_3 = 22,96 \text{ Aesp}$$

trecho Re:

Obs.: Desprezar o efeito do espraiamento

$$\therefore S_e = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$B_e = 0,625 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,625}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 497359,20 \text{ Aesp/m}$$

$$l = 0,004 \text{ m} \quad U_e = 1989,436 \text{ Aesp}$$



trecho @

$$S = 2(3-1) \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{\Phi/2}{S} = \frac{2,5 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,625 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2}$$

$$H = 410 \text{ Aesp/m}$$

$$l = \frac{2\pi(3-1)}{2} = 2\pi \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$U_c = 410 \cdot 2\pi \cdot 10^{-2}$$

$$U_c = 25,76 \text{ Aesp}$$

(a)

$$f = U_1 + U_2 + U_e + U_c$$

$$= 135 + 292,5 + 1989,436 + 25,76 + 22,96$$

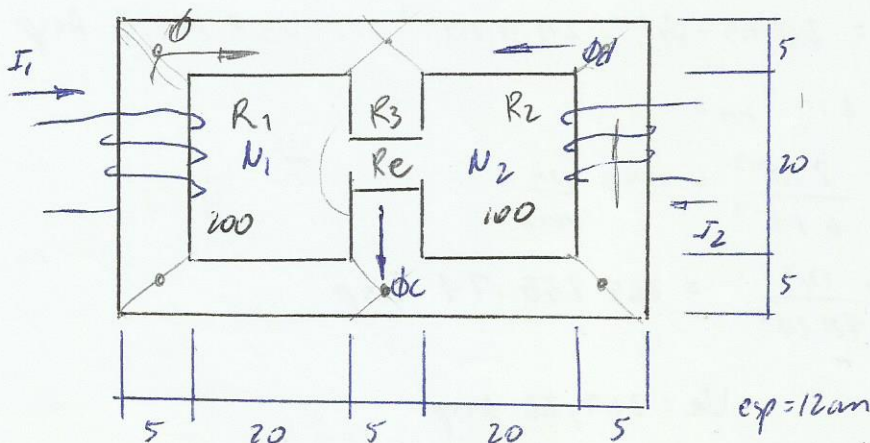
$$f = 2465,66 \text{ A}$$

(b)  $f = 25,76 \text{ Aesp}$

(c)  $R = \frac{U}{\Phi} = \frac{2465,56}{5 \cdot 10^{-4}} \therefore R = 4,93 \cdot 10^6 \text{ Aesp/wb}$

(d)  $H = 410 \text{ Aesp/m}$  e  $H = 1125 \text{ Aesp/m}$

13-)



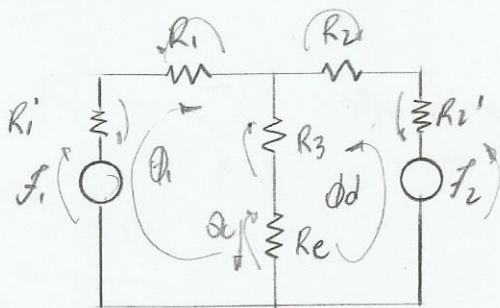
ferro fundido

$$\Phi_d = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ wb}$$

$$\Phi_c = 20 \cdot 10^{-3} \text{ wb}$$

Determinar  $I_1$  e  $I_2$





$$\Phi_1 + \Phi_d = \Phi_c$$

$$\Phi_1 = 2 \cdot 10^{-3} - 0,8 \cdot 10^{-3}$$

$$\Phi_1 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

trecho \$R\_1\$'

$$S_1 = 5 \cdot 12 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$B_1 = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,2 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 390 \text{ Aesp/m}$$

$$l_1 = 25 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\therefore U_1 = 390 \cdot 25 \cdot 10^{-2}$$

$$U_1 = 97,5 \text{ Aesp}$$

trecho \$R\_1\$

$$S_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$B_1 = 0,2 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 390 \text{ Aesp/m}$$

$$l_1 = 2(20+5) = 50 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$U_1 = 195 \text{ Aesp}$$

trecho \$R\_2\$'

$$S = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$B_2 = \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,133 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \therefore H_2' = 230 \text{ Aesp/m}$$

$$l_2 = 20+5 = 25 \cdot 10^{-2} \text{ m} \therefore U_2' = 97,5 \text{ Aesp}$$

trecho \$R\_4\$

$$S = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$B_2 = \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,133 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \therefore H_2 = 230 \text{ Aesp/m}$$

$$l_2 = 2(20+5) = 50 \cdot 10^{-2} \therefore U_2 = 115 \text{ Aesp}$$

trecho \$R\_3\$

$$S = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$B_3 = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,33 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \therefore H_3 = 700 \text{ Aesp/m}$$

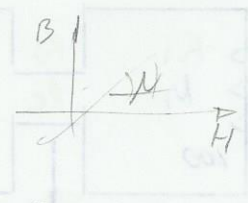
$$l_3 = 20 + 5 - 0,1 = 24,9 \cdot 10^{-2} \therefore U_3 = 174,3 \text{ Aesp}$$

trecho \$R\_6\$

$$S = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$B_6 = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,33 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_6 = \frac{0,33}{4\pi \cdot 10^{-4}} = 265,258,24 \text{ Aesp} \therefore$$



$$U_6 = 265,26 \text{ Aesp}$$

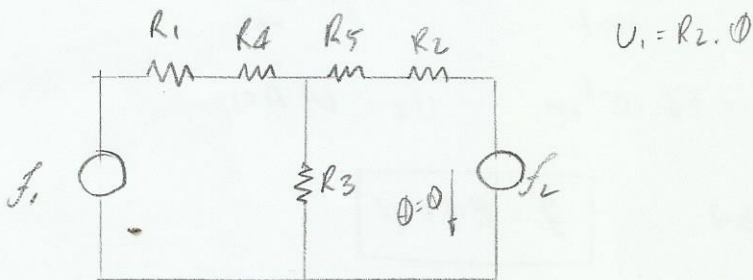
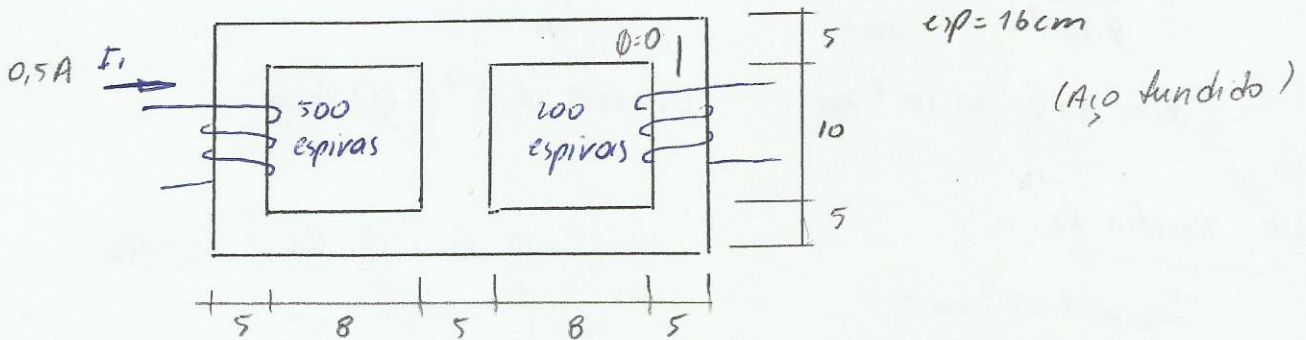
$$f_1 = U_1 + U_3 + U_c + U_1'$$

$$I_1 = \frac{97,5 + 195 + 174,3 + 265,26}{200} \quad \therefore \quad I_1 = 3,66 \text{ A}$$

$$f_2 = U_2 + U_2' + U_3 + U_c$$

$$I_2 = \frac{175 + 57,5 + 174,3 + 265,26}{100} \quad \therefore \quad I_2 = 6,12 \text{ A}$$

Ex 14)



$$U_1 = R_2 \cdot \phi$$

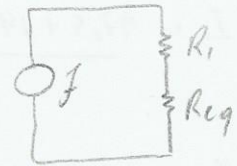
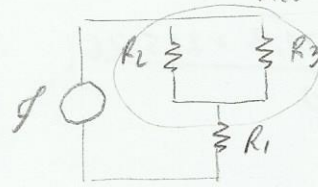
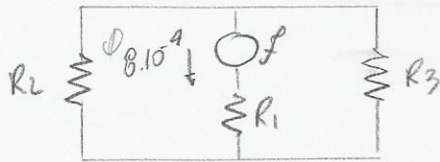


Ex 15

(Material USSTRAFO 72-29)

$\Phi_T = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$

Mismo material e dimensao



No trecho R1

$S_1 = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$       $\Phi = B \cdot S$

$B_1 = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-4}} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$       $H_1 = 200 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$

$l_1 = 8 + 2 = 10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$       $U_1 = 200 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 20 \text{ Aesp}$

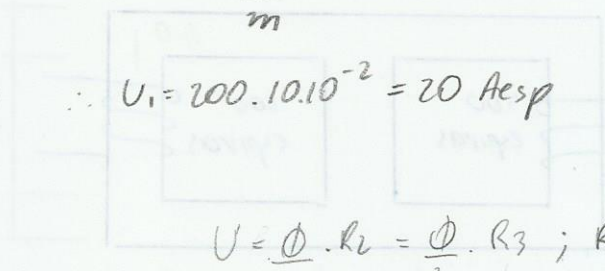
No trecho R2

$S_2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$B_2 = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{2} = 4 \cdot 10^{-4} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$       $H_2 = 100 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$

$l_2 = 2 \times (8 + 1 + 2) + 10 = 32 \cdot 10^{-2} \text{ m}$       $U_2 = 64 \text{ Aesp}$

$f = U_a + U_1 = 20 + 64 \therefore f = 84 \text{ esp}$



$U = \frac{\Phi}{2} \cdot R_2 = \frac{\Phi}{2} \cdot R_3 ; R_3 = Q_2$

ex 16

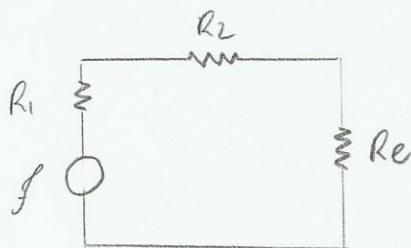
Circuito analogo

Material: Aço Rendido

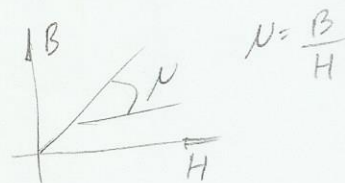
$f = 800 \text{ Aesp}$

x Determinar o  $\Phi$

$N = 800 \text{ espiras}$



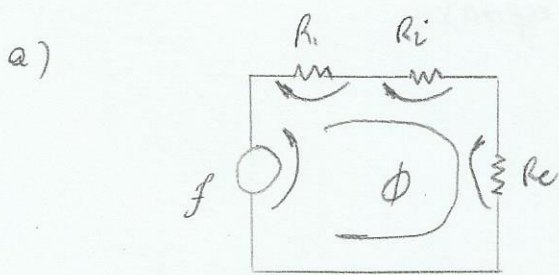
$f = N \cdot I = \Phi \cdot R = H \cdot l$



Trecho



Ex 17) Material VSS TRAF0 72-79



$N = 400$  espiras

FMM = 600 Aesp (Entreferro)

b) Entreferro

$U = H \cdot l$

$H = \frac{600}{0,2 \cdot 10^{-2}} = 300000$

$\mu = \frac{B}{H} \therefore B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 300000$

$\therefore B = 0,377$

$\Phi = B \cdot S ; S = 2,4 \cdot 10^{-4}$

$\Phi = 0,377 \cdot 2,4 \cdot 10^{-4} \therefore \Phi = 9,048 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$

trecho  $R_1$

$S_1 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$B_1 = \frac{9,048 \cdot 10^{-5}}{8 \cdot 10^{-4}} = 0,38 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \therefore H_1 = 50 \text{ Aesp/m}$

$U_1 = 50 \cdot (8+2) \cdot 10^{-2} = 5 \text{ Aesp}$

trecho  $R_2$

$S_2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$B_2 = \frac{9,048 \cdot 10^{-5}}{8 \cdot 10^{-4}} = 0,38 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \therefore H_2 = 50 \text{ Aesp} ; l_2 = 2 \cdot (8+2) + 9,8 = 29,8 \cdot 10^{-2}$

$\therefore U_2 = 50 \cdot 29,8 \cdot 10^{-2} = 14,9 \text{ Aesp}$

$\mathcal{F} = U_1 + U_2 + U_e$

$\mathcal{F} = 5 + 14,9 + 600 = 619,9$

$\mathcal{F} = N \cdot I \therefore I = \frac{619,9}{400} = 1,55 \text{ A}$

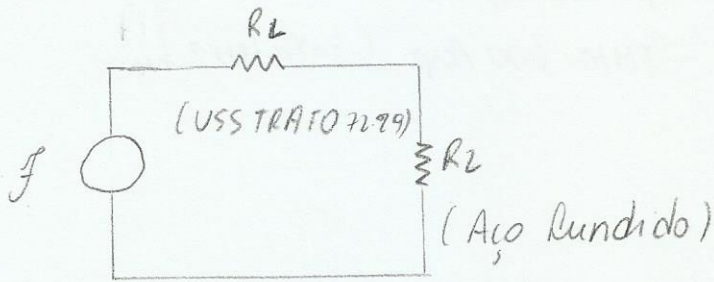
c) FMM = 5 + 14,9 = 19,9



Ex 181  $\Phi = 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$

$N = 500$  espiras

a)



trecho R1

$$S_1 = 2,3 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_1 = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_1 = 200 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l_1 = [2 \times (9+1) + 8+2] \cdot 10^{-2}$$

$$\therefore U_1 = 200 \cdot 30 \cdot 10^{-2} \quad \therefore U_1 = 60 \text{ Aesp}$$

trecho R2

$$S_2 = 4,3 \cdot 10^{-4} = 12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_2 = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 10^{-4}} = 0,5 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$\therefore H_2 = 350 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l_2 = (8+2) \cdot 10^{-2}$$

$$U_2 = 350 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 35 \text{ Aesp}$$

Como  $\mathcal{F} = U_1 + U_2 = 60 + 35 = 90$

$$I = \frac{90}{500} = \underline{\underline{0,18 \text{ A}}}$$

## Lista 2

### Ejercicio 1

$$S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad D = 0,6 \text{ m} \quad N = 300 \text{ espiras} \quad (\text{Aco. lundido})$$

Determina o Fluxo:

a) Sendo  $I = 1 \text{ A}$

$$FMM = 300 \cdot 1 = 300 \text{ Aesp}$$

$$FMM = HL = \Phi R = NI \quad H = \frac{300}{0,6} = 500 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad \therefore B = 0,78 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$\therefore \Phi = 0,78 \times 8 \cdot 10^{-4} = \underline{6,24 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$$

b) Sendo  $I = 2 \text{ A}$

$$FMM = 300 \cdot 2 = 600 \text{ Aesp}$$

$$FMM = HL = \Phi R = NI \quad \therefore H = \frac{600}{0,6} = 1000 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad \therefore H = 1,2 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$\therefore \Phi = 1,2 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = \underline{9,6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$$

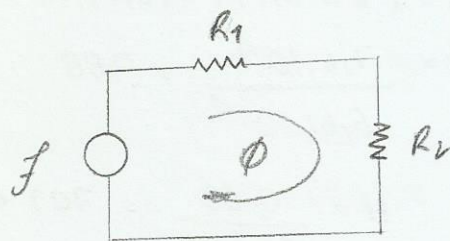
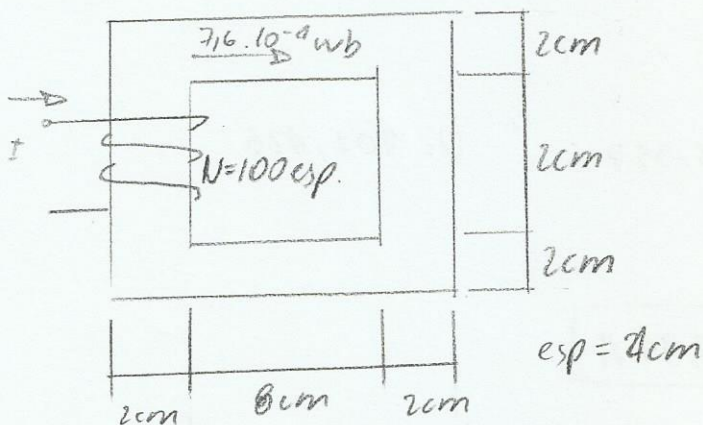
### Ejercicio 2 (Cast Steel)

$$e = 0,95$$

$$e = \frac{S_{\text{mag}}}{S_{\text{geo}}}$$

$$\Phi = 7,6 \cdot 10^{-4}$$

Determina a corrente  $I$  para obter  $\Phi = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$



trecho R1

$$S_1 = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_2 = 0,95 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{7,6 \cdot 10^{-4}}{7,6 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T} \quad \therefore H = 670 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$l = 2 + 1 + 1 = 4 \cdot 10^{-2} \quad \therefore U_1 = 268 \text{ Aesp}$$



### Trecho R2

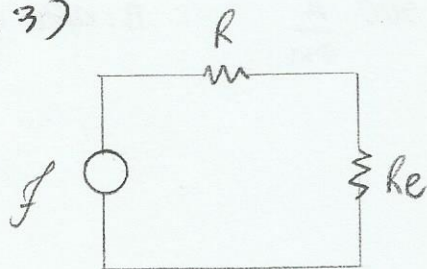
$$S_2 = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad B = \frac{7,6 \cdot 10^{-4}}{7,6 \cdot 10^{-4}} = 1 \quad \therefore H = 670 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$l = 2 \cdot (B + 2) + 2 + 2 = 0,24 \text{ m} \quad \therefore U_2 = 160,8 \text{ Aesp}$$

$$f = 160,8 + 26,8 = 187,6 \text{ Aesp}$$

$$f = N \cdot I \quad \therefore I = \frac{187,6}{100} = 1,876 \text{ A}$$

### Exercício 3)



### Trecho R

$$S_{\text{gio}} = 2,4 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

$$S_{\text{mg}} = 0,95 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{7,6 \cdot 10^{-4}}{7,6 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T} \quad \therefore H = 670 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$l = [2 \cdot (B + 2 + 2 + 2) - 0,1] \cdot 10^{-2}$$

$$l = 0,279 \text{ m}$$

$$\therefore U = 670 \cdot 0,279 = 186,93 \text{ Aesp}$$

### Trecho Re

$$S = (2 + 0,1)(4 + 0,1) \cdot 10^{-4} = 8,61 \cdot 10^{-4}$$

$$B = \frac{7,6 \cdot 10^{-4}}{8,61 \cdot 10^{-4}} = 0,88$$

$$l = 8,61 \cdot 10^{-4}$$

$$H = \frac{0,88}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 702\,425,997$$

$$\therefore U = 702,426$$

$$\therefore f = 889,35$$

$$I = 8,89 \text{ A}$$

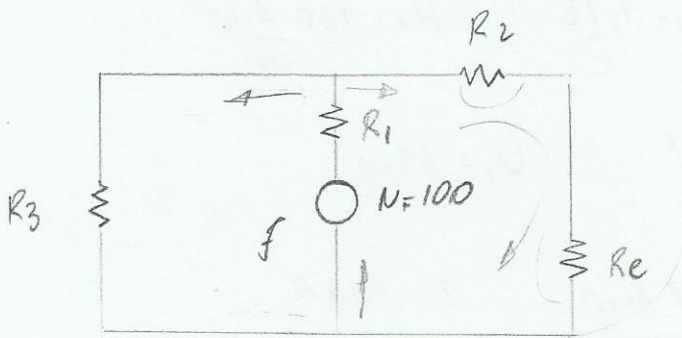
Exercício 4:

$$B_e = 0,8 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

Material: Hipernin

$$\epsilon = 0,9$$

(considere o espraiamento)



trecho Re

$$S = (4 + 0,1) (8 + 0,1) \cdot 10^{-4} = 33,21 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\mu = \frac{B}{H} \quad H = \frac{0,8}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 636619,77$$

$$\therefore U_e = 636,6197724 \text{ Aesp}$$

$$\Phi = 0,8 \cdot 33,21 \cdot 10^{-4} = 2,6568 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

trecho R2

$$S = 4 \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 = 28,8 \cdot 10^{-4}$$

$$B = \frac{2,6568 \cdot 10^{-3}}{28,8 \cdot 10^{-4}} = 0,9225 \quad \therefore H_2 = 50 \text{ Alm}$$

$$l_2 = [2(40 + 4 + 2 + 12 + 4) - 0,1] \cdot 10^{-2} = 1,079 \text{ m}$$

$$U_2 = 53,95$$

$$U_e + U_2 = U_3 \quad \therefore U_3 = 53,95 + 636,61977 = 690,56977$$

trecho R3

$$U_3 = H_3 l_3 = \Phi R_3 \quad ; \quad l_3 = 2(40 + 4 + 2) + 12 + 4 = 1,08$$

$$H_3 = \frac{690,56977}{1,08} = 639,416 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad \therefore B_3 = 1,4$$

$$\Phi = 1,4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 = 4,032 \cdot 10^{-3}$$

$$\therefore \Phi_T = 4,032 \cdot 10^{-3} + 2,6568 \cdot 10^{-3} = 6,6888 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$



trecho R1

$$S_1 = 8 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 64 \cdot 10^{-4}, 0,9$$

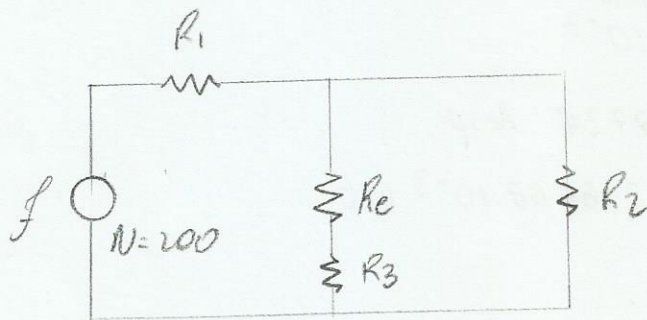
$$B_1 = \frac{6,6888 \cdot 10^{-3}}{64 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9} \therefore B_1 = 1,16 \therefore H_1 = 160 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$l_1 = (12 + 4) \cdot 10^{-2} = 16 \cdot 10^{-2} \therefore U_1 = 25,6$$

$$I_1 = 25,6 + 690,57 = \underline{716,17 \text{ Aesp}} \therefore \underline{I = 7,16 \text{ A}}$$

Exercício 5) (Cast Steel)  $e = 0,85$   $\Phi_e = 6 \cdot 10^{-4} \text{ wb}$

Calcule a FMM e a I



trecho Re

$$S_e = 5 \cdot 6 \cdot 10^{-4} = 30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{30 \cdot 10^{-4}} = 0,2 \therefore H = \frac{0,2}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 159154,94$$

$$\text{Como } l = 0,1 \cdot 10^{-2} \therefore U_e = 159,15 \text{ Aesp}$$

trecho R3

$$S_3 = 5 \cdot 6 \cdot 0,85 \cdot 10^{-4} = 25,5 \cdot 10^{-4}$$

$$B = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{25,5 \cdot 10^{-4}} \therefore B_3 = 0,24 \therefore H_3 = 225 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad l_3 = 19,9 \cdot 10^{-2}$$

$$\therefore U_3 = 44,775$$

$$\therefore U_2 = 203,925 \text{ Aesp}$$

$$U_2 = H_2 l_2 \quad ; \quad l_2 = [2 \times (45 + 5) + 15 + 5] \cdot 10^{-2} = 1,2$$

$$H_2 = \frac{203,925}{1,2} = 169,9375 \quad \therefore \quad B_2 = 0,14$$

$$\therefore \quad \Phi = 0,14 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,85 \quad \therefore \quad \Phi = 3,57 \cdot 10^{-4}$$

$$\therefore \quad \Phi_T = 3,57 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-4} = 9,57 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Trecho R1

$$S_1 = 5 \cdot 6 \cdot 0,85 \cdot 10^{-4} = 25,5 \cdot 10^{-4}$$

$$B_1 = \frac{9,57 \cdot 10^{-4}}{25,5 \cdot 10^{-4}} \quad \therefore \quad B_1 = 0,3753 \quad \therefore \quad H_1 = 300$$

$$l_1 = [2 \times (10 + 5) + 20] \cdot 10^{-2} = 0,7$$

$$U_1 = 210 \text{ Aesp}$$

$$\therefore \quad \mathcal{F} = U_1 + U_2 = 210 + 203,925 \quad \therefore \quad \mathcal{F} = 413,925 \text{ Aesp}$$

$$\therefore \quad I = \frac{413,925}{200} \quad \therefore \quad I = 2,07 \text{ A}$$

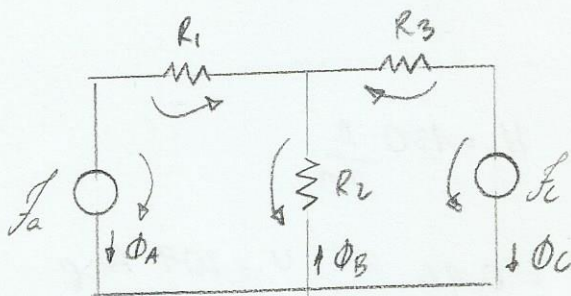
Exercício 6)

(Cast Steel)  $e = 0,9$

$$N_a = 100$$

$$N_c = 600$$

$$\Phi_a = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \quad \Phi_b = 12 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \quad \Phi_c = 4 \cdot 10^{-4}$$



Trecho R2

$$S_2 = 0,9 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 10^{-4} = 2,16 \cdot 10^{-3}$$

$$B_2 = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{2,16 \cdot 10^{-3}} = 0,56 \quad \therefore \quad H_2 = 375 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$l_2 = (8 + 9) \cdot 10^{-2} = 0,12 \quad \therefore \quad U_2 = 45 \text{ Aesp}$$



### Trecho R3

$$S_3 = 0,9 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 14,4 \cdot 10^{-4}$$

$$B_3 = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{14,4 \cdot 10^{-4}} = 0,28 \quad \therefore H_3 = 250 \frac{A}{m}$$

$$l_3 = [2 \cdot (12 + 3 + 2) + 8 + 4] \cdot 10^{-2} = 46 \cdot 10^{-2} \quad \therefore U_3 = 115 \text{ Aexp}$$

### Trecho R1

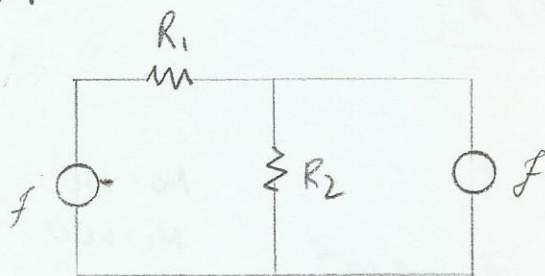
$$S_1 = 0,9 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 14,4 \cdot 10^{-4}$$

$$B_1 = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{14,4 \cdot 10^{-4}} = 0,56 \quad \therefore H_1 = 375 \frac{A}{m} \quad l_1 = 46 \cdot 10^{-2} \quad \therefore U_1 = 177,5 \text{ Aexp}$$

$$I_a = U_1 + U_2 = 177,5 + 45 \quad \therefore I_a = 217,5 \quad \therefore I_a = 2,18 \text{ A}$$

$$I_c = U_3 + U_2 = 115 + 45 \quad \therefore I_c = 160 \quad \therefore I_c = 0,27 \text{ A}$$

### Exercício 7



### Trecho R1

$$S_1 = 14,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_1 = \frac{10 \cdot 10^{-4}}{14,4 \cdot 10^{-4}} = 0,69 \quad \therefore H_1 = 450 \frac{A}{m}$$

$$l_1 = [2 \cdot (12 + 3 + 2) + 8 + 4] \cdot 10^{-2} = 0,46 \quad \therefore U_1 = 207 \text{ Aexp}$$

### Trecho R2

$$S_2 = 21,6 \cdot 10^{-4}$$

$$B_2 = \frac{10 \cdot 10^{-4}}{21,6 \cdot 10^{-4}} = 0,46 \quad \therefore H_2 = 330 \frac{A}{m} \quad l_2 = 0,112$$

$$\therefore U_2 = 39,6 \quad \therefore I_c = 66 \text{ mA}$$

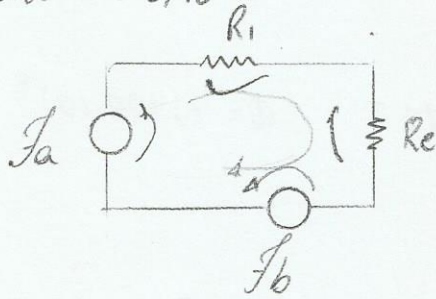
$$U_a = 39,6 + 207 = 246,6 \quad \therefore I_a = 2,47 \text{ A}$$

Exercício 8-)

Material: USS TRAFQ 72-29.  $e = 0,9$   $l = 0,75$  (cm)

$$S = 6,8 \cdot 10^{-2} = 0,18 \text{ m}^2$$

$$\Phi_e = 0,004 \text{ Wb}$$



trecho Re

$$S = (6 + 0,2)(8 + 0,2) \cdot 10^{-4} = 50,84 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{0,004}{50,84 \cdot 10^{-4}} = 0,79 \quad \therefore H = \frac{0,79}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 626101,27$$

$$l = 0,2 \cdot 10^{-2} \quad \therefore U_e = 1252,2 \text{ Aesp}$$

trecho R

$$S = 0,9 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 43,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{0,004}{43,2 \cdot 10^{-4}} = 0,926 \quad \therefore H = 170 \text{ Aesp} \quad l = 0,75$$

$$U = 127,5$$

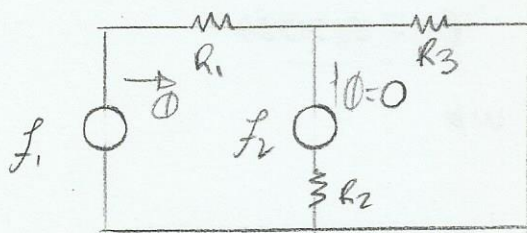
$$I_a - 127,5 - 1252,2 + I_b = 0 \quad ; \quad I_a = 6000$$

$$\therefore I_b = 4620,3$$

$$N_b = 770,05 \text{ c.p.}$$

Exercício 9-)

Material: USS TRAFQ 72-29



$$I_1 = 500 \text{ Aesp}$$



trecho R1

$$I_1 = 0,5 \cdot 1000 = 500 \text{ Aesp} \quad l_1 = 2(80 - 8 + 24 - 8) = 176 \cdot 10^{-2}$$

$$S_1 = 8 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 64 \cdot 10^{-4}$$

$$H_1 = \frac{500}{1,76} = 284,09 \quad \therefore B_1 = 1,11 \text{ T} \quad \therefore \Phi = 7,104 \cdot 10^{-3}$$

trecho R2

$$S_2 = 64 \cdot 10^{-4} \quad l_2 = 2(40 - 8) + 24 - 8 = 80 \cdot 10^{-2}$$

$$B = \frac{7,104 \cdot 10^{-3}}{64 \cdot 10^{-4}} = 1,11 \quad \therefore H = 284,09$$

$$U_2 = 284,09 \cdot 80 \cdot 10^{-2} \quad \therefore U_2 = 227,272 \text{ V}$$

$$\therefore I_b = \frac{227,272}{200} \quad \therefore I_b = 1,14 \text{ A}$$

ou

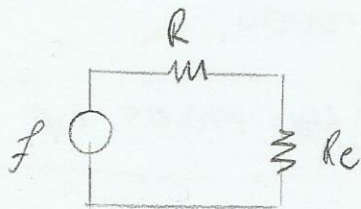
Exercício 12

Cast steel  $e = 0,9$

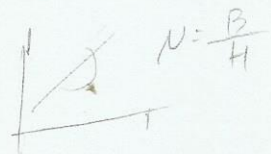
Condutividade o esprolimento

$l = 0,80$  e o entferro 0,001

$$S = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 22,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$



$$I = 400 \text{ Aesp}$$



1ª tentativa

$$f = Hl \quad \therefore H = \frac{400}{0,1102} = 400 \cdot 10^3 \quad B_e = 400 \cdot 10^3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$\therefore B_e = 0,5027$$

$$\Phi = 0,5027 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ wb}$$

trecho R

$$S = 22,5 \cdot 10^{-4}$$

$$B = \frac{1,26 \cdot 10^{-3}}{22,5 \cdot 10^{-4}} = 0,56 \quad \therefore H = 380 \quad \therefore U = 380 \cdot 0,8 = 304$$

$$f = 304 + 400 = 704 \quad \begin{matrix} 704 - 100 \\ 400 - x \end{matrix} \quad \therefore u = 56,8\%$$

$$\phi' = 1,26 \cdot 10^{-3} \cdot 0,568 = 7,16 \cdot 10^{-4}$$

2ª tentativa

$$b = \frac{7,16 \cdot 10^{-4}}{22,5 \cdot 10^{-4}} = 0,31808 \quad \therefore H = 250$$

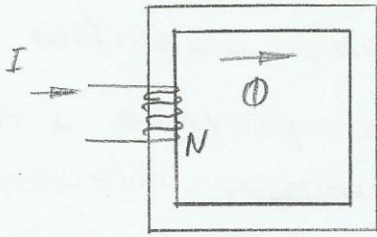


W. 120

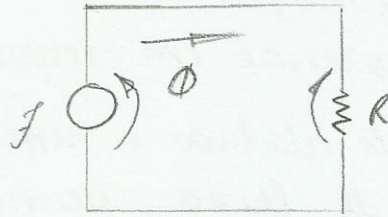
80713.0

1000000  
1000000

# Revisão das fórmulas

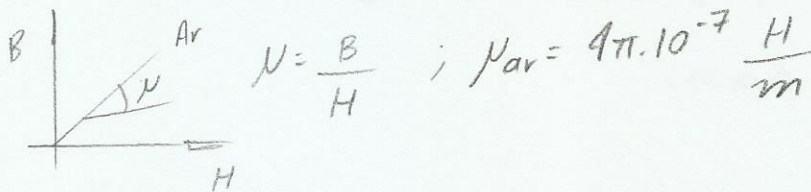


Circuito magnético



Análogo do Circuito Magnético

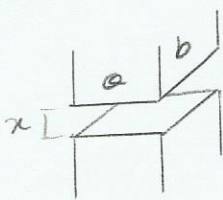
$$\mathcal{F} = H \cdot l = \Phi \cdot R = N \cdot I$$



## x Determinar a relutância:

- Os trechos possui a mesma seção?
- Os trechos possui o mesmo fluxo magnético?
- Os trechos são do mesmo material?

## x Espraiamento:



$$S = (a+x)(b+x)$$

(seção retangular)

$$S = \pi(r+x)^2$$

(seção transversal)

## x Fator de enlaxamento

$$e = \frac{S_{m0g}}{S_{g0}}$$



#### Exercício 4

Permeabilidade magnética é o grau de magnetização de um determinado material em resposta a um campo magnético

Permeabilidade relativa é um número que representa a variação da densidade de fluxo, aumentando ou diminuindo, relacionando a permeabilidade magnética do material com a permeabilidade magnética do ar.

#### Exercício 5

Campo magnético é o fluxo das cargas num condutor, através da lei de Ampère; temos:

### Conversão da Energia

- livros:
  - x Conversão eletromecânica de energia ; Ronaldo Alves
  - x Fundamentos de máquinas elétricas ; Deltoro, Viunt

Exercícios no moodle

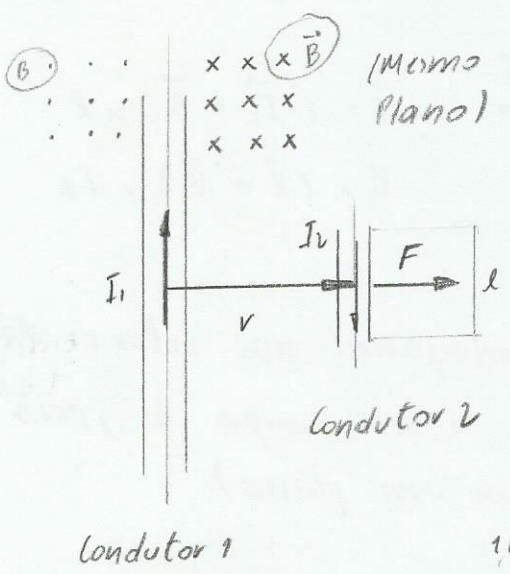
### Conceitos fundamentais

Campo: As propriedades intrínsecas de um corpo que são capazes de criar no espaço ao seu redor uma perturbação, que pode interagir com outra perturbação criada por outro corpo, originando forças entre eles

+ temos vários tipos de campos: campo elétrico, campo magnético e etc

### Lei de Ampère

Ampère colocou dois condutores paralelo no mesmo plano, conduzindo uma corrente em sentidos opostos. Ele notou que neste conjunto surgia uma força constante em relação ao



distança  $r$ . Também notou que esta força variava em função do  $r$ , e também do material entre os condutores.

x O campo magnético ele é causado pelo fluxo das cargas no condutor. e a força magnética ocorre de acordo com o elemento de prova, ela surge se houver campo magnético ou um ímã.



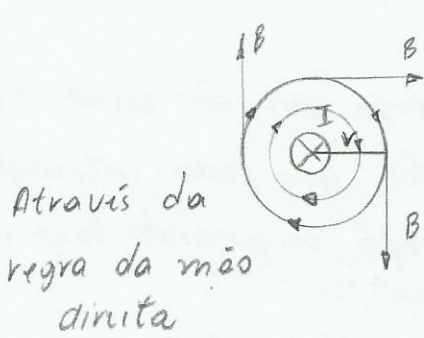
$$F = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi r} \quad (N)$$

$$F = I_2 \cdot l \cdot B \quad (N)$$

Campo magnético ou densidade de fluxo magnético

$$B \equiv \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi r} \quad (T)$$

Campo magnético gerado em torno de um condutor retilíneo

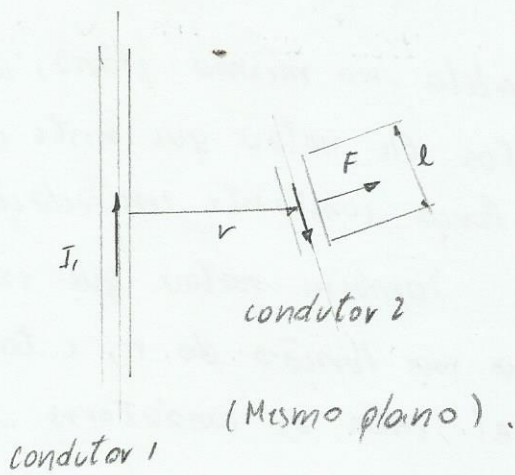


O vetor do campo magnético é sempre tangente as linhas de campo

$$B \equiv \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi r} \quad (T) ; \text{ permeabilidade do meio: } \mu \text{ [H/m]}$$

$$r = [m]$$

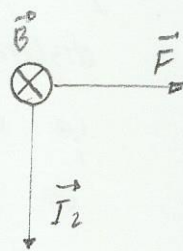
- Depois do primeiro experimento, ele mudou a direção do condutor 2, e notou que o módulo da força permaneceu igual, porém o sentido variou.



ângulo entre a corrente e o campo

$$F = I_2 l B \sin \theta$$

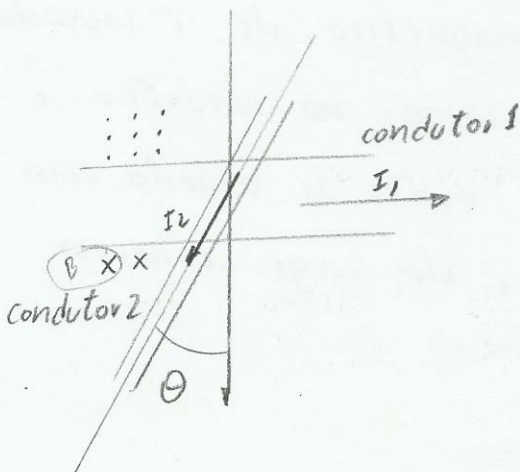
Determinação do vetor F



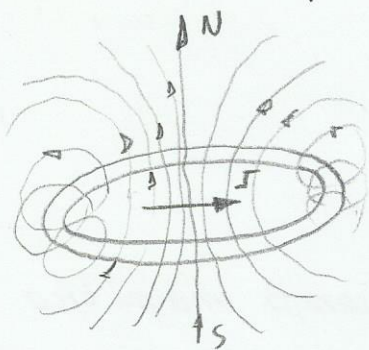
$$\vec{F} = (\vec{I}_2 \wedge \vec{B}) \times l$$

$$\vec{F} = (l \wedge \vec{B}) \times \vec{I}_2$$

(A força é ortogonal aos vetores da corrente  $I_2$  e o campo  $B$ , pois eles definem um plano)



## Compo magnético gerado em uma espira circular



O máximo campo encontrado na espira é encontrado no centro das linhas de campo

Lei de Biot-Savart

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}$$

A permeabilidade é o grau de magnetização de um material em resposta a um campo magnético. A permeabilidade absoluta é representada pelo símbolo  $\mu$ .

\* permeabilidade do vácuo:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$  ou  $\frac{N}{A^2}$

\* permeabilidade relativa é um número que expressa a taxa na qual a densidade de fluxo magnético aumenta ou diminui, em relação à do vácuo.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

\* A permeabilidade varia a força magnética, ou seja, mantendo todos os fatores, e variando apenas a permeabilidade a força magnética obtém uma variação.

Compo magnético também é chamado de densidade de fluxo

Fluxo magnético: é o conjunto de linhas de campo numa região do espaço, no qual depende da geometria

↳ é o produto do campo (B) pela área



Fluxo magnético ( $\Phi$ ) é proporcional a componente normal do campo

$$\Phi = \int_S B_n dA \quad [V \cdot s \text{ ou } Wb]$$

\* Intensidade de campo magnético (H):

- Uma grandeza que representa o campo magnético independentemente do meio no qual o fluxo magnético está imerso
- A intensidade do campo magnético é definida como:

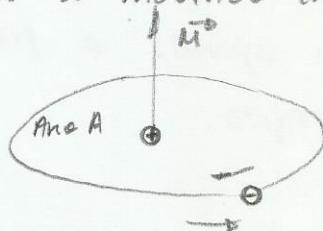
$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{I}{2\pi r} \quad \left[ \frac{A}{m} \right]$$

pegar matéria da aula passada

## Teoria do Magnetismo

\* Momento magnético - Torque gerado em um átomo de qualquer substância quando submetido a um campo magnético

- Momento magnético depende de três fatores:
  - o carga positiva do núcleo girando no seu eixo
  - o carga negativa do elétron girando no seu eixo
  - o Elétrons se movendo em suas órbitas



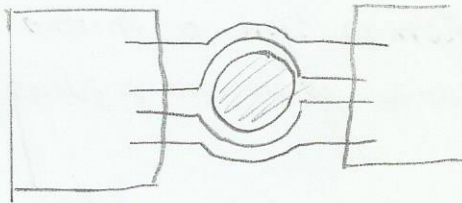
A propriedade do magnetismo de um material varia de acordo com seus níveis energéticos.

+ Magnetismo atômico:

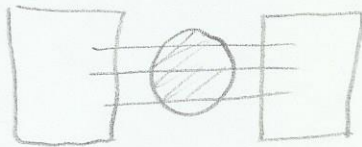
- 2 elétrons ocupam o mesmo nível energético
- Estes elétrons têm spins opostos
- Subníveis internos não completos dão origem a um momento não nulo

- Todos os materiais apresentam algum efeito magnético, sendo eles:
  - Diamagnéticos
  - Paramagnéticos e
  - Ferromagnéticos

- O Diamagnético apresenta: - Permeabilidade relativa
  - Na presença de um campo magnético, ele é repelido e suas linhas de indução não passam através dele.
  - Ex: Silício, Germânio, Enxofre, cobre e prata.

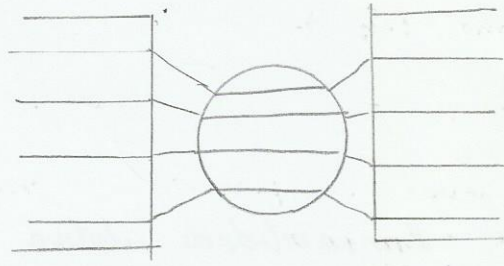


- Nos materiais paramagnéticos
  - permeabilidade relativa intrinsecamente superior a 1
  - Na presença de um campo magnético, os seus momentos magnéticos se alinham com ele.
  - O fluxo magnético do campo externo atravessa este tipo de material, de modo tal que as suas linhas de indução permanecem praticamente inalterada.
  - Quando estes materiais são colocados na presença de um campo magnético de são atraídos por ele. Quando retirado des volta a posição inicial.



- Nos materiais ferromagnéticos
  - Permeabilidade relativa muito superior a 1
  - Na presença de um campo magnético, os seus momentos magnéticos se alinham fortemente na direção deste campo.
  - Oferece um caminho preferencial para as linhas de fluxo.
  - A permeabilidade desses materiais não é constante, sendo de intensidade do campo magnético aplicado, e do estado magnético anterior do material. Ex: Ferro e suas ligas Niquel, Cobalto e Alumínio.

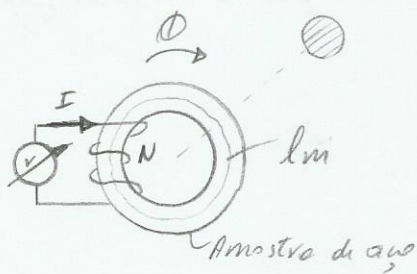
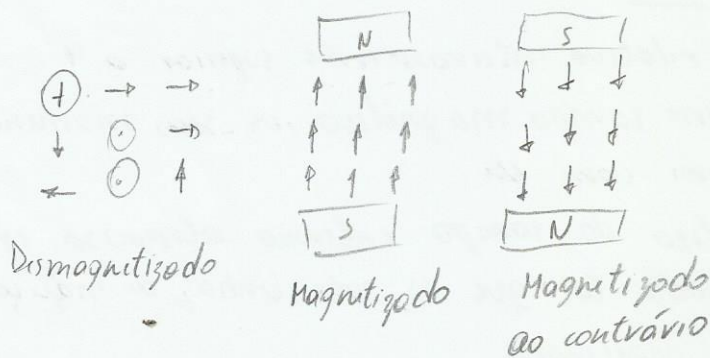




### • Domínios Magnéticos

Um domínio é definido como uma região de material dentro da qual todos os átomos tem o mesmo alinhamento magnético, comportando-se como um pequeno ímã permanente

- Geralmente tem dimensões menores que 0,05 mm
- Tem contornos identificáveis, similar aos grãos

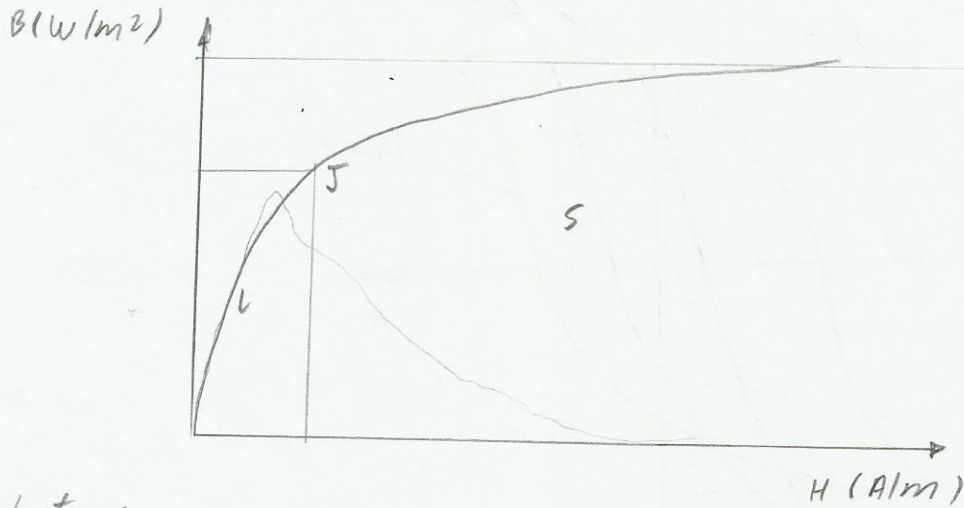


$$\Phi = B \cdot A$$

$$\mathcal{F} = N \cdot I = H l_m \quad (\text{Fmg. magnetiz.})$$

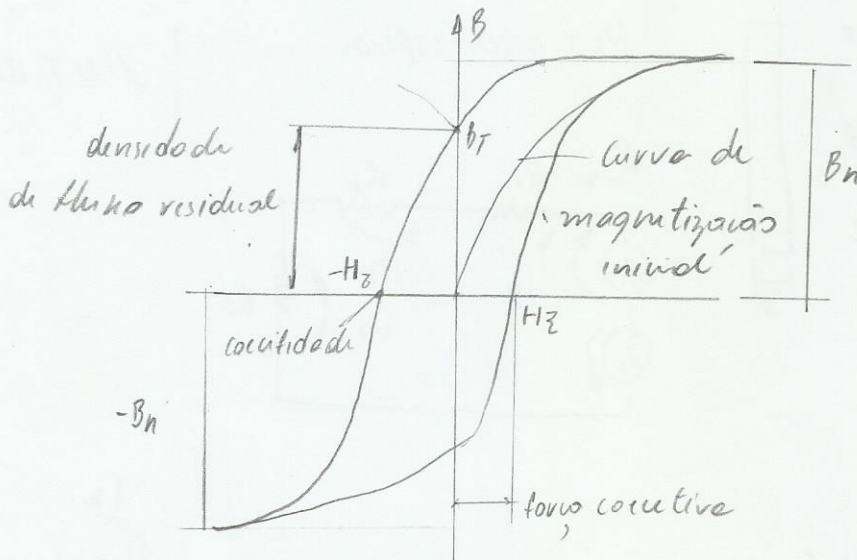
Logo, o gráfico de  $B \times H$  é um gráfico universal para um dado material porque pode ser estendido a qualquer geometria de seção transversal e comprimento.

- Região L- $\mu$  é praticamente constante e a relação existente entre B e H pode ser admitida como linear
- Ponto J - "Joelho" da curva ou o maior valor de B anterior a saturação, bastante utilizada em projetos de máquinas elétricas
- Região B - região de saturação onde um grande aumento de H praticamente não causa variações em B



### Ciclo de histerese

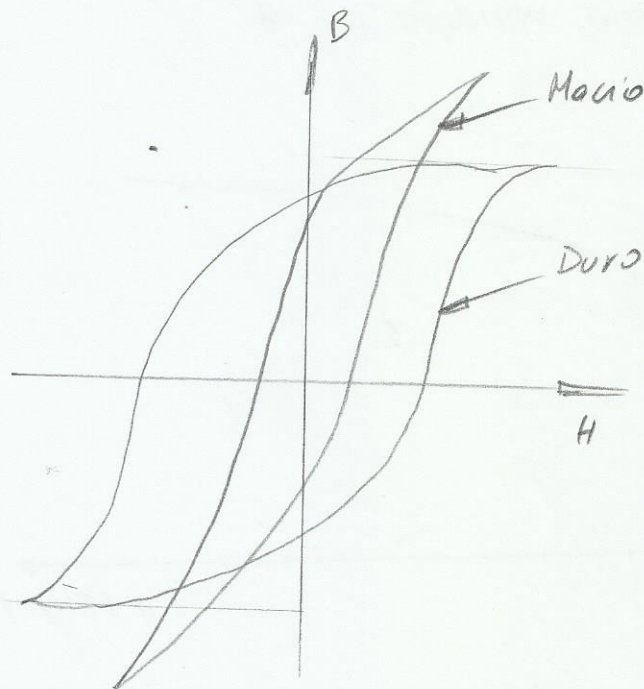
Quando o campo magnético externo é retirado, parte dos momentos magnéticos dos domínios volta a se desalinhar, porém uma outra parte deles mantém o alinhamento obtido quando da aplicação do campo magnético externo.





\* Magnitos duros - Também chamados imos, são aqueles "permanentes" - o que significa que exigem um forte campo externo para levar sua magnetização a zero.

\* Magnitos moles - Também referidos como maus ou dous, possuem um magnetismo facilmente reversível.



Exercícios

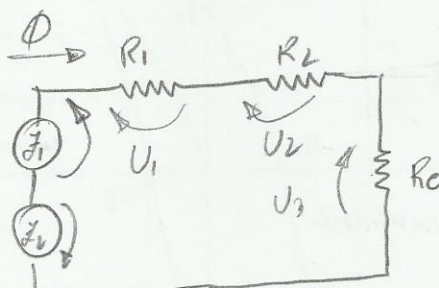
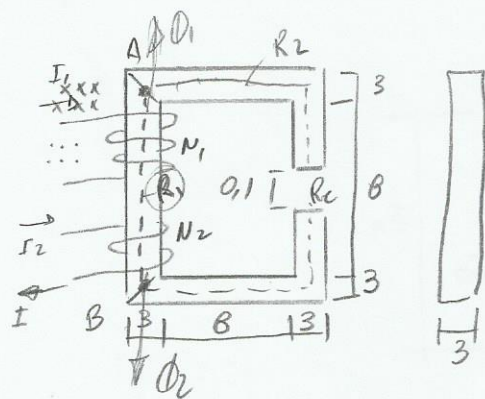
Ex B (Lista 1 - Moodle)

$N_1 = 1000$  espiras ;  $\Phi = 5 \cdot 10^{-4}$  Wb

$I_1 = 3$  A

$N_2 = 800$  espiras

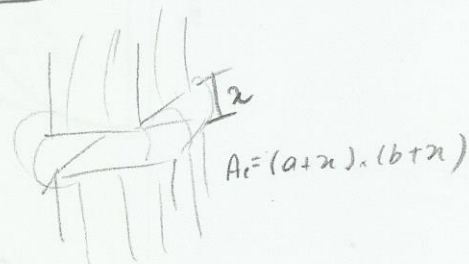
$\mathcal{F} = N \cdot I = Hl = \Phi R$



$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_2 + U_1 + U_2 + U_e$

$\mathcal{F}_2 = \mathcal{F}_1 - U_1 - U_2 - U_e$

$\mathcal{F}_2 = N_1 \cdot I_1 - H_1 L_1 - H_2 L_2 - H_e l_e$



trecho 1:

$$B = \frac{\Phi}{S} \quad S_1 = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_1 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{9 \cdot 10^{-4}} = 0,55 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_1 = 90 \text{ Aop/m}$$

$$l_1 = 11 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

(O fluxo é o mesmo em todos os pontos)

trecho 2:

$$B_2 = 0,55 \text{ wb/m}^2$$

$$H_2 = 375 \text{ Aop/m}$$

$$l_2 = (2 \cdot 11 + 10,9) \cdot 10^{-2} = 32,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

trecho 3:

$$S_e = (3 + 0,11) (3 + 0,11) \cdot 10^{-4} \quad S_e = 9,61 \cdot 10^{-4}$$

$$B_e = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{9,61 \cdot 10^{-4}} = 0,52 \text{ wb/m}^2$$

$$H_e = \frac{B_e}{\mu_0} = \frac{0,52}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 413800 \text{ Aop/m}$$

$$l_3 = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$N_2 I_2 = 3000 - 90 \cdot 11 \cdot 10^{-2} - 375 \cdot 32,9 \cdot 10^{-2} - 413800 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2}$$

$$N_2 I_2 = 2453,915$$

(a)

$$\therefore I_2 = \frac{2453,915}{600} = 3,067 \text{ A}$$

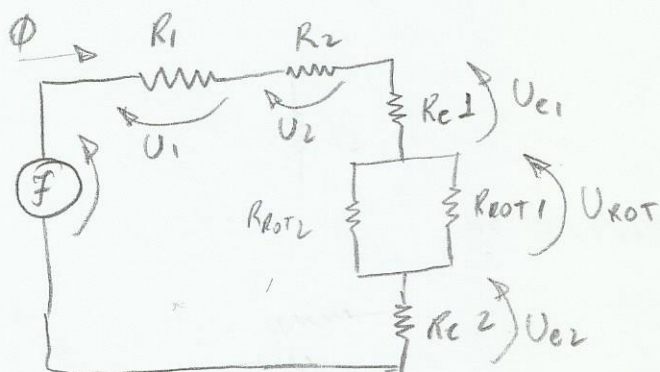
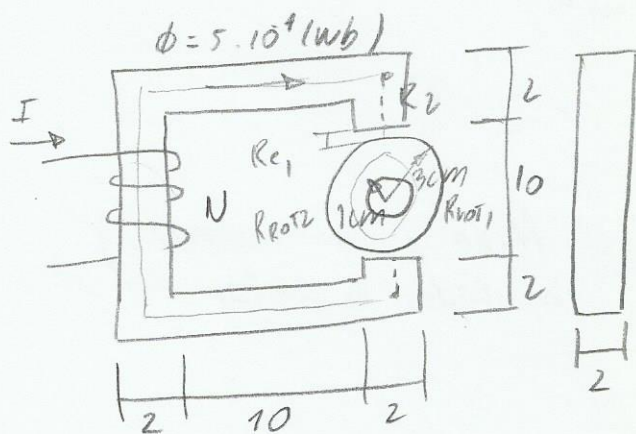
$$I_2 = 3,067 \text{ A}$$

(b)  $H_2 = 375 \text{ Aop/m}$

(c)  $H_e = 413800 \text{ Aop/m}$



Ex 12)



$$\mathcal{F} = U_1 + U_2 + U_{e1} + U_{ROT} + U_{e2}$$

$$\mathcal{F} = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_{e1} l_{e1} + H_{ROT} \cdot l_{ROT} + H_{e2} l_{e2}$$

Trecho 1:

$$S_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_1 = 1150 \text{ A} \cdot \text{espl} \cdot \text{m}$$

$$l_1 = (2 \times 13 + 12) \cdot 10^{-2} = 38 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Trecho 2:

$$S_2 = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-4}} = 0,625 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_2 = 425 \text{ A} \cdot \text{espl} \cdot \text{m}$$

$$l_2 = (12 - 6 - 0,4) \cdot 10^{-2} = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

### Entreferro:

$$S_c = S_2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_c = 0,625 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_c = \frac{0,625}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 497359 \text{ Acp/m}$$

$$l_c = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

### Rotor:

$$S_{\text{rot}} = (2 \times 2) \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Phi = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$B_{\text{rotor}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,625 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_{\text{rotor}} = 425 \text{ Acp/m}$$

$$l_{\text{rotor}} = \pi \left( \frac{R_{\text{ext}} - R_{\text{int}}}{2} + K_{\text{int}} \right) \cdot 10^{-2}$$

$$l_{\text{rotor}} = 6,28 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$F = 1150 \cdot 38 \cdot 10^{-2} + 425 \cdot 5,6 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 497359 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} + 425 \times 6,28 \cdot 10^{-2}$$

(a)  $F = 2427 \text{ Acp}$

(b)  $V_{\text{rot}} = 425 \times 6,28 \cdot 10^{-2} = 26,7 \text{ Acp}$

(c)  $R_{TC} = \frac{2 \times 497359 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^6 \frac{\text{Acp}}{\text{Wb}}$

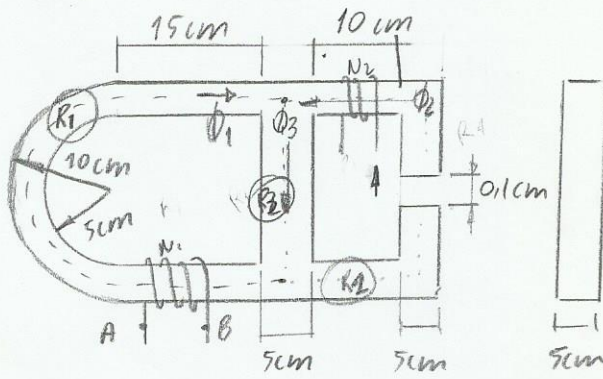
(d)  $H_1 = 1150 \text{ Acp/m}$

$$H_2 = 425 \text{ Acp/m}$$

$$H_{\text{rot}} = 425 \text{ Acp/m}$$



(Exercício de Prova)



Cast iron (Ferro fundido)

$\epsilon = 0,9$  (fator de empilhamento)

$N_1 = 300$   $N_2 = 450$

$B_2 = I_2 = 1,46$  A

$\Phi_e = 6,75 \cdot 10^{-4}$  Wb

Desconsidere o espalhamento do entreferro. Calcular:

- 1a-)  $\Phi_3$  (b-)  $I_1$  (c-) Sentido e módulo do corrente em  $N_1$ , para o fluxo indicado na figura.

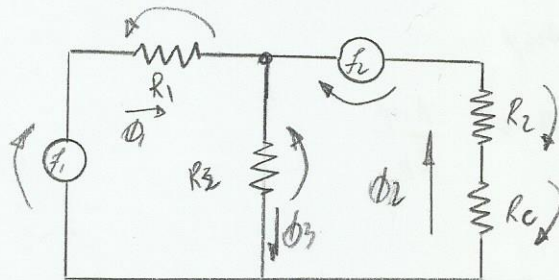
Circuito equivalente

fator de empilhamento

$$\epsilon = \frac{S_{mag}}{S_{geo}}$$

Para determinar, deve-se realizar as três questões a seguir para determinar a relutância:

- Tem a mesma seção transversal ( $l$ )?
- Tem o mesmo fluxo?
- É o mesmo material?



$$I_2 = \underbrace{H_2 l_2}_{U_2} + \underbrace{H_e l_e}_{U_e} + \underbrace{H_3 l_3}_{U_3}$$

$$H_3 = \frac{I_2 - H_2 l_2 - H_e l_e}{l_3}$$

Trecho 2:

$$\Phi_2 = 6,75 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$S_2 = (5 \cdot 5) \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 = 22,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_2 = \frac{6,75 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{22,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,3 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$H_2 = 650 \text{ Acp/m}$$

$$l_2 = 2(15 + 7,45) \cdot 10^{-2} = 44,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Entre Ferro:

$$B_e = \frac{6,75 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} = 0,27 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_e = \frac{0,27}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 214859,17 \text{ Acp/m}$$

trecho 3:

$$l_3 = 15 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Substituindo na equação:

$$H_3 = \frac{450 \cdot 1,46 - 650 \cdot 44,9 \cdot 10^{-2} - 214859,17 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2}}{15 \cdot 10^{-2}} \quad \therefore H_3 = 1001,94 \text{ Acp/m}$$

$$B_3 = 0,9 \text{ Wb/m}^2$$

$$(a) \quad \Phi_3 = 0,9 \cdot 22,5 \cdot 10^{-4} \quad \therefore \Phi_3 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\Phi_3 = \Phi_2 + \Phi_1$$

$$(II) \quad \Phi_1 = \Phi_3 - \Phi_2$$

$$\mathcal{F}_1 = H_1 l_1 + H_3 l_3$$

$$(III) \quad I_1 = \frac{H_1 l_1 + H_3 l_3}{N_1}$$

trecho 1:

$$\Phi_1 = 9 \cdot 10^{-4} - 6,75 \cdot 10^{-4} \quad \therefore \Phi_1 = 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$B_1 = \frac{2,25 \cdot 10^{-4}}{22,5 \cdot 10^{-4}} \quad \therefore B_1 = 0,1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$(b) \quad H_1 = 200 \text{ Acp/m}$$

$$l_1 = (\pi \cdot 7,5 + 35) \cdot 10^{-2} = 58,56 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$I_1 = \frac{200 \cdot 58,56 \cdot 10^{-2} + 1002 \cdot 15 \cdot 10^{-2}}{300} \quad \therefore I_1 = 0,89 \text{ A}$$



(Exercício P3)

Alço fundido (Hipermin)

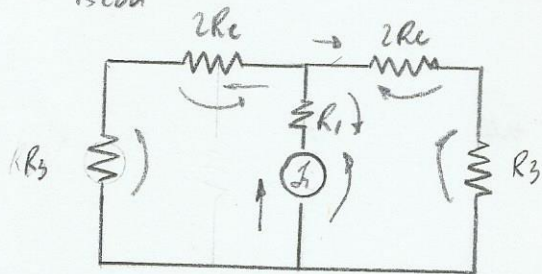
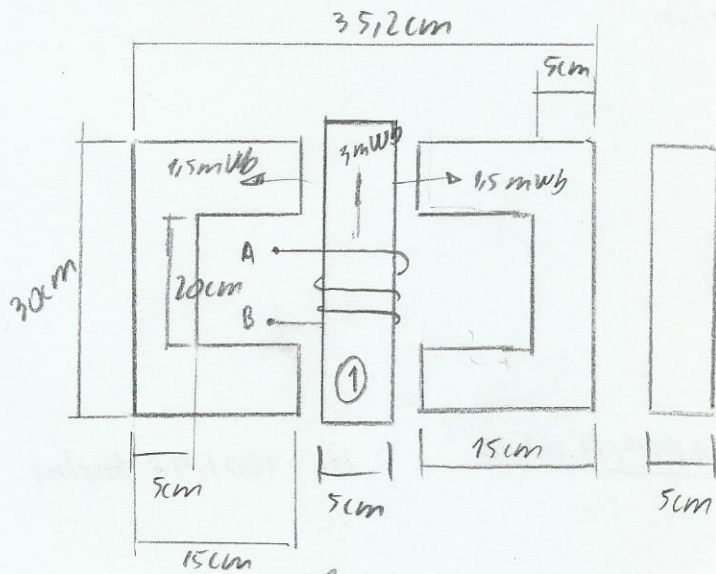
espessura = 5 cm

$\epsilon = 0,92$

Bobina  $N_1 = 1000$  espiras

$\Phi_e = 1,5 \text{ mWb}$

Desprezar fluxo de dispersão e esparalhamento



$$\mathcal{F}_1 = H_1 l_1 + 2 H_c l_c + H_3 l_3$$

$$I_1 = \frac{H_1 l_1 + 2 H_c l_c + H_3 l_3}{N_1}$$

$$I_1 = \frac{350 \cdot 25 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 477465 \cdot 0,1 + 25 \cdot 55 \cdot 10^{-2}}{1000} \text{ entre ferro:}$$

$$\boxed{I_1 = 1,06 \text{ A}}$$

Calcular:

(a)  $H_1$

(b)  $I$  no  $N_1$

$$\Phi_1 = 2 \times 1,5 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$S_1 = 5 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,92 = 23 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_1 = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{23 \cdot 10^{-4}} = 1,3 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

$$\boxed{a) H_1 = 350 \text{ Aesp/m}}$$

$$l_1 = 25 \cdot 10^{-2}$$

trunco 3:

$$B_3 = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-2}} = 0,65 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_3 = 25 \text{ Aesp/m}$$

$$l_3 = (5 + 2 \times 12,5 + 25) \cdot 10^{-2} = 55 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

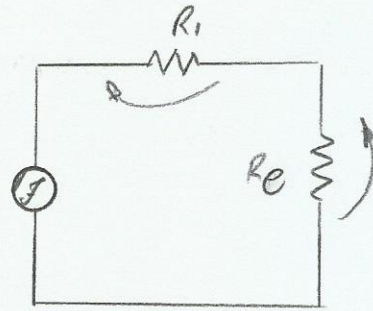
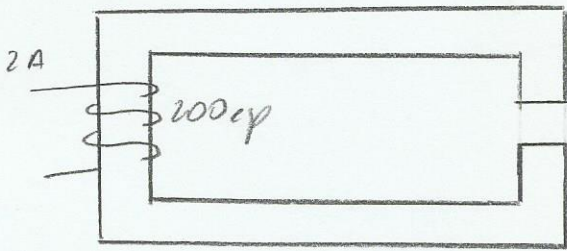
$$\Phi = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$S_e = 5 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_e = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-4}} = 0,6 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_e = \frac{0,6}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 477465$$

Ex 12) Lista 2



$f = 400 \text{ esp}$

$e = 0,9$

$S_{\text{cp}} = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

1º passo:

$f = H \cdot l_e$        $H_e = \frac{400}{10^{-3}} = 400 \cdot 10^3 \text{ Aesp/m}$        $B_e = 400 \cdot 10^3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} = 0,5$

$\Phi_1 = B_e \cdot S_e = 0,5 \cdot 26 \cdot 10^{-4} = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$

$S_e = (5,1 \times 5,1) 10^{-4} = 26 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$\therefore \Phi_1 = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$

Revalorização de  $f$

$f = H_{e1} + H_{e2}$

trecho 1       $S_{\text{mg}} = 15 \cdot 0,9 = 22,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$B_{e1} = \frac{1,3 \cdot 10^{-3}}{22,5 \cdot 10^{-4}} \therefore B_{e1} = 0,58 \therefore H_{e1} = 380 \text{ Aesp/m}$

Entulho:

$H_e = 400 \cdot 10^3 \text{ Aesp/m}$

$f = 380 + 98 \rightarrow 478$

$f_1 = 70 \text{ A esp} > 400 \text{ A esp}$

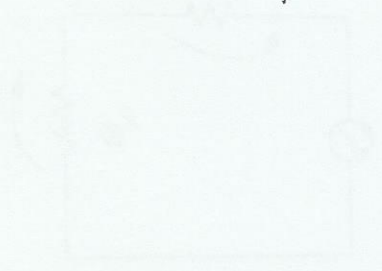
2º passo:       $\Phi_2 = 0,79 \text{ mWb}$

trecho 2

$B_{e2} = \frac{0,79 \cdot 10^{-3}}{22,5 \cdot 10^{-4}} = 0,35$

$H_{e2} = 260 \text{ Aesp/m}$

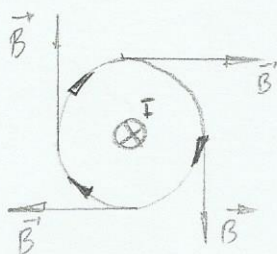




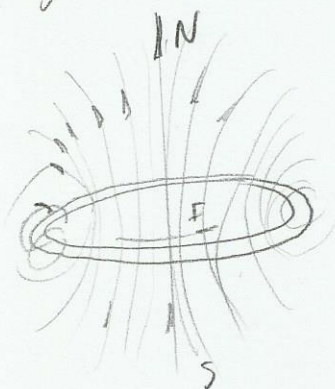
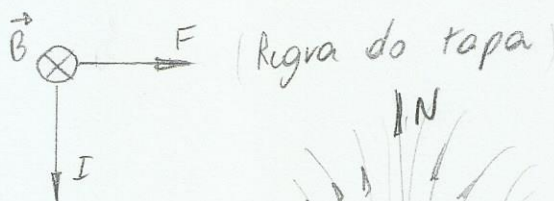
Faint, illegible text and markings covering the lower half of the page, possibly bleed-through from the reverse side.

## Resumo teórico

- Permeabilidade: é o grau de magnetização de um material em resposta a um campo magnético.
- Campo: É uma força entre dois corpos, sendo o resultado da perturbação criada ao redor de cada corpo. (Ex: campo elétrico, e campo magnético).
- O campo magnético é causado pelo fluxo das cargas no condutor. [B]
- Fluxo magnético é o conjunto de linhas de campo numa região do espaço, no qual depende da geometria [ $\Phi$ ]



(Regra da mão direita)



- Intensidade do campo magnético [H]: é uma grandeza que representa o campo magnético independentemente do meio no qual o fluxo magnético está imerso.

Lembrete: Permeabilidade relativa é um número que expressa a taxa na qual a densidade de fluxo magnético aumenta ou diminui, em relação à do vácuo.  $\mu_r = \mu / \mu_0$

↳ A permeabilidade varia a força magnética.



# Exercícios sobre fundamentos de transformadores ideais

Resumo:

$$v(t) = N \frac{d\phi}{dt} = v_{\phi}(t)$$

$$\text{Fator de forma da onda: } f.f. = \frac{v_{\phi}}{v_{\text{medio}}} = \frac{\text{valor eficaz}}{\text{valor medio}}$$

$$\phi_{\text{max}} = \frac{v_{\phi}}{4 \cdot (f.f.) \cdot N \cdot f}$$

$$v_{\phi \text{ eficaz}} = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \phi_{\text{max}}$$

Exercício 1)

transformador:  $220V/110V$ ; sendo alimentado no lado de  $200V$

a) O transformador é redutor

b) Bobina referente a:  $\begin{pmatrix} 110V \\ N=200 \end{pmatrix}$  x Qual o número de espiras da bobina do primário (secundário)

$$v_2' = a v_2 \quad \frac{N_1}{N_2} = a \quad \therefore N_1 = 2 \cdot 200 = 400$$

$$a = \frac{220}{110} = 2$$

Exercício 2)

Primário  $\left\{ \begin{array}{l} 220V \\ 500 \text{ esp.} \end{array} \right.$  secundário  $\left\{ \begin{array}{l} 150V \end{array} \right.$

a) número de espiras do secundário

$$a = \frac{v_1}{v_2} = \frac{220}{150} = 1,47 \quad ; \quad a = \frac{N_1}{N_2} \quad \therefore N_2 = \frac{500}{1,47} \quad \therefore N_2 = \underline{\underline{341 \text{ esp}}}$$

b) Primário  $\left\{ \begin{array}{l} 220V \\ 400 \text{ esp} \end{array} \right.$  Qual a tensão do secundário?

$$a' = \frac{400}{341} = 1,17 \quad a = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{220}{1,17} \quad \therefore v_2 = \underline{\underline{187,55V}}$$

c) Primário  $\left\{ \begin{array}{l} 220V \\ 600 \text{ esp.} \end{array} \right.$

$$a'' = \frac{600}{341} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{220}{v_2} \quad \therefore v_2 = \frac{341 \cdot 220}{600}$$

Qual a tensão no secundário?

$$\therefore v_2 = \underline{\underline{125V}}$$

Exercício 3)

transformador: Primário 220V (50Hz) → Secundário 400V  
 $S = 15 \text{ cm}^2$   $B_m = 1,3 \text{ T}$

$$T = \frac{W\phi}{m^2}$$

a) número de espiras que deve ter o primário

$$V_{\text{eficaz}} = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \phi_{\text{máx}} \quad ; \quad \phi = S \cdot B_m \cdot dA = B \cdot A = BS$$

$$220 = 4,44 \cdot 50 \cdot N \cdot \frac{1,3 \cdot 15 \cdot 10^{-4}}{100^2} \quad \therefore N = \underline{\underline{509 \text{ espiras}}}$$

$$1 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$1 \text{ cm} = (100^{-1}) \text{ m}$$

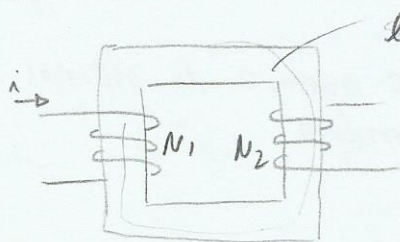
$$1 \text{ cm}^2 = (100^{-2}) \text{ m}^2$$

b) número de espiras que deve ter o secundário

$$V_{\text{eficaz}} = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \phi_{\text{máx}}$$

$$400 = 4,44 \cdot 50 \cdot N \cdot \frac{1,3 \cdot 15}{10^4} \quad \therefore N = \underline{\underline{929 \text{ esp}}}$$

c) A intensidade da corrente em vazio, sabendo que o comprimento médio do núcleo vale 45cm



$$l = 45 \text{ cm}$$

$$NI = Hl$$

$$509I = 800 \cdot 0,45 \quad \therefore I = \underline{\underline{0,707 \text{ A}}}$$

d) fluxo no núcleo (valor eficaz)

$$\phi_{\text{máx}} = \frac{V\phi}{4 \cdot (P.P.) \cdot N\ell} \quad ; \quad P.P. = \frac{V\phi \cdot (P.P.)}{V\phi_{\text{médio}}}$$

Exercício 4)

$N_1 = 600 \text{ esp}$   $N_2 = 500 \text{ esp}$   $220 \text{ V}$

Pretende-se obter no secundário do transformador, dois níveis de tensão ( $V_2$  e  $V_2'$ ).

a) Valor de  $V_2$  para  $N_2$ ?

$$a = \frac{600}{500} = \frac{6}{5} \quad a = \frac{V_1}{V_2} \quad V_2 = \frac{220}{\frac{6}{5}} \quad \therefore V_2 = \underline{\underline{183,3 \text{ V}}}$$

b) Posição do Tap para obter  $V_2' = 8 \text{ V}$ ?

$$a = \frac{220}{8} = 27,5 \quad a = \frac{N_1}{N_2} \quad \therefore N_2 = \frac{600}{27,5} \quad N_2 = \underline{\underline{22 \text{ esp}}}$$



Exercício 5:

transformador: 220V/15V, 60Hz com 40 espiras no secundário.

a)  $a = \frac{220}{15} = \underline{\underline{14,67}}$

b)  $V_0 = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{m\acute{o}x}$

$\Phi_{m\acute{o}x} = \frac{15}{4,44 \cdot 60 \cdot 40} \therefore \Phi_{m\acute{o}x} = \underline{\underline{1,41 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}}$

c)  $B_{m\acute{o}x}$ ;  $L = 10 \text{ cm}^2$

$\Phi = B \cdot A \therefore B = \frac{1,41 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} \therefore B = \underline{\underline{1,408 \cdot T}}$

Exercício 6:

Carga indutiva ( $\cos \phi = 0,7$ )  $I = 5 \text{ A}$   $U = 130 \text{ V}$  (secundário)

Primário: 220V

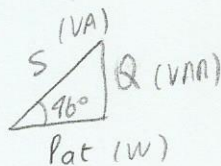
a) Calcule as potências aparente, ativa e reativa no secundário.

$\cos \phi = 0,7 \therefore \phi = 46^\circ$

$\phi = \angle T - \angle I$

$\phi < 0$  Adiantada / Capacit.

$\phi > 0$  Atrasada / Indut.

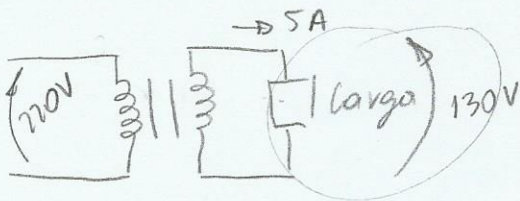


$S = 5 \cdot 130 = \underline{\underline{650 \text{ VA}}}$

$P_{at} = 650 \cdot 0,7 = \underline{\underline{455 \text{ W}}}$

$Q = \sqrt{650^2 - 455^2} = \underline{\underline{464,2 \text{ VAR}}}$

b) Impedância da carga



$P_{at} = R \cdot I^2$

$R = \frac{455}{5^2} = 18,2$

$X = \frac{464,2}{5^2} = 18,57$

$Z = 18,2 + j18,57 \therefore Z = \underline{\underline{26 \angle 45,6^\circ \Omega}}$

c) Intensidade do primário.

$a = \frac{220}{130} \quad a = \frac{I_2}{I_1} \therefore I_1 = \frac{I_2}{a} = \frac{5}{\frac{22}{13}} \therefore I_1 = \underline{\underline{2,95 \text{ A}}}$

d) Calcule o fator de potência no primário.  
0,7

e) (Pergunta)

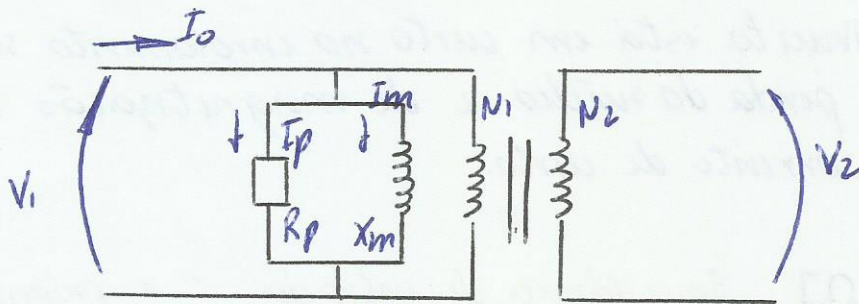
## Teste em vazio (com secundário aberto)

Através deste teste são determinados:

- Perda no núcleo;
- $R_p$
- $E_p$
- $X_m$
- $I_m$

x Procedimento: Alimentar um enrolamento com tensão nominal  
 x Como a corrente absorvida da

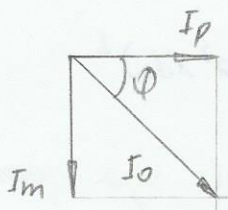
Ponte é muito pequena, não existe a resistência elétrica do enrolamento primário e a reatância indutiva.



- Como a queda de tensão e a potência na resistência do fio é desprezada, a leitura do wattímetro é exatamente o total de perdas no núcleo (perdas no ferro), que também é a energia dissipada em  $R_p$ .

A tensão nominal, como tensão

$$W_0 = P_{FE}$$



$$I_p = I_0 \cdot \cos \phi$$

$$I_m = I_0 \cdot \sin \phi$$

$$I_0^2 = I_m^2 + I_p^2$$

$$W_0 = P_{FE} = \frac{V_1^2}{R_p}$$

$$I_p = \frac{P_{FE}}{V_1} = \frac{V_1}{R_p}$$

- Caso a resistência  $R_1$  não seja desprezada, temos

$$W_0 = P_{FE} - R_1 \cdot I_0^2$$

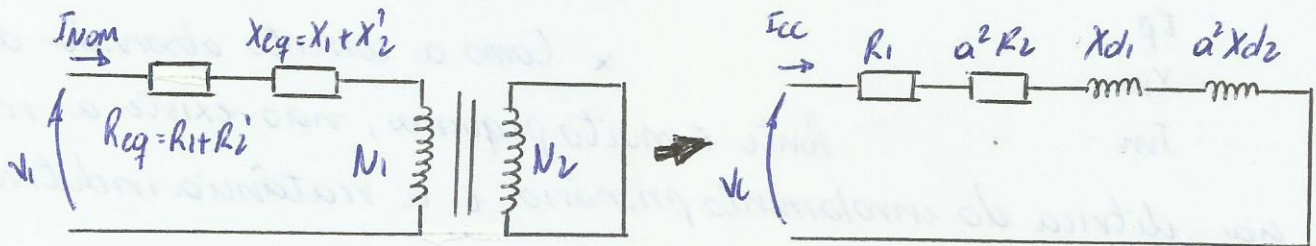
$$V \phi = E_1 \angle 0^\circ - (R_1 + j \cdot X_{d1}) (I_0 \angle \theta^\circ)$$



## Teste em curto-circuito:

Através deste teste é possível determinar:

- Resistência elétrica equivalente nos enrolamentos
- Reatância de dispersão equivalente nos enrolamentos.

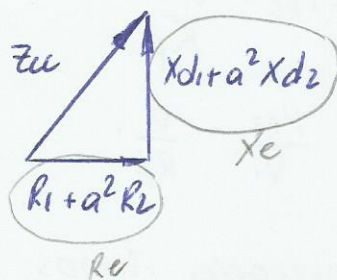


x Como o circuito está em curto no enrolamento secundário, as correntes de perda do núcleo e de magnetização são desprezíveis com a corrente de curto.

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \text{ [}\Omega\text{]} \quad \text{Impedância de entrada é a própria impedância do curto-circuito}$$

x A indicação do wattímetro é a própria potência dissipada nos enrolamentos primário e secundário.

$$P_{cc} = (R_1 + a^2 \cdot R_2) \cdot I_{cc}^2$$



$$Z_{cc}^2 = (R_1 + a^2 R_2)^2 + (X_{d1} + a^2 X_{d2})^2$$

$W = P_{cu}$ , caso a corrente seja nominal

## Rendimento

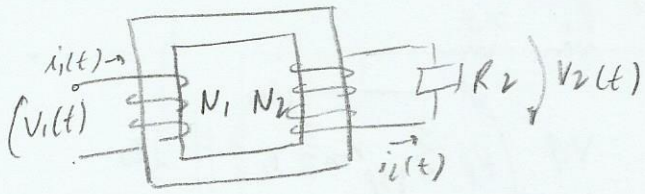
Rendimento é a relação entre a potência elétrica real de saída e a potência elétrica real de entrada.

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} \cdot 100 = \frac{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi}{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi + R_2 \cdot I_2^2 + P_{fe}} \cdot 100$$

## Regulação

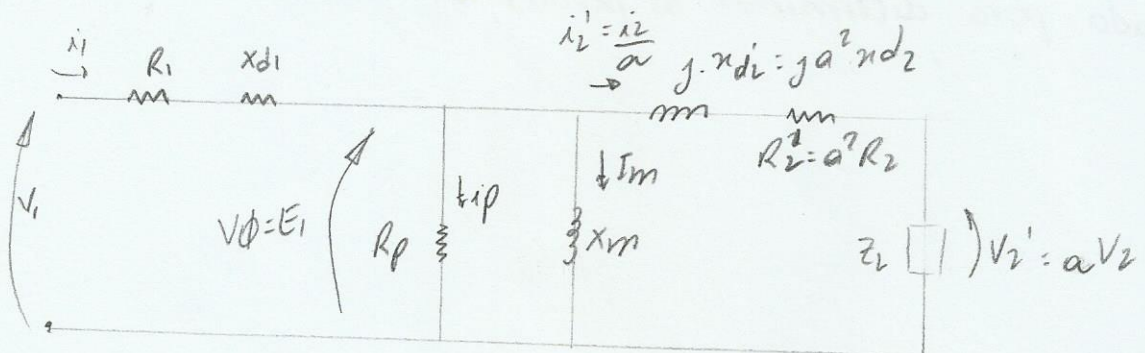
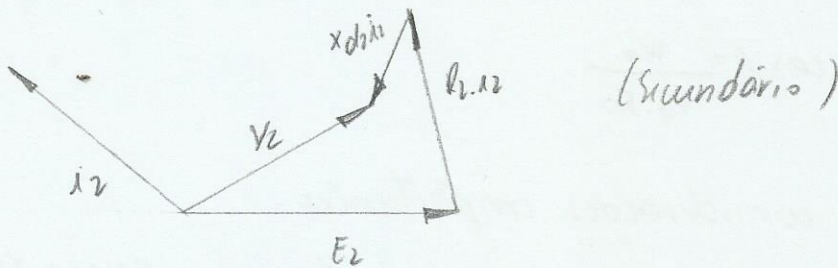
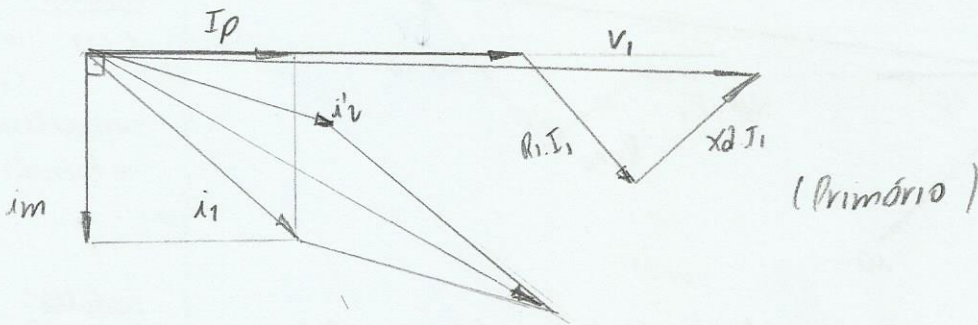
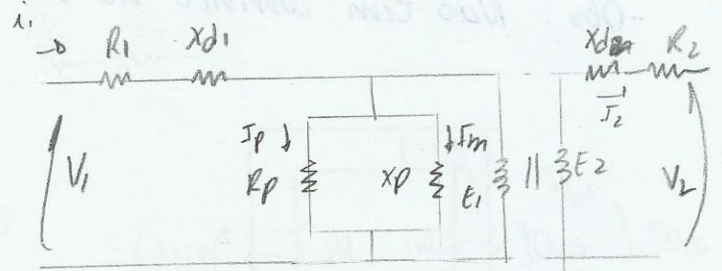
$$\text{Reg \%} = \frac{E_2 - V_2}{V_2} \times 100 ; \quad \begin{array}{l} E_2: \text{ tensão no vazio} \\ V_2: \text{ tensão sob carga} \end{array}$$

# Transformador em carga



Transformador em carga

Este circuito equivale ao seguinte

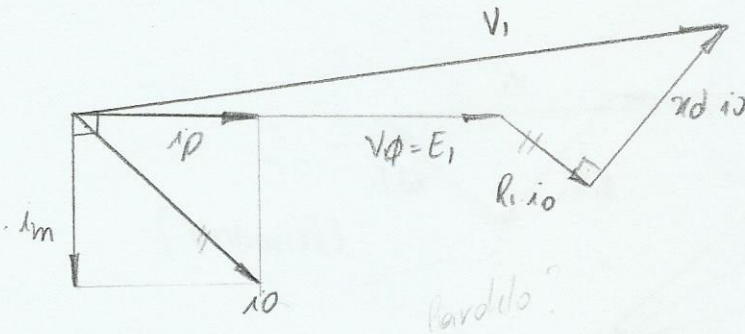
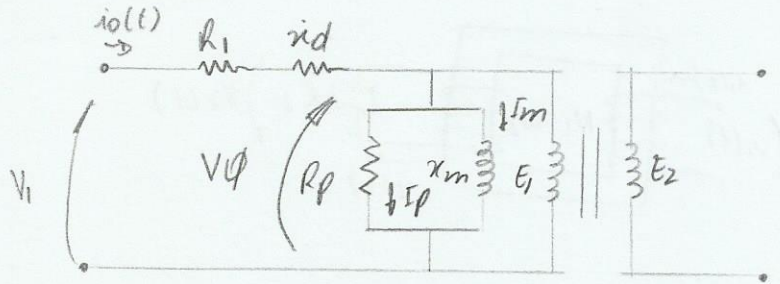
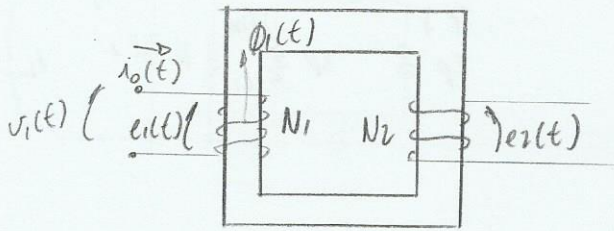




# Transformador em vazio

capacitor em paralelo

-Obs.: Não tem corrente no secundário



Perdas?

- A queda de tensão e a potência dissipada em  $R_1$ , pode ser desprezada, logo a leitura do wattímetro é o efeito da energia dissipada em  $R_p$ , exatamente o total de perdas no núcleo

$$W_0 = P_{EE} \quad \text{e} \quad \cos \phi = \frac{W_0}{V_0 \cdot I_0}$$

Observações e considerações importantes:

- Usado para determinar as perdas de histerese e Foucault

Capacitor

$t < 0$ : corrente Máxima  
tensão zero  
capacitivo ou adiantado  
x corrente adiantada

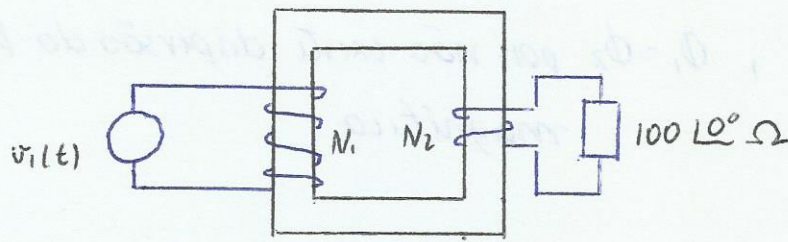
Indutor:

$t < 0$ : Tensão máxima  
corrente zero  
Indutivo ou atrasado  
 $\phi > 0$   
x corrente atrasada

Exercício 1

Material: Aço Rendido

$S_{fe} = 8 \text{ cm}^2$



Pot. diss = 500W (carga)

$v_1(t) = 180 \cos(377t) \text{ [V]}$

$N_1 = 500$  espiras

a)  $N_2 = ?$

$P_2 = V_2 \cdot I_2 = \frac{V_2^2}{R_2} \therefore V_2 = \sqrt{P_2 \cdot R_2} = \sqrt{500 \cdot 100} = 223,61 \text{ V}$

relação de transformação:  $a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$

$\frac{(180/\sqrt{2})}{223,61} = \frac{500}{N_2} \therefore N_2 = 878 \text{ espiras}$

b)  $I_1 = ?$

$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{500}{878} = 0,57$ , como  $a = \frac{I_2}{I_1}$  e  $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$

$I_2 = \frac{223,61}{100} = 2,24 \text{ A}$  então  $0,57 = \frac{2,24}{I_1} \therefore I_1 = 3,93 \text{ A}$

c)  $v_1(t) = e_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\phi_1}{dt}$

$i_1(t) = \frac{e_1(t)}{Z_1}$

$i_1 = \frac{v_1}{Z_1} = \frac{180/\sqrt{2}}{Z_1}$

$i_1 = \frac{127,28}{Z_1} = 3,93 \text{ A} \therefore Z_1 = 32,4 \text{ Ohms}$



Dividindo  $v_1(t) / v_2(t)$ , temos:

$$a = \frac{v_1(t)}{v_2(t)} = \frac{N_1 \frac{d\Phi_1}{dt}}{N_2 \frac{d\Phi_2}{dt}} ; \Phi_1 = \Phi_2 \text{ pois não existe dispersão do fluxo magnético}$$

Portanto, temos:

$$a = \frac{N_1}{N_2} \text{ ou } a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1(t)}{v_2(t)} \quad \begin{array}{l} V_1, V_2 \text{ são valores eficazes} \\ a: \text{ relação de espiras} \end{array}$$

Aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff no circuito, semelhante ao transformador anterior, temos:

em valores eficazes, temos:

$$N_1 \cdot i_1(t) - N_2 \cdot i_2(t) = 0$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{i_2(t)}{i_1(t)} = a$$

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

Obs.: Como as perdas são desprezadas em um transformador ideal, a potência instantânea de entrada é igual a de saída.

Valores do secundário referido ao primário

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow V_1 = \frac{N_1}{N_2} \cdot V_2 \quad \therefore \quad \boxed{V_1 = a \cdot V_2 = V_2'} \quad (I)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \rightarrow I_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot I_2 \quad \therefore \quad \boxed{I_1 = \frac{I_2}{a} = I_2'} \quad (II)$$

Para calcular a impedância, deve fazer a relação de tensão e corrente

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{a \cdot V_2}{\frac{I_2}{a}} \quad \therefore \quad \boxed{Z_1 = a^2 \cdot Z_2 = Z_2'}$$

Valores do primário referido ao secundário

$$\boxed{V_2 = \frac{V_1}{a} = V_1' \quad I_2 = a \cdot I_1 = I_1' \quad Z_2 = \frac{Z_1}{a^2} = Z_1'}$$



- A polaridade da tensão induzida no enrolamento secundário, determina o sentido da corrente. (Estudo elaborado por Lenz).

- O sentido da corrente induzida, criada pela variação do fluxo magnético, será tal que o fluxo magnético criado por essa corrente induzida, tende a opor à variação do fluxo magnético original.

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt}; \lambda_1 = N_1 \cdot \Phi_1 \quad \therefore \quad e_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt}$$

$$e_2 = \frac{d\lambda_2}{dt}; \lambda_2 = N_2 \cdot \Phi_2 \quad \therefore \quad e_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt}$$

$\lambda_1, \lambda_2$  são fluxos concatenados

### Transformador Ideal

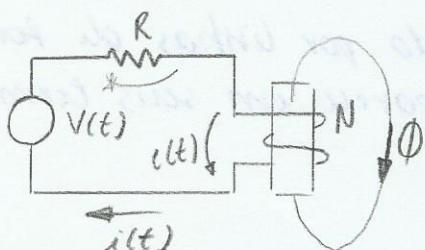
Algumas hipóteses:

- Núcleo ferromagnético com permeabilidade infinita. Com isso resulta na relutância igual a zero. Portanto, corrente de excitação é desprezível.

- Não há fluxo disperso

- Resistências dos enrolamentos são desprezíveis,  $\therefore$  potência dissipada = 0

- Perdas no ferro são nulas.



$$v(t) = R \cdot i(t) - e(t); \quad e(t) = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

x Como a resistência do enrolamento é desprezível, temos:

$$v(t) = e(t)$$

Portanto,

$$v_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt}; \quad v_2(t) = N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt}$$

Como não existe dispersão do fluxo magnético,

$$\Phi_1(t) = \Phi_2(t)$$



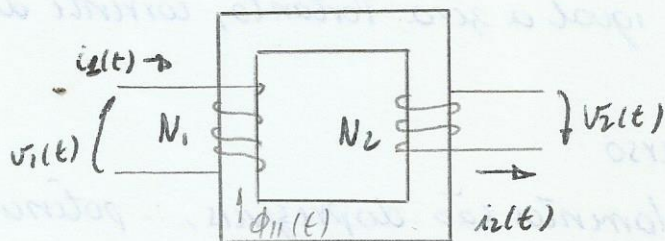
# Transformadores

O transformador é uma máquina elétrica estática, que funciona com corrente alternada, constituída por um percurso magnético fechado (geralmente, ferromagnético). E duas ou mais bobinas com seus fluxos gerado concatenado.

Aplicações:

- Variar a tensão e corrente, sem alterar a potência
- Dispositivo de proteção
- Transmissão e na distribuição elevando ou diminuindo os níveis de tensão.

Transformador monofásico - é composto por dois enrolamentos instalados no primário ( $N_1$ ) e no secundário ( $N_2$ )



- O funcionamento de um transformador é baseado pela Lei de Faraday. Onde diz, que um condutor atravessado por linhas de força de um campo magnético variável, aparece em seus terminais uma tensão induzida.

- No transformador acima, a força magnetizante  $f = N_1 i_1(t)$  cria um fluxo magnético  $\Phi_{11}(t)$ , que é concatenado com a bobina  $N_2$ , induzindo uma tensão  $v_2(t)$ .

$$v_2(t) = N_2 \cdot \frac{d\Phi_{11}}{dt}$$



## Perdas no ferro:

$$P_F = P_H + P_E + P_A$$

- As perdas no ferro são obtidas pelo ensaio em vazio do núcleo ferromagnético em excitação alternada.

### \* Perdas por histerese:

- É a energia dissipada em calor devido à magnetização cíclica do material ferromagnético.

$$P_H = n \cdot \text{Vol.} \cdot (B_{\text{máx}})^n \cdot f = k \cdot (B_{\text{máx}})^n \cdot f ; K = n \cdot \text{Vol.}$$

$n$ : coeficiente que depende do material e das unidades

Vol: volume do núcleo

$B_{\text{máx}}$ : densidade máxima do fluxo

$f$ : frequência da rede

$n$ : expoente de Steinmetz; ( $1,4 < n < 2,0$ )

### \* Perdas Foucault:

- É a energia dissipada por circulação de corrente elétrica na seção transversal do núcleo.

Obs.: A perda de energia pode ser reduzida se diminuir a tensão ou aumentar a resistência. Para isso, pode reduzir o núcleo ferromagnético maciço, um núcleo laminado de alta resistividade (se consegue pela adição de silício de ferro), e também as lamina são isoladas para diminuir a circulação de corrente.

$$P_E = k \cdot \text{Vol.} \cdot (f \cdot B_{\text{máx}} \cdot e)^2 \text{ [W]}$$

$P_E$ : perdas por correntes parasitas

$k$ : constante que depende das características da chapa

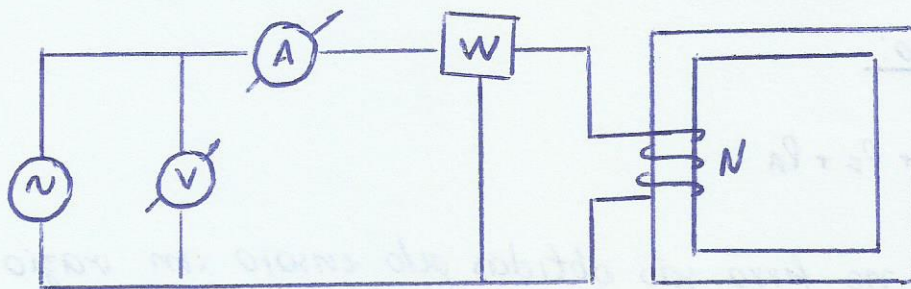
Vol: volume ativo do núcleo

$f$ : frequência da rede

$B_{\text{máx}}$ : densidade máxima de fluxo;  $e$ : espessura da chapa.



## Separação das perdas no ferro - histerese e Foucault.



Circuitos para obtenção das perdas no ferro.

- Utiliza o teste em vazio, e deve alimentar em baixa tensão

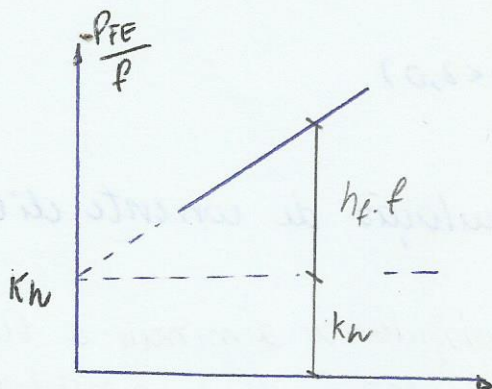
Como  $P_H = k \cdot (B_{\max})^n \cdot f$  e  $P_F = K \cdot \text{Vol} \cdot (B_{\max} \cdot f \cdot e)^2$ , admitindo  $B_{\max} = \text{const.}$

$$P_{FE} = P_H + P_F$$

$$P_{FE} = K (B_{\max})^n \cdot f + K \cdot \text{Vol} \cdot f \cdot f^2 ; \quad |$$

$$P_{FE} = K_h \cdot f + K_e \cdot f^2 ; \quad K_e = (\text{Dividindo por } f)$$

$$\frac{P_{FE}}{f} = K_e \cdot f + K_h \quad (\text{Equação da reta } y = ax + b)$$

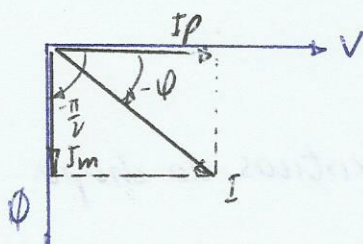


$$P_H = K_h \cdot f$$

$$P_F = K_e \cdot f \cdot f$$

- Análise da corrente de excitação

$$i(t) = i_p + i_m$$



$I_p$ : componente da perda no ferro

$I_m$ : componente de magnetização



# Lista 4

## Exercício 1:

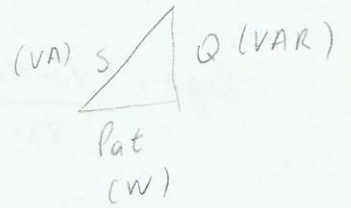
transformador:

25 kVA;  $V_1 = 2400V$  /  $V_2 = 240V$

$V_1 = aV_2 \therefore a = 10$   
(Abarmador)

Secundário  
Baixa tensão (Aberto)  $\left\{ \begin{array}{l} 1,6 A \\ 240V \\ 114 W \end{array} \right.$

Curto circuito  $\left\{ \begin{array}{l} 10,4 A \text{ Primário} \\ 55V \\ 360W \\ \text{(Alta tensão)} \end{array} \right.$



a) Perdas no núcleo

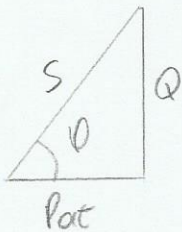
No teste em aberto, a potência dissipada no núcleo é igual a leitura do wattímetro, logo  $P_{FE} = 114 W$

b) Perda no cobre a plena carga

$I_{nominal} = \frac{25000}{2400} = 10,42 A$ ; como no teste em curto circuito a corrente é de 10,4 e a corrente nominal é de 10,42, o circuito foi alimentado a plena carga, com isso a perda no cobre equivale a leitura do wattímetro.

$P_{cu} = 360 W$

c) Rendimento para plena carga, sabendo  $\cos \phi = 0,8$  adiantado



$\eta = \frac{\text{Watts de saída} \cdot 100}{\text{Watts de entrada}}$

$S_2 = 25000$

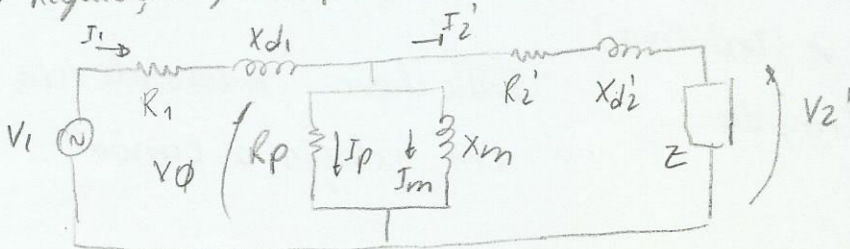
$P_{at2} = 25000 \cdot 0,8 = 20000 W$

$P_{at1} = P_{at2} + P_{FE} + P_{cu}$

$= 20000 + 114 + 360 = 20474$

$\eta = \frac{20000}{20474} \cdot 100 \therefore \eta = 97,7\%$

d) Regulação;  $\cos \phi = 0,8$  adiantado

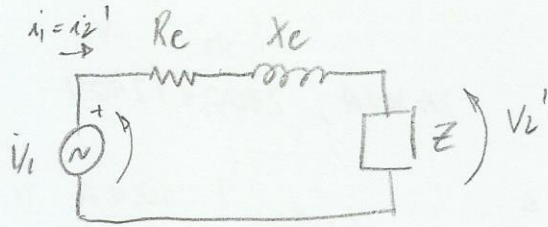


- Trabalhando em plena carga, podemos desconsiderar as perdas no núcleo.



logo  $V_2' = 2400V$

Circuito resultante:



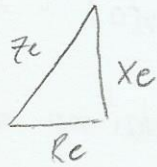
$$\text{Reg\%} = \frac{|V_1 - V_2|}{|V_2|} \cdot 100$$

$$R_e = \frac{P_{ot}}{I^2} = \frac{360}{10,4^2} = 3,33 \Omega$$

$$Z_e = \frac{55}{10,4} = 5,29 \Omega \quad Z_e^2 = R_e^2 + X_e^2$$

$$X_e = \sqrt{5,29^2 - 3,33^2} \therefore X_e = 4,11 \Omega$$

$$i_1 = i_2' = i_m = 10,4 A$$



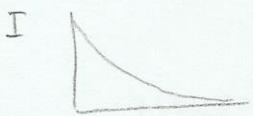
$R_e$ : Resist. eq  
 $X_e$ : Reat. eq  
 $Z_e$ : Imp. eq

x como  $\cos \varphi = 0,8 \quad \varphi = 37^\circ$  Adiantado  $\varphi = \angle T - \angle I$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 10,4 \angle 37^\circ \times 3,33 \angle 0^\circ + 10,4 \angle 37^\circ \times 4,11 \angle -90^\circ + 2400 \angle 0^\circ \\ &= 34,63 \angle 37^\circ + 42,74 \angle -53^\circ + 2400 \angle 0^\circ \\ &= (27,66 + j20,84) + (25,72 - j34,13) + 2400 \\ &= 2453,38 - 13,29j = 2453,42 \angle -0,31^\circ (V) \end{aligned}$$

$$\text{Reg} = \frac{2400 - 2453,42}{2400} \cdot 100 = \boxed{2,23\%}$$

Capacitor

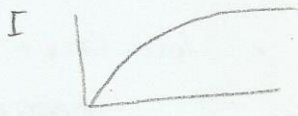


$$\varphi = \angle V - \angle I$$

$\varphi < 0$  (Capacitivo)

Adiantado

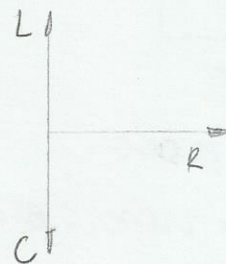
Indutor



$$\varphi = \angle V - \angle I$$

$\varphi > 0$  (Indutivo)

atrasada



x Em serie corresponde a isso  
 x Em paralelo e o oposto

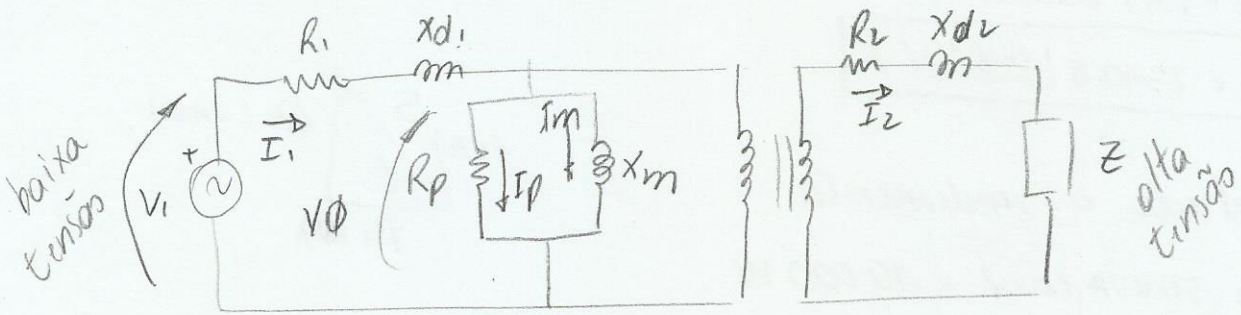
Fraxe chove: "A corrente esta \_\_\_\_\_ em relação a tensão"

Exercício 2:

Transformador:  $50 \text{ kVA}$ ,  $2300 \text{ V} / 230 \text{ V}$ ,  $60 \text{ Hz}$   $V_2' = 0 \text{ V}$

Circuito aberto	Curto-Circuito	$R_1 = 0,65 \Omega$
$V = 230 \text{ V}$ (Nominal)	$V = 41,5 \text{ V}$	$R_2 = 0,0065 \Omega$
$I = 5,7 \text{ A}$	$I = 21,7 \text{ A}$ (Nominal)	
$P = 190 \text{ W}$	$P = \text{n\~{a}o usado}$	
(Baixa tens\~{a}o)	(Alta tens\~{a}o)	

a) Tens\~{a}o no prim\~{a}rio? para tens\~{a}o nominal no secund\~{a}rio, e  $\text{Pot}_2 = 50 \text{ kVA}$  e  $\cos \phi = 0,8$  atrasado



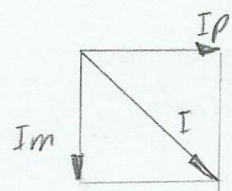
Circuito aberto ou circuito em vazio: determina os dados do n\~{u}cleo.

$W = P_{FE}$ ; se esta em baixa tens\~{a}o

As resist\~{e}ncia do cobre e a reat\~{a}ncia de dispers\~{a}o e desprez\~{i}vel. Logo,  $V_1 = V\phi$ .

$V\phi = R_p \cdot I_p = I_m \cdot X_m$

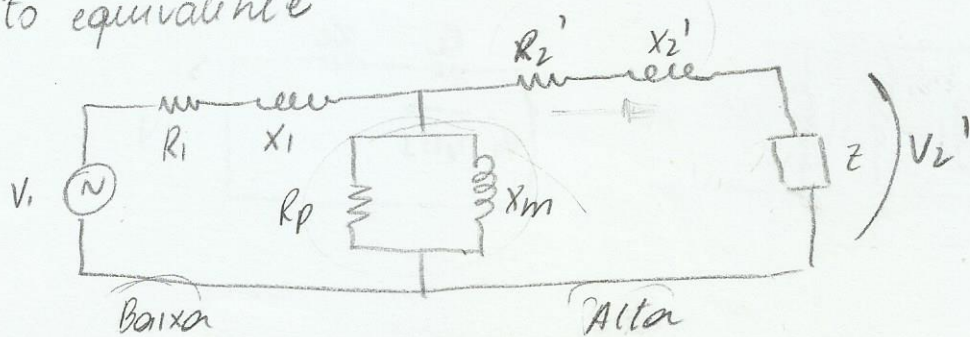
$P = V\phi \cdot I_p \therefore I_p = \frac{190}{230} = 0,826 \text{ A}$ , logo  $R_p = \frac{230}{0,826} = 278,42 \Omega$



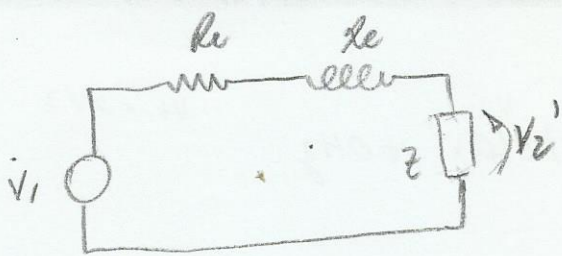
$I^2 = I_m^2 + I_p^2$

$5,7^2 = I_m^2 + 0,826^2 \therefore I_m = 5,64 \text{ A}$ , logo  $X_m = \frac{230}{5,64} = 40,76 \Omega$

Circuito equivalente







$$\cos \varphi = 0,8 \quad \therefore \quad P = 3700 \text{ W} \\ \text{(Atrasado)}$$

Curto-circuito: Como a corrente é a nominal,

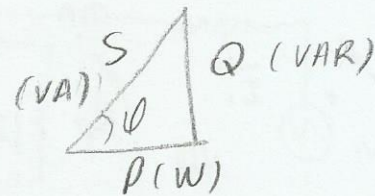
$$Z = \frac{41,5}{21,7} = 1,91 \Omega$$

$$R_e = R_1 + R_2' \\ = 0,65 + 10 \cdot 0,0065 = 1,3 \Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X^2 \\ 1,91^2 = 1,3^2 + X^2 \quad \therefore \quad X = 1,4 \Omega$$

$$V_1 = 21,7 \angle -37^\circ \times 1,3 + 21,7 \angle 37^\circ \times 1,4 \angle 90^\circ + 2300 \angle 0^\circ$$

$$V_1 = 2340,8 \angle 0,18^\circ \text{ (V)}$$



b) Calcule o rendimento

$$P_2 = 50 \text{ KVA} \cdot \cos \varphi = 40000 \text{ W}$$

$$P_1 = P_{FE} + P_{cu} + P_2 \\ = 190 + 40000 + 1,3 \cdot 21,7^2 = 40802,15 \text{ W}$$

$$P = VI = \frac{V^2}{R}$$

$$\eta = \frac{40000}{40802,15} \cdot 100 \quad \therefore \quad \eta = 98,03\%$$

Exercício 3:

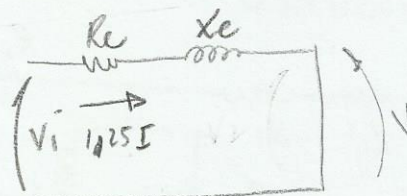
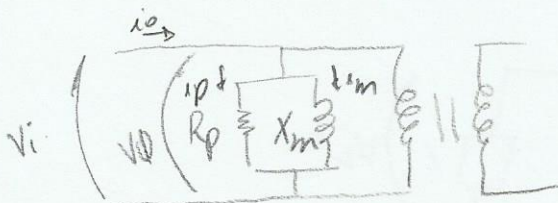
transformador: 100 KVA  $P_{FE} = 1250 \text{ W}$ , na tensão nominal

$$\text{Curto} \left\{ \begin{array}{l} 125\% \text{ da } I_{\text{nominal}} = 1,25 I \\ P_1 = 2875 \text{ W} \end{array} \right.$$

x Determine o rendimento;  $(\cos \varphi = 0,9 \text{ atrasado}) \left\{ \eta = \frac{P_{\text{saída}} \cdot 100}{P_{\text{entrada}}}$

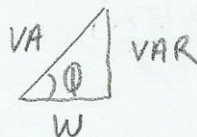
teste em vazio

teste em curto



$$S_2 = 100 \text{ KVA} = 100\,000 \text{ VA}$$

$$P_2 = 100\,000 \cdot 0,9 = 90\,000 \text{ W}$$



$$P_1 = P_{cu} + P_{FE} + P_2 ; P_{FE} = 1250 \text{ W} \text{ e } P_2 = 90\,000 \text{ W}$$

$$P_{cu} = R_e \cdot i_n^2$$

$$P_{cu} = R_e \cdot i_n^2 \rightarrow 2875 = R_e (1,25 i_n)^2$$

$$\therefore R_e = \frac{2875}{(1,25 i_n)^2}$$

$$P_{cu} = \frac{2875 i_n^2}{(1,25 i_n)^2} \therefore P_{cu} = 1840 \text{ W}$$

$$P = V \cdot I$$

$$P = R \cdot I^2$$

logo  $P_1 = 1840 + 1250 + 90\,000 \therefore P_1 = 93\,090 \text{ W}$

$$\eta = \frac{90\,000}{93\,090} \cdot 100 \therefore \eta = 96,7\%$$

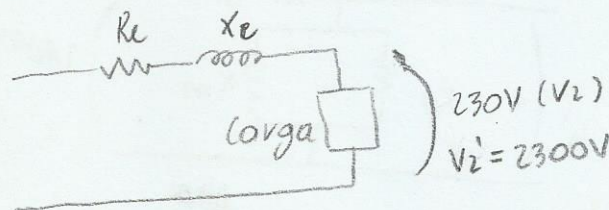
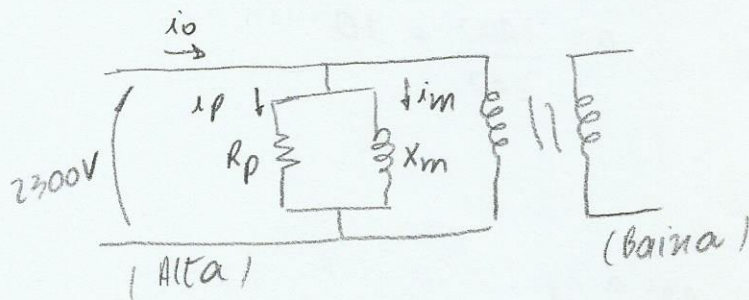
Exercício 4:

transformador:  $S_2$   $V_2'$   $V_2$   
 $50 \text{ KVA}$ ,  $2300 \text{ V} / 230 \text{ V}$ ;  $60 \text{ Hz}$

Vazio  $\left\{ \begin{array}{l} P = 360 \text{ W (} W_0 = P_{FE} \text{)} \\ \cos \phi = 0,4 \\ 2300 \text{ V} \end{array} \right.$   
 (Alta)

$230 \text{ V (Nominal)}$   
 (baixa)

x Qual a corrente no enrolamento de baixa tensão?



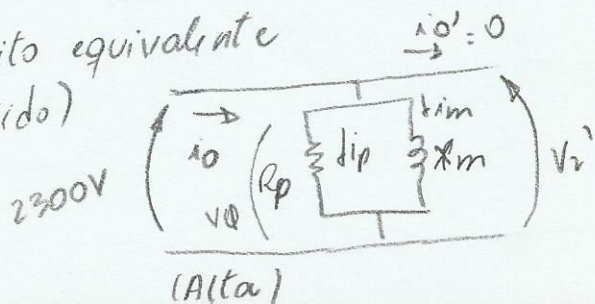
Obs.: Vazio: Tensão nominal  
 Curto: Corrente nominal

$$V_2' = a V_2$$

$$\therefore a = \frac{2300}{230} = 10$$

Circuito equivalente

(invertido)

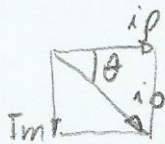


$$P = V \cdot I \text{ (nas perdas no ferro)}$$

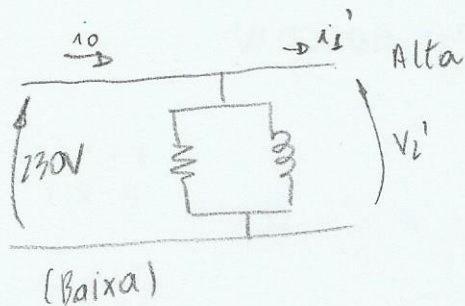
$$P = V_0 \cdot i_p$$

$$i_p = \frac{360}{2300} = 0,157 \text{ A}$$





$$i_0 = \frac{i_p}{\cos \phi} = \frac{0,157}{0,4} \quad \therefore i_0 = 0,39 \text{ A}$$



A corrente do primário para o secundário, temos:

$$\frac{I_2}{I_1} = a \quad \therefore I_2 = a I_1$$

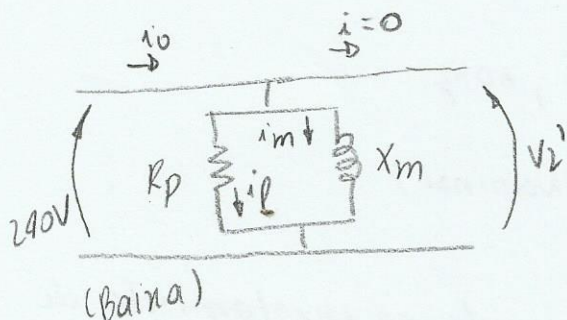
$$i_0 = 10 \cdot 0,39 = 0,39 \text{ A}$$

Exercício 5-

Transformador: 25 kVA, 2400 V / 240 V

Vazio  $\left\{ \begin{array}{l} P = 254 \text{ W} \\ \cos \phi = 0,15 \\ V = 240 \text{ V (Nominal)} \end{array} \right.$   
(Baixa tensão)

x Determine a corrente fornecida pela linha quando 2400 V são aplicados no lado de alta, com o lado de baixa em aberto.

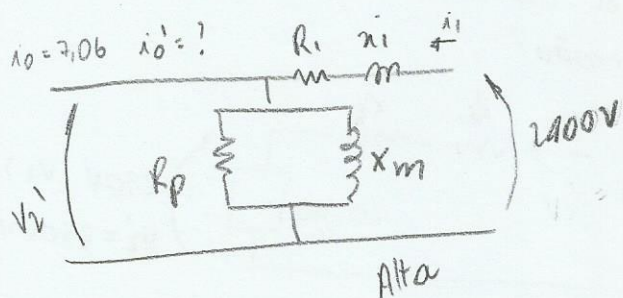


$$i_p = i_0 \cos \phi \quad \therefore i_0 = \frac{i_p}{\cos \phi}$$

$$P = 254 \text{ W} = P_{FE}$$

$$P_{FE} = V \cdot i_p$$

$$254 = 240 \cdot i_0 \cdot 0,15 \quad \therefore i_0 = 7,06 \text{ A}$$



$$V_2' = a V_2$$

$$\therefore a = \frac{2400}{240} = 10$$

$$\frac{I_2}{I_1} = a$$

$$\frac{i_0}{i_1} = a \quad ; \quad i_0 = a i_1$$

$$\therefore i_1 = \frac{7,06}{10} = \underline{\underline{0,706 \text{ A}}}$$

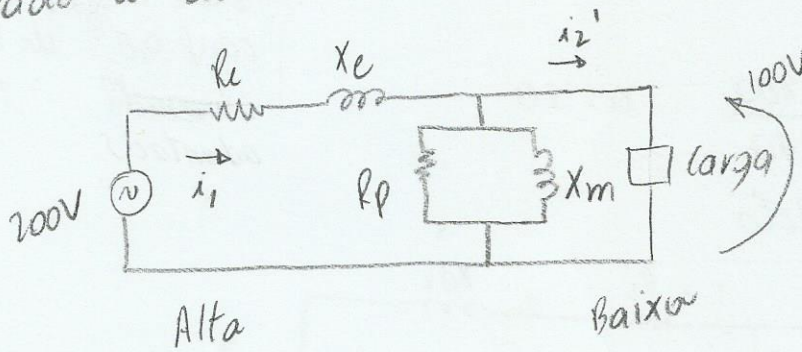
Exercício 06)

Transformador  $200V/100V, 60Hz$

$\times Z_{eq} = 0,3 + j0,8 \Omega$  no enrolamento de 200V

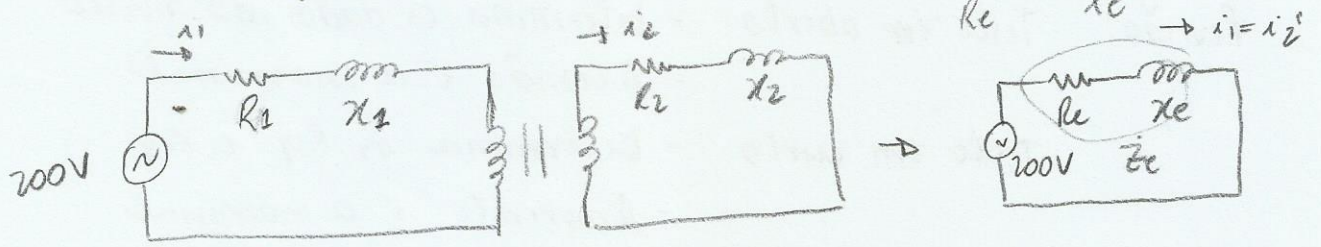
$\times Z_{eq}' = 0,1 + j0,25 \Omega$  no enrolamento de 100V

Quais as correntes nos lados de alta e de baixa se um curto-circuito ocorrer no lado de 100V com 200V aplicados no lado de alta.



$V_1' = a V_2$   
 $a = \frac{200}{100} = 2$   
 $Z_1 = a^2 Z_2 = Z_2'$

$Z_{eq} = Z_{eq1} + a^2 Z_{eq2}$   
 $= (0,3 + j0,8) + 2^2 (0,1 + j0,25)$   
 $= (0,3 + j0,8) + (0,4 + j1,0) \therefore Z_{eq} = 0,7 + j1,8 (\Omega)$



$i_1 = \frac{200 \angle 0}{1,93 \angle 68,75} \therefore i_1 = 103,63 \angle -68,8$

$\frac{i_2}{i_1} = a \therefore i_2 = a \cdot i_1$   
 $i_2 = 2 i_1$   
 $\therefore i_2 = 207,25 \angle -68,8$



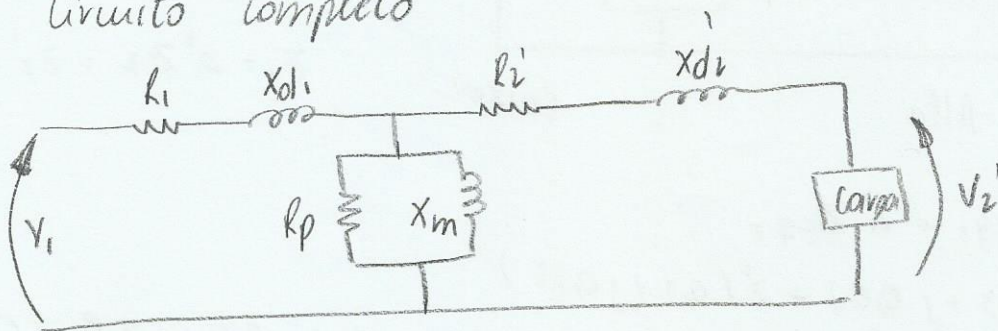
Exercício 07)

transformador:  $S_2 = 30 \text{ kVA}$ ;  $V_1 = 2400 \text{ V}$ ;  $V_2 = 240 \text{ V}$ ;  $f = 60 \text{ Hz}$

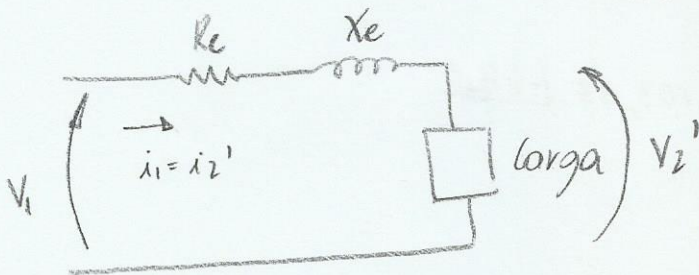
Curto  $\left\{ \begin{array}{l} V = 70 \text{ V} \\ I = 18,8 \text{ A} \\ P = 1050 \text{ W} \end{array} \right.$  Aberto  $\left\{ \begin{array}{l} V = 240 \text{ V (Nominal)} \\ I = 3,0 \text{ A} \\ P = 230 \text{ W} \end{array} \right.$

a) Calcule a tensão no primário. Quando  $\left\{ \begin{array}{l} 125 \text{ A} \\ 240 \text{ V} \\ \cos \phi = 0,8 \\ \text{atrasado} \end{array} \right.$  No lado de Baixa Tensão adiantado

Circuito Completo



Revisão: Teste em aberto: - Determina os dados do núcleo  
 - A tensão é a nominal  
 teste em curto - Determina as Req. e Xeq  
 - A corrente é a nominal



$$V_1 = R_e \cdot i_1 + X_e \cdot i_1 + V_2'$$

$$i_1 = i_2' = \frac{i_2}{a} = \frac{125}{10} = 12,5 \text{ A}$$

Teste em curto

$$P = V \cdot I \quad P = R \cdot I^2 \quad R_{eq} = \frac{1050}{18,8^2} \quad \therefore R_{eq} = 2,97 \Omega$$

$$Z_{eq} = \frac{70}{18,8} = 3,72 \quad Z_{eq}^2 = R_{eq}^2 + X_{eq}^2 \quad \rightarrow 3,72^2 = 2,97^2 + X_{eq}^2$$

$$\therefore X_{eq} = 2,24 \Omega$$

$$V_1 = 2,97 \underline{10} \times 12,5 \underline{-37} + 2,24 \underline{90} \times 12,5 \underline{-37} + 2400 \underline{10}$$

$$= 37,13 \underline{-37} + 28 \underline{53} + 2400 \underline{10}$$

$$= 29,65 - j22,35 + 16,85 + j22,36 + 2400 + j0$$

$$= 2446,5 + j0,01$$

$$\therefore \dot{V}_1 = 2246,5 \underline{10}$$

$$\varphi = \Delta T - \Delta I$$

$$\varphi < 0 \quad \text{Adiantado}$$

$$\varphi > 0 \quad \text{Atrasada}$$

b) Calcule o rendimento

$$\eta = \frac{P_{\text{saída}}}{P_{\text{entrada}}} \times 100$$

$$S_2 = 30000 \text{ VA}$$

$$P_2 = 30000 \cdot \frac{\cos \varphi}{0,8} \quad \therefore \quad P_2 = 24000 \text{ W}$$

$$P_1 = P_{FE} + P_{cu} + P_2$$

$$P_{cu} = 2,87 \times 12,5^2 = 448,44 \text{ W}$$

$$P_{FE} = 230 \text{ W}$$

$$\text{logo } \therefore \quad P_1 = 230 + 448,44 + 24000$$

$$\therefore P_1 = 24678,4375$$

$$\eta = \frac{24000}{24678} \cdot 100 \quad \therefore \quad \eta = \underline{97,25\%}$$

Exercício 8

$$\text{Razão de espiras} = 5 = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{logo } a = 5$$

$$R_1 = 0,15 \Omega$$

$$R_2 = 0,021 \Omega$$

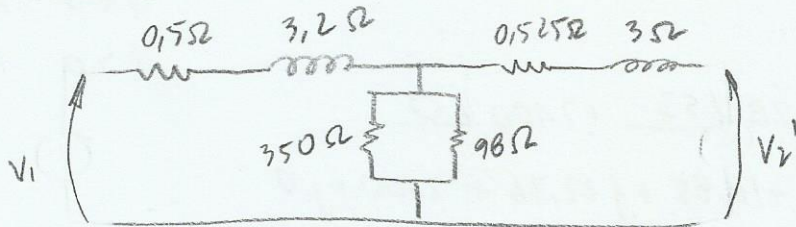
$$X_1 = 3,2 \Omega$$

$$X_2 = 0,12 \Omega$$

$$\left. \begin{array}{l} R_p = 350 \Omega \\ X_m = 98 \Omega \end{array} \right\} \text{ São referidos ao primário}$$



a) Primário

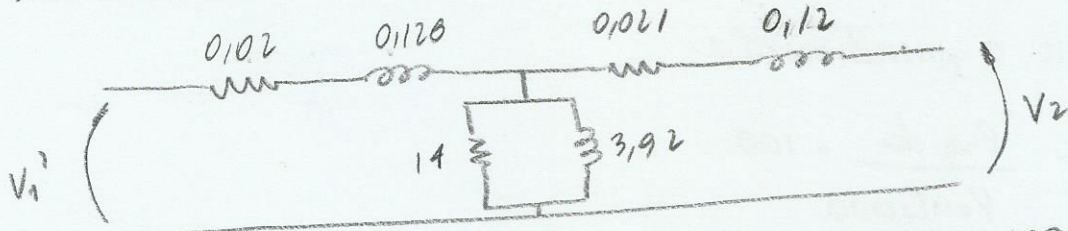


$V_1 = aV_2 = V_2'$  (Valor do secundário referido ao primário)

Lembrete

$$R_p = 350\Omega \quad X_m = 98 \quad R_{eq} = 1,025\Omega \quad X_{eq} = 6,2\Omega$$

b) Secundário



$$R_p = 14\Omega \quad X_m = 3,92\Omega \quad R_{eq} = 0,041\Omega \quad X_{eq} = 0,248\Omega$$

Exercício 9)

transformador.  $S_2$   $V_1$   $V_2$   $P$   
 25 KVA ; 440 / 220V ; 60 Hz

$$V_1' = aV_2$$

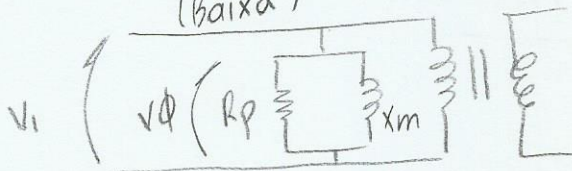
$$a = \frac{440}{220}$$

$$\therefore a = 2$$

Vazio (Baixa)  $\left\{ \begin{array}{l} 220V \text{ (Nominal)} \\ 9,6A \\ 710W \end{array} \right.$  Curto (Alta)  $\left\{ \begin{array}{l} 42V \\ 57A \text{ (Nominal)} \\ 1030W \end{array} \right.$

x Determine os parâmetros do circuito elétrico equivalente referido pelo lado de alta.

Teste em vazio:  
(Baixa)



$$W_0 = P_{FE} = 710$$

$$P_{FE} = V_0 \cdot I_0 \cdot \cos \phi ; I_0 = \frac{V_0}{R_p}$$

$$P_{FE} = \frac{V_0^2}{R_p}$$

$$710 = \frac{220^2}{R_p'} \quad \therefore R_p' = 68,17\Omega$$

$$\therefore R_p = 2^2 \cdot 68,17 \quad \therefore R_p = 272,68\Omega$$

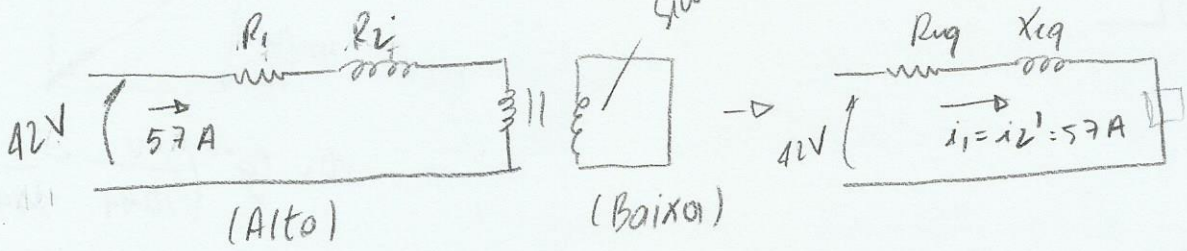
$$I_0 = \frac{220}{68,17} = 3,23$$

$$I^2 = I_p^2 + I_m^2$$

$$9,6^2 = 3,23^2 + I_m^2 \quad \therefore I_m = 9,04$$

$$X_m = \frac{220}{9,04} \cdot 4 = 97,33\Omega$$

teste em curto



$P = V \cdot I$

$P_{cu} = R_{eq} \cdot i_1^2 \rightarrow 1030 = R_{eq} \times 57^2 \therefore R_{eq} = 0,317 \Omega$

$Z_{eq}^2 = R_{eq}^2 + X_{eq}^2 \rightarrow \left(\frac{42}{57}\right)^2 = 0,317^2 + X_{eq}^2 \therefore X_{eq} = 0,1665 \Omega$

Exercício 10)

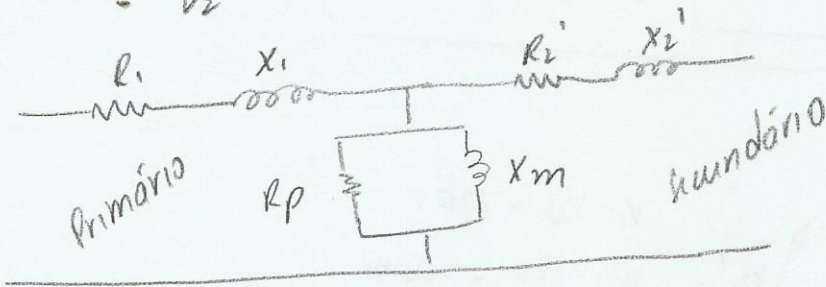
transformador 110 KVA ; 2200/110V

$R_1 = 0,22 \Omega \quad R_2 = 0,5 m\Omega = 0,0005 \Omega \quad X_1 = 2,0 \Omega \quad X_2 = 5 m\Omega = 0,0005 \Omega$

$R_p = 5494,5 \Omega \quad X_m = 1099 \Omega$

a) Regulação da tensão

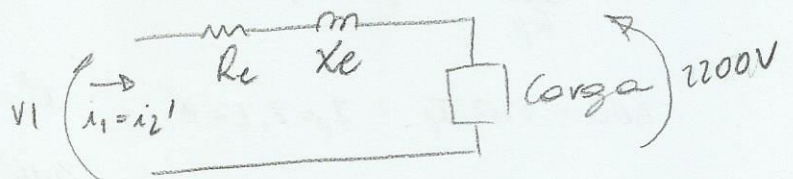
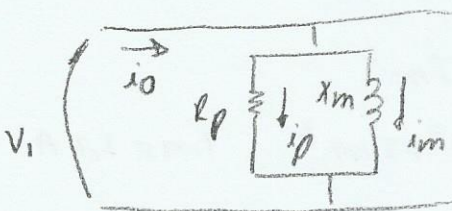
$Reg\% = \frac{V_1 - V_2}{V_2} \cdot 100$  ;  $V_1$ : Vazio  $V_2$ : carga



$a = \frac{2200}{110} = 20$

teste vazio

teste em carga



$S_2 = 110\,000 \text{ VA}$

$P_2 = 110\,000 \cdot 1 = 110\,000 \text{ W}$

$R_e = 0,22 + 20^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 0,42 \Omega$

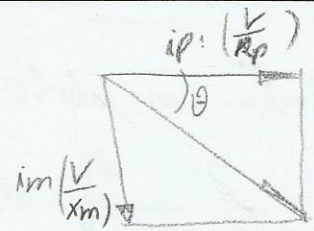
$X_e = 2 + 20^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 2,2 \Omega$



$$V_1 = V_R + V_X + V_Z$$

$$= 50 \text{ L}$$

$$I = \frac{110000}{2200} = 50$$



$$\theta = \text{tg}^{-1} \left( \frac{V}{1099} = \frac{V}{5494,5} \right)$$

$$\therefore \theta = 78,69^\circ$$

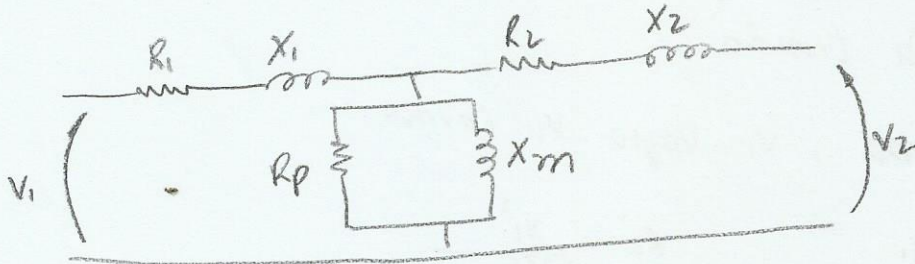
Exercício 11)

transformador:  $S_2$   $V_1'$   $V_2$   
 10KVA, 220/110V, 60Hz

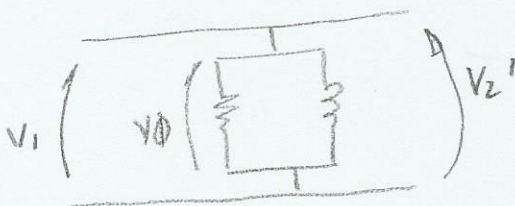
Aberto (Alta)  $\left\{ \begin{array}{l} 500W \\ 220V \\ 3,16A \end{array} \right.$

curto: (Alta)  $\left\{ \begin{array}{l} 400W \\ 65V \\ 10A \end{array} \right.$

$$a = \frac{220}{110} = 2$$



teste vazio



$$V_1 = V_0 = 220V$$

$$W_0 = P_{FE} = 500W$$

$$P_{FE} = V_0 \cdot I_p ; I_p = \frac{V_0}{R_p}$$

$$P_{FE} = \frac{V_0^2}{R_p}$$

$$500 = \frac{220^2}{R_p} \therefore R_p = 96,8 \Omega$$

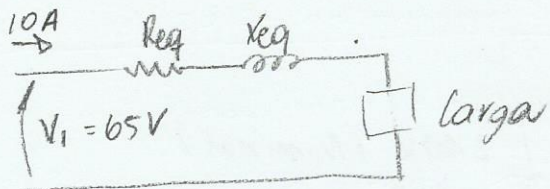
$$500 = 220 \cdot I_p \therefore I_p = 2,27A$$

$$I^2 = I_p^2 + I_m^2$$

$$3,16^2 = 2,27^2 + I_m^2 \therefore I_m = 2,2A$$

$$X_m = \frac{220}{2,2} = 100 \Omega$$

Teste em curto



$$P = V \cdot I \quad ; \quad V = R \cdot I$$

$$P = R I^2$$

$$400 = R_{eq} \cdot 10^2 \quad \therefore R_{eq} = 4 \Omega$$

$$Z_{eq} = \frac{65}{10} = 6,5$$

$$Z_{eq}^2 = R_{eq}^2 + X_{eq}^2$$

$$6,5^2 = 4^2 + X_{eq}^2 \quad \therefore X_{eq} = 5,12 \Omega$$

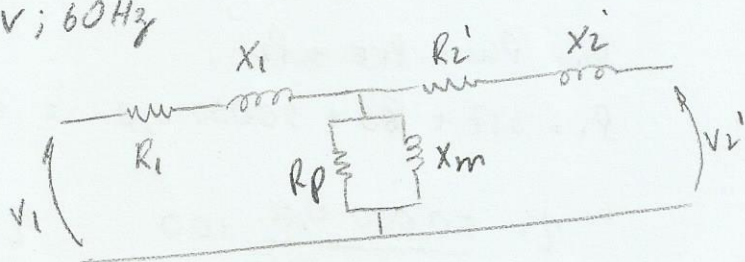
Respostas:  $R_p = 96,8 \Omega$   $X_m = 100 \Omega$   $R_1 = 4 \Omega$   $X_1 = 5,12 \Omega$   
 $R_2 = 24,2 \Omega$   $X_2 = 25 \Omega$   $R_1' = 1 \Omega$   $X_1' = 1,28 \Omega$

Exercício 12)

transformador: 50 kVA; 2300/230 V; 60 Hz

Vazio (Alta)  $\left\{ \begin{array}{l} 200W \\ 0,3A \\ 2300V \end{array} \right.$

$$R_1 = 3,5 \Omega$$

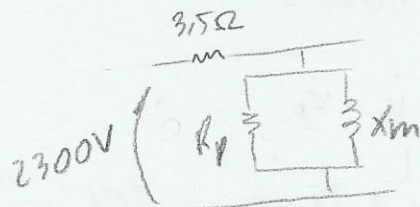


a) fator de potência

$$V_R = 0,3 \cdot 3,5 = 1,05 V$$

$$V_\phi = 2300 - 1,05 = 2298,95 V$$

$$200 = 0,3 \cdot 1,05 + \frac{2298,95^2}{R} \quad \therefore R_p =$$



$$P = V I$$

$$P = R I^2$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$



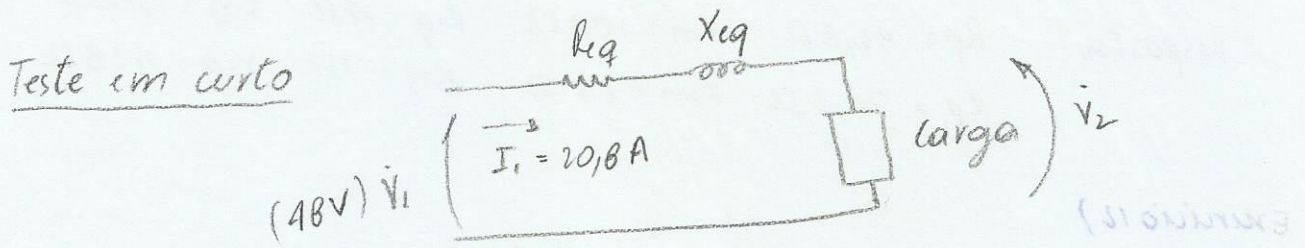
Exercício 13)

transformador  $S_2$   $V_1'$   $V_2$   
 50KVA ; 2400 / 240V ; 60Hz

Curto-Circuito (Alta tensão) Primário  $\left\{ \begin{array}{l} 48V \\ 20,8A \text{ (Nominal)} \\ 617W \end{array} \right.$  Vazio (Baixa) Secundário  $\left\{ \begin{array}{l} 240V \text{ (Nominal)} \\ 5,11A \\ 186W \end{array} \right.$

x Determina o rendimento e a regulação de tensão na carga nominal, com fator de potência de 0,8 indutivo.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \quad \text{Reg\%} = \left| \frac{V_1 - V_2}{V_2} \right| \cdot 100$$



$$P_1 = P_{cu} + P_{FE} + P_2$$

$$P_1 = 617 + 186 + 50000 \cdot 0,8 = 40803$$

$$\eta = \frac{50000 \cdot 0,8}{40803} \cdot 100 \quad \eta = 98,03\%$$

$$V = V I$$

$$P = R \cdot I^2$$

$$R = \frac{P}{I^2}$$

$$V_1 = V_R + V_x + V_2$$

$$V_R = \frac{617}{20,8} = 29,66 \quad Z_{eq} = \frac{48}{20,8} = 2,308 \text{ , logo } R_{eq} = 1,426$$

$$Z_{eq}^2 = R_{eq}^2 + X_c^2 \quad \therefore 2,308^2 = \left( \frac{617}{20,8} \right)^2 + X_c^2 \quad \therefore X_c = 1,81$$

$$V_1 = 1,426 \angle 0^\circ \times 20,8 \angle 37^\circ + 1,81 \angle 90^\circ \times 20,8 \angle 37^\circ + 2400 \angle 0^\circ$$

$$V_1 = 29,66 \angle 37^\circ + 37,65 \angle 127^\circ + 2400 \angle 0^\circ$$

$$= (23,69 + j17,85) + (-22,66 + j30,07) + (2400 + j0)$$

$$= 2401,03 + j47,92$$

$$V_1 = 2401,51 \angle 1,14^\circ$$

$$\text{Reg\%} = \left| \frac{2401,5 - 2400}{2400} \right| \cdot 100 \quad \text{Reg\%} = 0,663$$

$$a = \frac{2400}{240} = 10$$

$$\cos^{-1} 0,8 = 37$$

$$\varphi = \angle T - \angle I$$

$\varphi < 0$  Capacitiva Adiantada

$\varphi > 0$  Indutiva Atrosada



# Lista de Exercícios sobre transformadores

## Exercícios 1 (Del Toro):

transformador:  $S_2$   $V_2'$   $V_2$   
 25 KVA; 2400V / 240V

teste Aberto	} 1,6 A 240V (Nominal) 114W	teste em	} 10,4 A (Nominal) 55V 360W (primário)
(Boixa aberta)		curto	
(Secundário)		(Alta)	

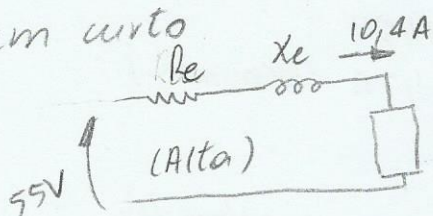
### a) Perdas do núcleo

- Para determinar as perdas no núcleo devemos utilizar o teste em vazio. Onde a tensão medida é igual a tensão do fluxo e a potência lida pelo wattímetro é a potência dissipada pelas perdas do ferro.

$$W_0 = P_{FE} = \boxed{114 \text{ W}}$$

### b) Perdas no cobre a plena carga

- As perdas no cobre é a potência dissipada na resistência do cobre. Para determinar as perdas no cobre deve-se utilizar o teste em curto.



A perda no cobre é  $\boxed{360 \text{ W}}$ , que é a medida lida pelo wattímetro.

### c) Rendimento para plena carga, com fator de potência 0,8 atrasado

$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} \cdot 100\%$ ; A potência de saída em plena carga, corresponde a leitura do wattímetro  $\therefore P_s = 25000 \cdot 0,8$   
 $P_s = 20000 \text{ W}$

$$P_i = P_{cu} + P_{FE} + P_2$$

$$P_i = 360 + 114 + 20000$$

$$P_i = 20474$$

$$\eta = \frac{20000}{20474} \cdot 100 \quad \boxed{\eta = 97,71\%}$$

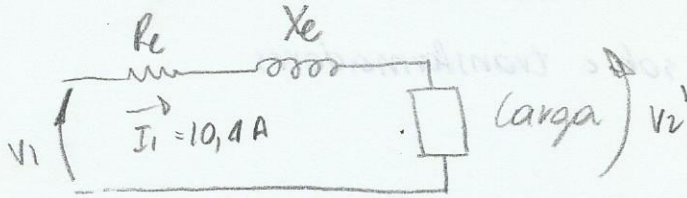
### d) Regulação da tensão

$$Reg\% = \left| \frac{V_1 - V_2}{V_2} \right| \cdot 100$$

$$V_1' = aV_2$$

$$a = \frac{2400}{240} \quad a = 10$$





$$P_{cu} = V_e \cdot I_1$$

$$V_e = \frac{360}{10,4} = 34,615 \text{ V}$$

$$R_e = \frac{34,615}{10,4} = 3,328 \Omega \quad Z_{eq} = \frac{55}{10,4} = 5,888 \Omega$$

$$Z_{eq}^2 = R_e^2 + X_e^2 \rightarrow 5,888^2 = 3,328^2 + X_e^2 \therefore X_e = 4,11 \Omega$$

$$\cos \theta = 0,8 \therefore \theta = 37^\circ ; \text{Atrasado } \theta = 47-41, \varphi < 0$$

$$V_1 = 3,328 \angle 0^\circ \times 10,4 \angle -37^\circ + 4,11 \angle 90^\circ \times 10,4 \angle -37^\circ + 2400 \angle 0^\circ$$

$$V_1 = 34,61 \angle -37^\circ + 42,744 \angle 53^\circ + 2400 \angle 0^\circ$$

$$V_1 = (27,64 - j20,829) + (25,724 + j34,137) + (2400 + j0)$$

$$V_1 = 2453,364 + j13,308 = 2453,4 \angle 0,31^\circ$$

$$\text{Reg \%} = \left| \frac{2453,4 - 2400}{2400} \right| \times 100 \therefore \boxed{\text{Reg \%} = 2,23\%}$$

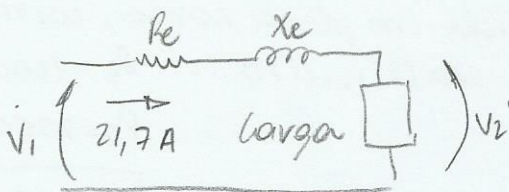
## Exercício 2 (Del Toro)

transformador: 50 KVA, 2300 V / 230V, 60 Hz

$$R_1 = 0,65 \Omega \quad R_2 = 0,0065 \Omega$$

ensaio circuito aberto (secundário)  $\left\{ \begin{array}{l} 230 \text{ V (Nominal)} \\ 5,7 \text{ A} \\ 190 \text{ W} \end{array} \right.$  ENSAIO curto-circuito (Primário)  $\left\{ \begin{array}{l} 41,5 \text{ V} \\ 21,7 \text{ A (Nominal)} \end{array} \right.$

a) Calcule a tensão no primário. Nas condições:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{- elevador} \\ \text{- entregar 50 KVA} \\ \text{0,8 atrasado} \end{array} \right.$



$$a = \frac{2300}{230} = 10$$

$$R_e = 0,65 + 10^2 \cdot 0,0065 \therefore R_e = 1,3 \Omega$$

$$Z_e = \frac{41,5}{21,7} = 1,9 \quad Z_e^2 = R_e^2 + X_e^2 \rightarrow 1,9^2 = 1,3^2 + X_e^2 \therefore X_e = 1,403 \Omega$$

$\cos \varphi = 0,8 \therefore \varphi = 37^\circ$ ; como é atrasado, a fase da corrente é  $-37^\circ$

$$V_1 = V_e + V_x + V_2'$$

$$V_1 = 21,7 \angle -37^\circ \times 1,3 \angle 0^\circ + 21,7 \angle -37^\circ \times 1,4 \angle 90^\circ + 2300 \angle 0^\circ$$

$$V_1 = 28,21 \angle -37^\circ + 30,38 \angle 53^\circ + 2300 \angle 0^\circ$$

$$= (22,53 - j16,977) + (18,26 + j24,26) + (2300 + j0)$$

$$= 2340,81 + j7,283 \quad \therefore V_1 = 2340,82 \angle 0,18^\circ$$

### Exercício 3 (Do Toró)

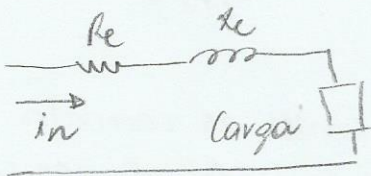
transformador de 100 KVA  $P_{FE} = 1250W$  (na tensão nominal)

Curto-circuito  $\left\{ \begin{array}{l} 1,25 I_n \\ 2875 W \end{array} \right.$

a) Calcule o rendimento do trafo, Sabendo:  $\ell_p = 0,9$  atrosado

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100$$

Para obter potência nominal, deve-se utilizar a corrente nominal



$$P_{cu} = V_{cu} \cdot I'$$

$$P_{cu} = R_e \cdot I'^2 =$$

$$R_e = \frac{2875}{(1,25 I_n)^2} = \frac{1840}{I_n^2} \quad ; \quad P_{cu} = \frac{1840 \cdot I_n^2}{I_n^2}$$

$$P_1 = P_{cu} + P_{FE} + P_2$$

$$= 1840 + 1250 + 100000 \cdot 0,9 \quad \therefore P_1 = 93090W$$

$$\eta = \frac{100000 \cdot 0,9}{93090} \cdot 100 \quad \therefore \boxed{\eta = 96,7\%}$$

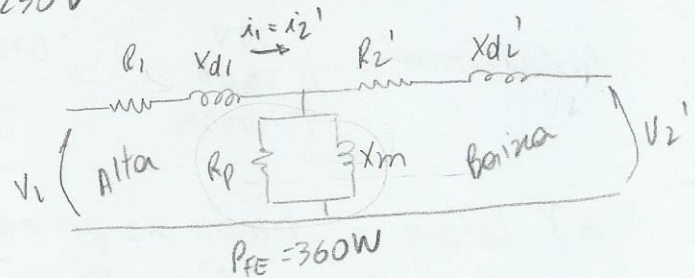
### Exercício 4 (Do Toró)

transformador: 50 KVA, 2300V/230V; 60Hz

x Determine a corrente no enrolamento de baixa.

Vazio (Alta)  $\left\{ \begin{array}{l} 360W \\ \ell_p = 0,4 \\ 2300V \end{array} \right.$   
(Primário)

Vazio (Baixa)  $\left\{ \begin{array}{l} 230V \\ \text{(Secundário)} \end{array} \right.$



$$I_p = \frac{360}{2300} = 0,157 \quad I_p = 0,9 I_0$$

$$\log_0 I_0 = 0,39A$$

$$I_1 = I_2' = \frac{I_2}{a} \quad ; \quad a = \frac{2300}{230} = 10 \quad \therefore I_2 = 0,39 \cdot 10 \quad \therefore \boxed{I_2 = 3,9A}$$

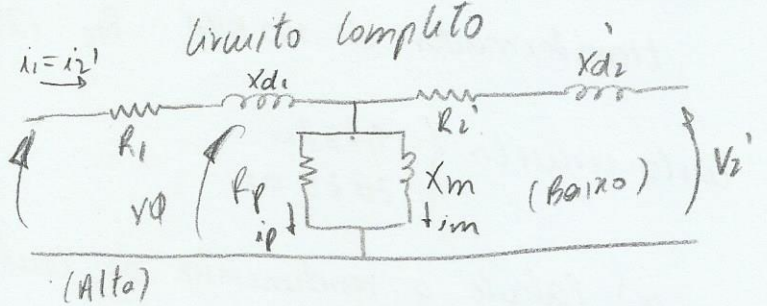
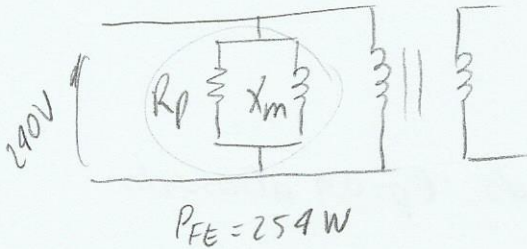


### Exercício 5 (Del Toro)

transformador: 25 KVA, 2400V/240V

Vazio (barras)  $\left\{ \begin{array}{l} 254W \\ 240V \\ \text{fp} = 0,15 \end{array} \right.$

x Calcule a corrente que é fornecida pela linha, quando 2400V são aplicados no lado de alta, com o lado de baixa aberto.



$$i_p = \frac{254}{240} = 1,058$$

$$i_p = 0,15 i_0$$

$$i_0 = \frac{1,058}{0,15} = 7,06$$

$$i_0 = i_2' = \frac{10}{\left(\frac{2400}{240}\right)} = \frac{7,06}{10} = 0,706A$$

### Exercício 6 (Del Toro)

transformador: 200V/100V, 60Hz

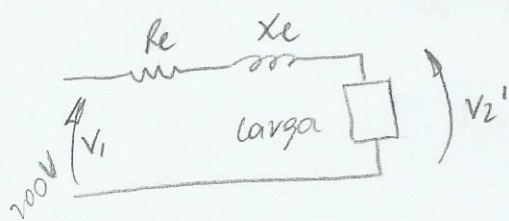
Enrolamento de 200V:  $0,3 + j0,8 \Omega$

Enrolamento de 100V:  $0,1 + j0,25 \Omega$

x Quais as correntes nos enrolamentos de 200V e 100V, no lado de alta

$$a = \frac{200}{100} = 2$$

$$Z_{eq} = (0,3 + j0,8) + 2^2 (0,1 + j0,25) = 0,7 + j1,8 \Omega$$



$$I_1 = \frac{200 \angle 0}{1,93 \angle 68,75} = 104 \angle -68,75 \text{ e } I_2 = 207 \angle -68,75$$

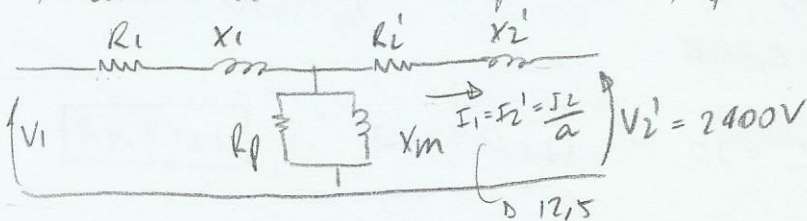
### Exercício 7 (Del Toro)

Transformador: 30 KVA, 2400/240V, 60Hz  $\left\{ \begin{array}{l} a = 10 \end{array} \right.$

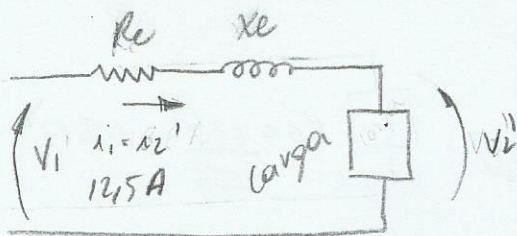
Curto-circuito  $\left\{ \begin{array}{l} 70V \\ 18,8A \\ 1050W \end{array} \right.$

Circuito Aberto (secundário)  $\left\{ \begin{array}{l} 240V \text{ (Nominal)} \\ 3,0A \\ 230W \end{array} \right.$

a) Calcule a tensão no primário, quando  $\left\{ \begin{array}{l} 125A, 240V \text{ tp } 0,8 \text{ Atras.} \\ \text{Baixa tensão} \end{array} \right.$



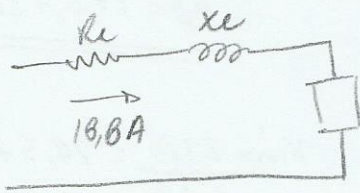




$$\frac{12}{11} = a \quad \therefore I_1 = \frac{12}{a} = \frac{125}{10} = 12,5 \text{ A}$$

$$V_1 = V_R + V_X + V_2$$

Análise do circuito



$$P_{cu} = V_{cu} \cdot I$$

$$Z_{eq} = \frac{70}{18,8} = 3,72$$

$$P_{cu} = R_e \cdot I^2$$

$$R_e = \frac{1050}{18,8^2} = 2,97 \Omega$$

$$3,72^2 = 2,97^2 + X_e^2$$

$$\therefore X_e = 2,25 \Omega$$

$$\cos \phi = 0,8 \quad \therefore \phi = 37 \quad \therefore \Phi = -37 \text{ (atrasado)}$$

$$V_1 = 12,5 \angle -37 \times 2,97 \angle 0 + 12,5 \angle -37 \times 2,25 \angle 90 + 2400 \angle 0$$

$$V_1 = 37,125 \angle -37 + 28,125 \angle 53 + 2400 \angle 0$$

$$= (29,65 - j22,34) + (16,93 + j22,46) + (2400 + j0)$$

$$= 2446,58 + j0,12 = \underline{\underline{2446,58 \angle 0,003^\circ}}$$

b) Calcule o rendimento

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100$$

$$P_2 = 30000 \cdot 0,8 = 24000 \text{ W}$$

$$P_1 = P_{FE} + P_{cu} + P_2$$

$$P_1 = 230 + 2,97 \cdot 12,5^2 + 24000 \quad \therefore P_1 = 24694,1 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{24000}{24694,1} \cdot 100 \quad \therefore \underline{\underline{\eta = 97,2\%}}$$

Exercício 8 (Nasar) (Very easy)

Exercício 9 (Nasar)

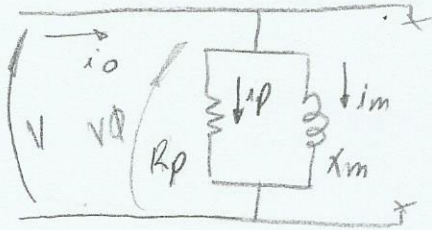
transformador: 25 kVA; 440/220V; 60Hz

\* Calcule os parâmetros do circuito ditrico equivalente referidos ao primário.

Teste em vazio (BT) secundário	$\left\{ \begin{array}{l} 220 \text{ V (Nominal)} \\ 9,6 \text{ A} \\ 710 \text{ W} \end{array} \right.$	Teste em curto (AT) (primário)	$\left\{ \begin{array}{l} 42 \text{ V} \\ 57 \text{ A (Nominal)} \\ 1030 \text{ W} \end{array} \right.$



teste em vazio



$V = V\phi = 220V$

$W_0 = P_{FE} = 710W$

$P_{FE} = V\phi \cdot i_p$

$i_p = \frac{710}{220} = 3,23 A$

$R_p' = \frac{220}{3,23} = 68,17$

$R_p = 2^2 \cdot 68,17$

$R_p = 272,7 \Omega$

$a = \frac{440}{220} = 2$

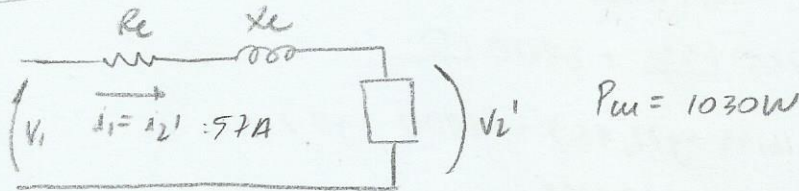
$i_0^2 = i_p^2 + i_m^2$

$9,6^2 = 3,23^2 + i_m^2 \therefore i_m = 9,04 A$

$X_m' = \frac{220}{9,04} = 24,34$

$X_m = 2^2 \cdot 24,34 \therefore X_m = 97,34 \Omega$

Teste em curto



logo,  $P_{cu} = V_e \cdot i = R_e \cdot i^2$   $R_e = \frac{1030}{57^2} \therefore R_e = \underline{\underline{0,317 \Omega}}$

$Z_{eq} = \frac{42}{57} = 0,74 \therefore 0,74^2 = 0,317^2 + X_e^2 \therefore X_e = \underline{\underline{0,665 \Omega}}$

Exercício 10 (Nasar) "Falta errata"

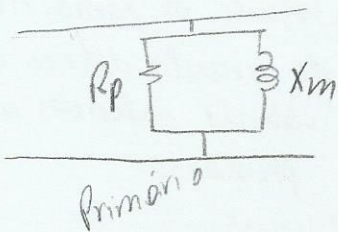
Exercício 11 (Nasar)  
transformador 10KVA, 220/110V, 60Hz

x Determine os parâmetros do circuito

Teste em aberto (Alta)  
500W  
220V (nominal)  
3,16A

teste em curto (Alta)  
400W  
65V  
10A

$a = \frac{220}{110} \therefore a = 2$



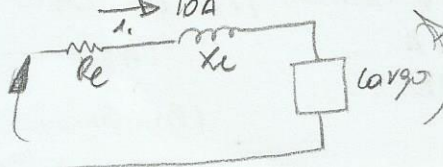
$P_{FE} = V\phi \cdot i_p$

$i_p = \frac{500}{220} = 2,27 A$

$R_p = \frac{220}{2,27} \therefore R_p = \underline{\underline{96,8 \Omega}}$

$X_m = \frac{220}{2,27} = \underline{\underline{100 \Omega}}$

$i_0^2 = i_p^2 + i_m^2 \rightarrow 3,16^2 = 2,27^2 + i_m^2 \therefore i_m = \underline{\underline{2,20 A}}$



$P_{cu} = V_e \cdot i_p$   
 $P_{cu} = R_e \cdot i_p^2$

$R_e' = \frac{400}{10^2} = 4$

$Z_c = \frac{65}{10} = 6,5$

$6,5^2 = 4^2 + X_e^2$

$X_e = \underline{\underline{5,12 \Omega}}$



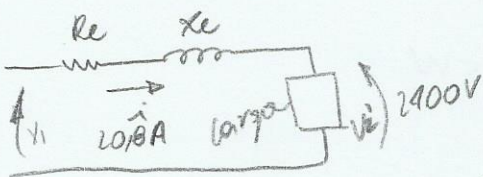
### Exercício 13 (Fitzgerald)

transformador: 50KVA; 2400/240V

Curto-Circuito (AT) Primário	$\left\{ \begin{array}{l} 48V \\ 20,8A \text{ (Nominal)} \\ 617W \end{array} \right.$	Aberto (BT) Secundário	$\left\{ \begin{array}{l} 240V \text{ (Nominal)} \\ 5,41A \\ 186W \end{array} \right.$

x Determine o rendimento e a regulação de tensão na carga nominal, com o fator de potência de 0,8 indutivo.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \quad \text{reg\%} = \left| \frac{V_1 - V_2}{V_2} \right| \cdot 100$$



$$P_{cu} = V_R \cdot i \quad R_e = \frac{617}{20,8^2} \therefore R_e = 1,426$$

$$P_{cu} = R_e \cdot i^2$$

$$Z_e = \frac{48}{20,8} = 2,31 \quad 2,31^2 = 1,426^2 + X_e^2 \therefore X_e = 1,81 \Omega$$

$\cos \phi = 0,8 \therefore \phi = 37^\circ$ , como é indutiva, logo  $\phi = -37^\circ$

$$V_1 = 20,8 \left[ -37^\circ \times 1,426 \angle 0^\circ + 20,8 \left[ -37^\circ \times 1,81 \angle 90^\circ + 2400 \angle 0^\circ \right] \right]$$

$$V_1 = 29,66 \angle -37^\circ + 37,65 \angle 53^\circ + 2400 \angle 0^\circ$$

$$= (23,69 - j17,85) + (22,66 + j30,07) + (2400 + j0)$$

$$= 2446,35 + j12,22 = 2446,38 \angle 0,29^\circ$$

$$\text{Reg\%} = \left| \frac{2446,38 - 2400}{2400} \right| \cdot 100 \therefore \text{Reg\%} = \underline{\underline{1,9\%}}$$

$$P_2 = 50000 \cdot 0,8 = 40000$$

$$\eta = \frac{40000}{40803} \cdot 100 \therefore \eta = \underline{\underline{98,03\%}}$$

$$P_1 = P_{FE} + P_{cu} + P_2$$

$$= 186 + 617 + 40000 = 40803$$

### Exercício 14 $\eta = 1$

$$R_1 = 3 \Omega \quad R_2 = 1 \Omega \quad X_{d1} = 5 \Omega \quad X_{d2} = 2 \Omega \quad a = 4$$

a) Resistência equivalente reduzida ao primário

$$R_{eq} = 3 + 4^2 \cdot 1 \therefore R_{eq} = 19 \Omega$$

b) Reatância equivalente reduzida ao primário

$$X_{eq} = 5 + 4^2 \cdot 2 \therefore X_{eq} = 37 \Omega$$

c) Reg no secundário

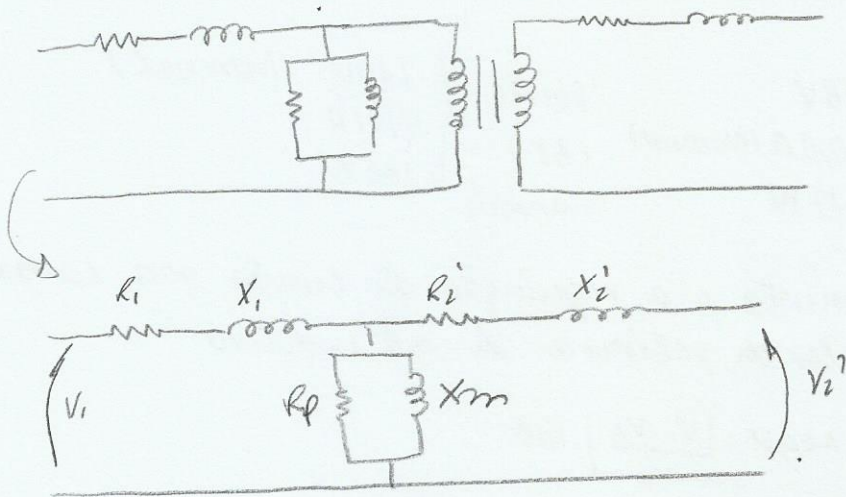
$$\text{Reg} = \frac{19}{42} = 1,19 \Omega$$

d) Xe no secundário

$$X_{eq} = \frac{37}{42} = 2,31 \Omega$$



e)  $I_i = 0,15 A$   $I_L = 2 A$



$$P_{cu} = V \cdot I$$

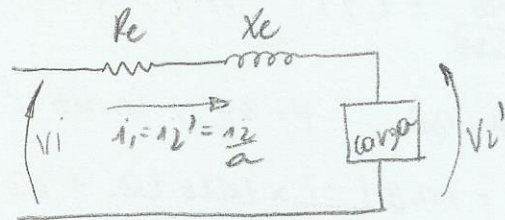
$$= R_e \cdot i^2 = 19 \cdot 0,15^2 \quad \therefore P_{cu} = 4,175 W$$

Exercício 15

transformador 110/220V, 600VA

Curto-circuito

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{1cc} = 5,5 V \\ I_{1cc} = 3 A \\ P_{1cc} = 23 W \end{array} \right.$$



a) A tensão de curto-circuito em porcentagem

$$P = V \cdot I$$

# Exercícios de Perdas

Revisão:

$$P_{FE\ total} = P_H + P_F + P_A$$

$P_H$ : Perda devido à histerese  
 $P_F$ : Perdas Foucault  
 $P_A$ : Perda anômala

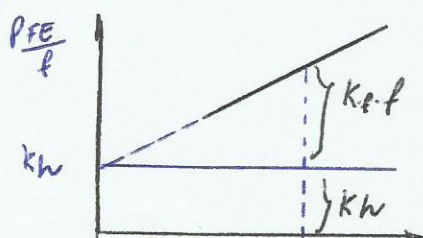
$$P_H = \eta \cdot Vol. (B_{m\acute{a}x})^n \cdot f = K \cdot (B_{m\acute{a}x})^n \cdot f$$

$K = \eta \cdot Vol$   
 $\eta$ : coeficiente que depende do material e das unidades  
 $n$ : expoente de Steinmetz

$$P_F = K \cdot Vol \cdot (f \cdot B_{m\acute{a}x} \cdot e)^2$$

$K$ : constante que depende das características da chapa  
 $Vol$ : Volume ativo do núcleo  
 $e$ : espessura da chapa

- Separação das perdas no ferro - histerese e Foucault



$$P_H = K_H \cdot f$$

$$P_F = K_F \cdot f \cdot B$$

Exercício 2.14:

$$P_H = 42\ W ; \quad v(t) = \sqrt{2} \cdot 400 \cdot \sin(377t)$$

a) Determinar a perda por histerese para timão 440 (V4403)

$$P_H = \eta \cdot Vol \cdot (B_{m\acute{a}x})^n \cdot f = K \cdot (B_{m\acute{a}x})^n \cdot f \quad \phi = 0.5$$

$$V_{\phi\ tim\ 440} = 4,44 \cdot l \cdot N \cdot \phi_{m\acute{a}x} ; \quad \phi_{m\acute{a}x} = B_{m\acute{a}x} \cdot S$$

$$= 4,44 \cdot l \cdot N \cdot B_{m\acute{a}x} \cdot S$$

$$\frac{P'_H}{P_H} = \frac{K \cdot \left( \frac{V_{\phi\ tim\ 440}}{4,44 \cdot l \cdot N \cdot S} \right)^n \cdot f}{K \cdot (B_{m\acute{a}x})^n \cdot f} = \frac{440^{1,6}}{(4,44 \cdot l \cdot N \cdot S)^{1,6}} \div \frac{400^{1,6}}{(4,44 \cdot l \cdot N \cdot S)^{1,6}}$$

$$P'_H = 1,165 \cdot 42 \quad \therefore P'_H = 48,92\ W$$



b)  $f' = 50 \text{ Hz}$

$$B_{\text{m\acute{o}x}} = \frac{V_{\text{eff}} \omega}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S}$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \frac{k \cdot (B_{\text{m\acute{o}x}}')^n \cdot f'}{k \cdot (B_{\text{m\acute{o}x}})^n \cdot f}$$

$$W = 2\pi f$$

$$f = \frac{W}{2\pi}$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \left( \frac{\frac{V_{\text{eff}} \omega'}{4,44 \cdot f' \cdot N \cdot S}}{\frac{V_{\text{eff}} \omega}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S}} \right)^n \cdot \frac{f'}{f} = \left( \frac{f'}{f} \right)^n \cdot \frac{f'}{f} = \left( \frac{50}{25} \right)^{1,6} \cdot \frac{50}{25}$$

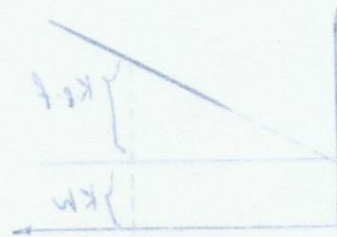
$$P_h' = 1,12 P_h$$

Exerúcio 2.15:

$P_F = 55 \text{ W}$ . Qual é a nova perda por Foucault para a espessura da chapa ser duas vezes maior, porém deve manter todos os dados iguais.

$$P_F = k \cdot \text{Vol} \cdot (f \cdot B_{\text{m\acute{o}x}} \cdot e)^2$$

$$P_F' = k \cdot \text{Vol} \cdot (f \cdot B_{\text{m\acute{o}x}} \cdot 2e)^2$$



$$\frac{P_F'}{P_F} = \frac{4e^2}{e^2} \therefore P_F' = 4P_F = 4 \cdot 55 \therefore P_F' = 220 \text{ W}$$

Exerúcio 2.16:

$$\text{Vol} = 1800 \text{ cm}^3 \quad P_h = 10 \text{ W} \quad f = 25 \text{ Hz} \quad B_{\text{m\acute{o}x}} = 1,1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

Pretende-se empregar neste núcleo uma frequência de 60 Hz.  $n = 1,6$

a) Nova perda por histerese, para a nova frequência.

$$P_h = k \cdot (B_{\text{m\acute{o}x}})^n \cdot f$$

$$P_h' = k \cdot (B_{\text{m\acute{o}x}})^n \cdot f'$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \frac{60}{25} \therefore P_h' = 24 \text{ W}$$

b) Nova perda por histerese, se a densidade máxima for reduzida na mesma proporção em que é aumentada a frequência.

$$n = \frac{60}{25} = 2,4 \quad B_{\text{m\acute{o}x}}' = \frac{1,1}{2,4} = 0,458$$

$$P_h = K (B_m \sigma_x)^n \cdot f$$

$$P_h'' = K \left( \frac{1,1}{2,4} \right)^{1,6} \cdot 60 = 17,22 K$$

$$10 = K \cdot (1,1)^{1,6} \cdot 25$$

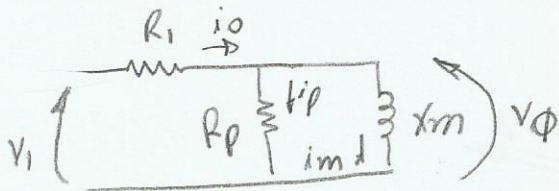
$$\therefore K = 0,343$$

$$P_h \therefore P_h'' = 17,22 \cdot 0,343 \therefore \boxed{P_h'' = 5,91 W}$$

### Estudo de núcleo com excitação única: (Reator)

#### Exercício 2.18:

leitura  $\left\{ \begin{array}{l} 2 A \\ 240V \text{ em } 60Hz \\ 80W \end{array} \right.$



$$R_1 = 5 \Omega$$

x Determine as perdas no ferro e os parâmetros  $R_p$  e  $X_m$

$$W = i_0^2 R_1 + V_\phi \cdot i_p$$

$$80 = 2^2 \cdot 5 + V_\phi \cdot i_p \quad \text{PFE}$$

$$\boxed{P_{FE} = 60 W}$$

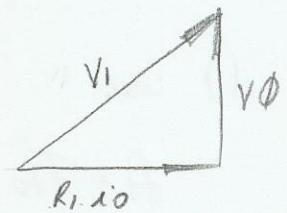
$$V_\phi = V_i - R_1 \cdot i_0$$

$$V_\phi = 240 - 5 \cdot 2 = 230$$

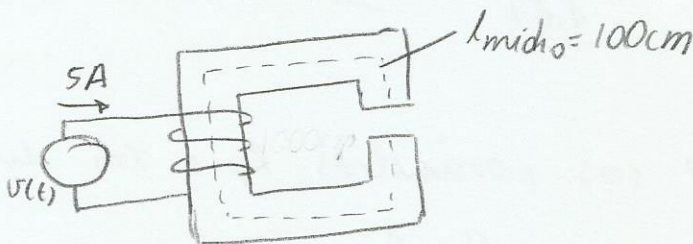
$$P_{FE} = V_\phi \cdot i_p$$

$$i_p = \frac{60}{230} = 0,261 A$$

$$R_p = \frac{230}{0,261} = 882 \Omega$$



#### Exercício 24:



$$\Phi_m \sigma_x = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

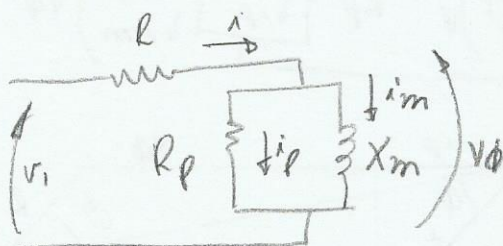
$$P_{FE} = 60 W$$

$$f = 60 Hz$$

$$FMM = 1000 \text{ Aesp}$$

$$N = 500 \text{ espiras}$$

a) Relutância do ar



$$F = \Phi \cdot R ; \Phi \text{ deve ser valor eficaz}$$

$$1000 = \frac{4,0 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} R \quad R = 3,54 \cdot 10^6 \frac{\text{Aesp}}{\text{Wb}}$$



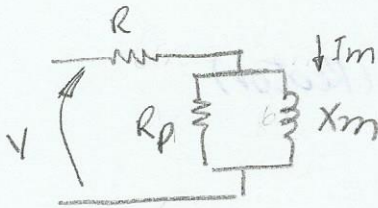
b) Tensão induzida

$$V_{\phi esp} = 4,44 \cdot l \cdot N \cdot \phi_{max}$$

$$= 4,44 \cdot 60 \cdot 500 \cdot 4,0 \cdot 10^{-4}$$

$$V_{\phi esp} = 53,28V$$

c) Corrente de magnetização do Ferro



$I_m$ : parcela para magnetizar o núcleo

$$I_m = I_{fe} + I$$

$$P_{FE} = V_{\phi} \cdot i_p$$

$$i_p = \frac{60}{53,28} = 1,126$$

$$i^2 = i_p^2 + i_m^2$$

$$i_m^2 = 5^2 - 1,126^2 \quad \therefore i_m = 4,87A$$

$$I_m = I_{fe} + I$$

$$4,87 = I_{fe} + \frac{1000}{500} \quad \therefore I_{fe} = \underline{\underline{2,87A}}$$

d)  $H_{cc} = ?$   $F = Hl$

$$F_t = F_{fe} + F_e$$

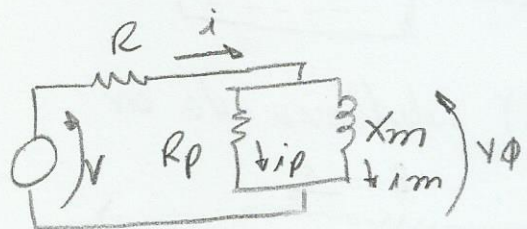
$$500 \cdot 4,87 = H \cdot l + 1000 \quad \therefore H = \underline{\underline{1436 Aesp}}$$

e)  $R_p = \frac{53,28}{1,126} = \underline{\underline{47,32}}$   $X_m = \frac{53,28}{4,87} = \underline{\underline{10,94 \Omega}}$

Exercício 2.20:

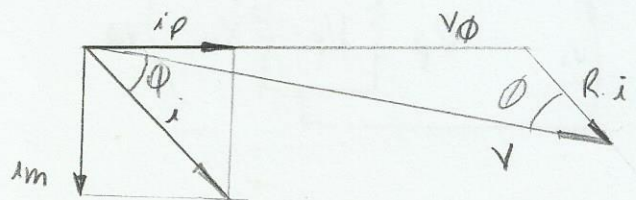
x Determinar a perda no ferro com parâmetros  $R_p$  e  $X_m$  de um determinado reator

leitura  $\left\{ \begin{array}{l} 80W \\ 2A \\ 200V \end{array} \right.$   $R_{cc} = 3,5 \Omega$



$$W = R \cdot i^2 + P_{FE}; \quad P_{FE} = \frac{V_{\phi}^2}{R_p}$$

$$W = R i^2 + \frac{V_{\phi}^2}{R_p}$$



$$V_{\phi}^2 = V^2 + (Ri)^2 - 2VRi \cos \phi$$

$$P = V \cdot I \cdot \cos \phi$$

$$80 = 200 \cdot 2 \cdot \cos \phi \therefore \cos \phi = 0,2$$

$$V_0^2 = 200^2 + (3,85 \cdot 2)^2 - 2 \cdot 200 \cdot 3,85 \cdot 0,2 \cdot 2 \therefore V_0 = 198,6$$

$$80 = 3,85 \cdot 2^2 + P_{FE} \therefore P_{FE} = 64,6 \text{ W}$$

$$P_{FE} = \frac{V_0^2}{R_p} \therefore R_p = 610,56 \Omega$$

Exercício 15:

$$P_h = 72 \text{ W} \quad v(t) = 110\sqrt{2} \cos(377t) \quad n = 1,8$$

$$\omega = 2\pi f$$

a)  $P_h$  para  $v_{ef} = 440 \text{ V}$

$$P_h' = K \cdot (B_{\max}')^n f \quad ; \quad v_{ef} \omega = 4,4 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{\max}$$

$$P_h = K \cdot (B_{\max})^n f \quad \Phi_{\max} = B_{\max} \cdot S$$

$$v_{ef} \omega = 4,4 \cdot f \cdot N \cdot B_{\max} \cdot S$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \left( \frac{v_{ef} \omega'}{v_{ef} \omega} \right)^n$$

$$B_{\max} = \frac{v_{ef} \omega}{4,4 \cdot f \cdot N \cdot S}$$

$$P_h' = \left( \frac{440}{110} \right)^{1,8} \cdot P_h \quad ; \quad P_h = 72 \therefore P_h' = 873,05 \text{ W}$$

b)  $P_h$  para  $f' = 30 \text{ Hz}$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \left( \frac{\frac{1}{f'}}{\frac{1}{f}} \right)^n \cdot \frac{f'}{f} = \left( \frac{f}{f'} \right)^n \cdot \frac{f'}{f} = \left( \frac{377/2\pi}{30} \right)^{1,8} \cdot \frac{30}{377/2\pi}$$

$$\therefore P_h' = 1,74 \cdot P_h \quad ; \quad P_h = 72 \therefore P_h' = 125,4 \text{ W}$$

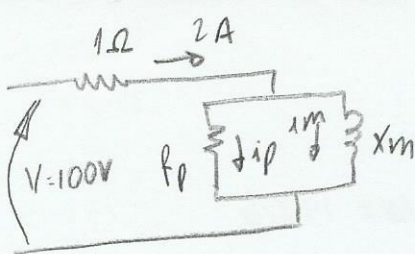
Exercício 16:

Leitura	{	92 W	$P_F = 62 \text{ W}$
		2 A	$R_{ca} = 1 \Omega$
		100 V	$n = 2$

a) Perda por histerese

b)  $v' = 200 \text{ V}$ , onda triangular, e  $f' = \frac{f}{2}$ , Quais os valores das perdas de Foucault e histerese.





$$W = R \cdot i^2 + P_{FE}$$

$$P_{FE} = 92 - 1.2^2 \therefore P_{FE} = 88W$$

$$P_{FE} = P_h + P_F + P_{\text{loss}} \rightarrow P_h = 88 - 62 \therefore P_h = \underline{\underline{26W}}$$

b)  $P_F' = K \text{Vol} (f \cdot B_{\text{max}} e)^2$   $V_{\text{eff}100} = 1,44 \cdot f \cdot N \cdot B_{\text{max}} \cdot S$

$$\frac{P_F'}{P_F} = \left( \frac{\frac{V_{\text{eff}100}}{4,44 \cdot \frac{f}{2} \cdot N \cdot S}}{V_{\text{eff}}}}{4,44 \cdot \frac{f}{2} \cdot N \cdot S} \right)^2 = \left( \frac{V_{\text{eff}100}}{V_{\text{eff}}} \cdot \frac{f}{f} \right)^2 = \left( \frac{2 V_{\text{eff}100}}{V_{\text{eff}}} \right)^2$$

$$P_F' = \left( \frac{2 \cdot 200}{100} \right)^2 92 \therefore P_F' = 1472$$

17)

$$\left\{ \begin{array}{l} 80V \\ f=60Hz \\ P_h=32W \quad P_F=56W \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 240V \\ f=40Hz \end{array} \right.$$

$n=2$



# Conversão de Energia I

## \* Lei de Ampère

$$F = \frac{\mu I_1 I_2 \cdot l}{2\pi r}$$

Admitindo a corrente  $I_2$ , como um corpo de prova, a corrente  $I_1$  possui um campo com linhas de força constante.

Com isso resulta em:

$$F = I_2 \cdot l \cdot B$$

, onde

$$B = \frac{\mu I_1}{2\pi r}$$

Portanto,  $B$  é definido como o campo magnético ou densidade de fluxo magnético.  $[B] = \frac{Wb}{m^2}$  ou T.

Obs.: O sentido do campo magnético, é definido pela regra da mão, direita, onde o polegar aponta o sentido da corrente, as linhas de fluxo (ou densidade de fluxo) serão no sentido em que os dedos envolvem o condutor.

\* Permeabilidade: " $\mu$ " é uma característica do meio, que pode ser definido para vários meios diferentes. Também representa a função que aumenta ou diminui o fluxo magnético.

- permeabilidade no vácuo:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

- permeabilidade relativa:  $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$  (permeabilidade relativa representa a taxa na qual a densidade do fluxo aumenta ou diminui em relação à do vácuo).

\* Fluxo magnético ( $\Phi$ )  $\Phi = \int_s B_n dA$  [Wb] ou [Vs] (mais utilizada)

\* Intensidade do campo magnético (H): É uma grandeza que representa o campo magnético independente do meio no qual o fluxo magnético está imerso. Ou seja, é a intensidade que gera a densidade de fluxo.

$$H = \frac{B}{\mu} \quad \left[ \frac{A \cdot s}{m} \right]$$



- Algumas relações para a força eletromotriz:

$$\mathcal{F} = Hl = \Phi R$$

Relembrando:

H: intensidade do campo magnético:  $H = \frac{B}{\mu}$

l: comprimento médio

$\Phi$ : fluxo magnético:  $\Phi = \int B_n dA$ , geralmente  $\Phi = B \cdot A$

R: Relutância  $R = \frac{l}{\mu A}$

- Lei de Ampère para várias orientações do elemento de corrente.

- Para condutores no mesmo plano, em qualquer ângulo horizontal, o módulo da força é a mesma, porém a direção se altera.

- Para determinar o sentido, utiliza-se o produto vetorial.

$$\vec{F} = I_2 l B \sin \theta \quad (\text{N}) \quad \text{ou} \quad \vec{F} = I_2 \vec{l} \times \vec{B} \quad (\text{N})$$

- O ângulo  $\theta$  é definido entre os dois vetores  $\vec{B}$  e  $\vec{l}$ . Onde  $l$  é do condutor 2. Lembrando que o condutor 1, é de comprimento infinito, e ele está descrito a partir da densidade do campo magnético ( $\vec{B}$ ).

# Exercícios propostos "Conversão de mecânica da Energia"

## Exercício 1:

$$m = 5 \text{ gramas}$$

$$l = 20 \text{ cm}$$

$$B = 0,5 \text{ T}$$

$$F = I_2 l B \sin \theta \quad \text{ou} \quad \vec{F} = I_2 \vec{l} \times \vec{B}$$

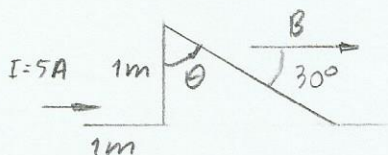
$$F = m \cdot a$$

$$F = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 0,02 \text{ N}$$

$$0,02 = I_2 \cdot 0,2 \cdot 0,5 \cdot \sin 90$$

(Dúvida)

## Exercício 2:



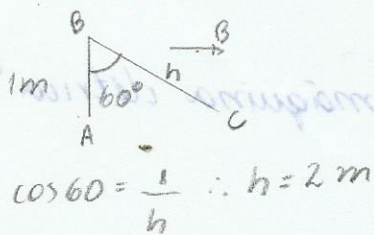
$$B = 0,25 \text{ T}$$

$$l = 1,5 \text{ m}$$

$$I = 5 \text{ A}$$

x calcular a força magnética,  
para a)  $\theta = 60^\circ$   
b)  $\theta = 90^\circ$

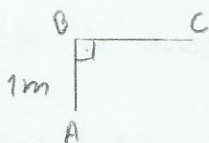
$\vec{F} = I_2 \vec{l} \times \vec{B}$  ; - Não existe força magnética, quando o campo magnético e o condutor estão paralelo.



$$F_{AB} = 5 \cdot 1 \cdot 0,25 \cdot \sin 90 = 1,25 \text{ N}$$

$$F_{BC} = 5 \cdot 2 \cdot 0,25 \cdot \sin 30 = 1,25 \text{ N}$$

$$\cos 60 = \frac{1}{h} \therefore h = 2 \text{ m}$$



$$F_{AB} = 5 \cdot 1 \cdot 0,25 \cdot \sin 90 = 1,25 \text{ N}$$

$$F_{BC} = 0 \text{ N}$$

## Exercício 4:

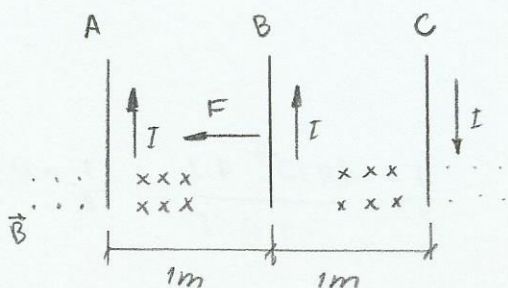
$$B = 10^{-5} \text{ T}$$

$$I = 200 \text{ A}$$

$$F = I_2 l B \sin \theta$$

$$\frac{F}{m} = 200 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 60 \therefore F = 0,00173 \frac{\text{N}}{\text{m}} ; \text{ saindo da folha}$$

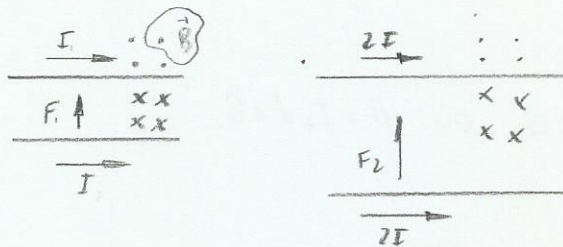
## Exercício 5:



A força que atua sobre o condutor B tem sentido da direita para a esquerda.



Exercício 6:



$$F = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu I_1}{2\pi R}$$

$$F = I_2 l B \sin \theta$$

$$\vec{F} = I_2 \vec{l} \times \vec{B}$$

$$F_1 = \frac{\mu I^2 l}{2\pi r} \quad F_2 = \frac{\mu \cdot 4I^2 l}{4\pi r}$$

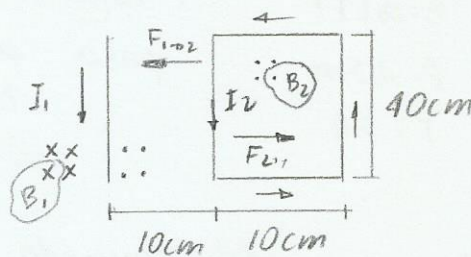
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{\mu I^2 l}{2\pi r}}{\frac{\mu \cdot 4I^2 l}{4\pi r}} \quad \therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \boxed{F_2 = 2F_1}$$

Exercício 7:

Dados:

$$I_1 = 50A$$

$$I_2 = 20A$$



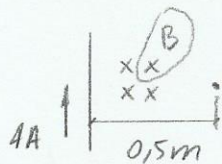
$$F_{12} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 50}{2\pi} \left( \frac{40}{10} - \frac{40}{20} \right) = 9 \cdot 10^{-4} N$$

Problemas do livro "Fundamentos de máquina elétrica"

1-1.

fio longo reto:  $I = 4A$ . Admitindo  $\mu = 1$

(a) Intensidade do campo magnético a uma distância de 0,15 m do fio



$$\mu = \frac{B}{H}$$

$$B = \frac{\mu I_1 l}{2\pi r} = \frac{1 \cdot 4 \cdot l}{2\pi \cdot 0,15} = \frac{4l}{\pi}$$

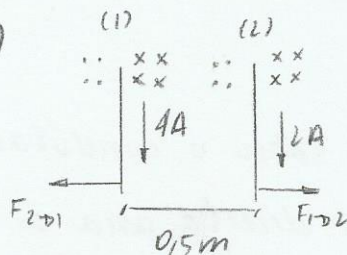
$$\mu_0 = \frac{\mu}{N_0}$$

$$\mu = 1,4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{4l}{\pi} : l = 1$$

$$H = \frac{4}{\pi} \frac{A}{m}$$

(b)



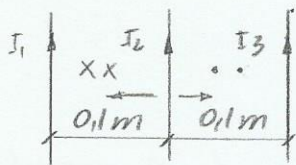
$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 2}{2\pi \cdot 0,15} = 32 \cdot 10^{-7} \frac{N}{m}$$

(c) Para permeabilidade relativa = 10000

$$\frac{F}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 2}{2\pi \cdot 0,15} \quad \therefore \frac{F}{l} = 0,32 \frac{N}{m}$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad \therefore \mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10000 = 4\pi \cdot 10^{-3}$$

Exercício 1-2.



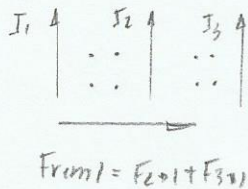
$\mu_r = 1000$   
 $I_1 = I_2 = I_3 = 10A$

$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$   
 $\mu = 1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} = 4\pi \cdot 10^{-4}$

(a)  $F_{\text{em } I_2}$  (módulo e sentido)

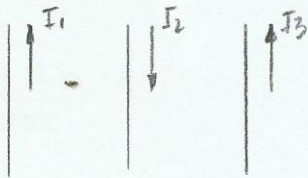
$F_r = F_{1 \rightarrow 2} + F_{3 \rightarrow 2}$   
 $= \frac{4\pi \cdot 10^{-4} \cdot 10^2}{2\pi} \left( \frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.1} \right) \therefore \boxed{F_{\text{em } 2} = 0}$

(b)  $F_{\text{em } I_1}$  (módulo e sentido)



$F_{\text{em } 1} = F_{2 \rightarrow 1} + F_{3 \rightarrow 1}$   
 $= \frac{4\pi \cdot 10^{-4} \cdot 10^2}{2\pi} \left( \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.2} \right)$   
 $\boxed{F_{\text{em } 1} = 0,3 \frac{N}{m}}$   
 (Atração)

Exercício 1-3

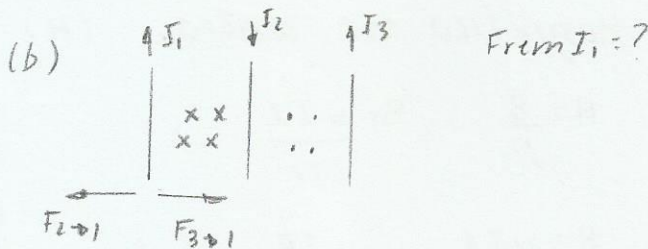
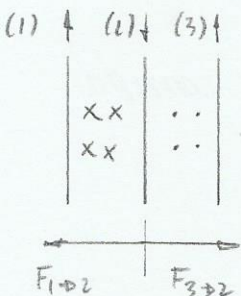


$\mu_r = 1000$   
 $I_1 = I_2 = I_3 = 10A$

$\mu = 1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} = 4\pi \cdot 10^{-4}$

(a)  $F_{\text{em } I_2}$

$F_{\text{em } I_2} = F_{1 \rightarrow 2} + F_{3 \rightarrow 2}$   
 $\boxed{= 0}$



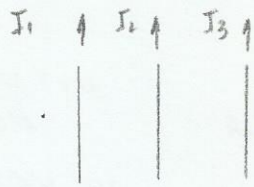
$F_{\text{em } I_1} = ?$

$F_{\text{em } 1} = F_{3 \rightarrow 1} - F_{2 \rightarrow 1}$   
 $= \frac{4\pi \cdot 10^{-4} \cdot 10^2}{2\pi} \left( \frac{1}{0.2} - \frac{1}{0.1} \right) \therefore \boxed{F_{\text{em } 1} = -0,1 \text{ N/m (Repulsiva)}}$



Exercício 1-4

$$B = 0,7 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$



(a) Fr por metro, quando o campo estiver saindo do papel

$$F = I l B \sin \theta$$

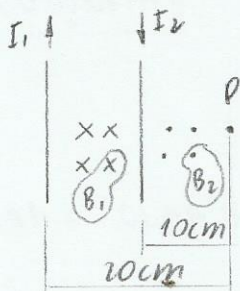
$$F_r = (10 + 10 + 10) \cdot 0,7 = 21 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(b) Fr por metro, quando aplicado no campo dos fios, da direita para a esquerda

$$F_r = 21 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(c) e (d) Apenas foi analisada

Exercício 1-5



$$I_1 = 40 \text{ A}$$

x Calcule o valor de  $I_2$  para provocar o desaparecimento da intensidade do campo magnético no ponto B.

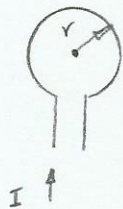
$$B = \frac{\mu I l}{2\pi r}$$

$$B_1 (\text{no ponto P}) = B_2 (\text{no ponto P})$$

$$\frac{\mu I_1 l}{2\pi r_1} = \frac{\mu I_2 l}{2\pi r_2} \rightarrow \frac{40}{0,20} = \frac{I_2}{0,10} \therefore \boxed{I_2 = 20 \text{ A}}$$

Exercício 1-6

Deduza a expressão de intensidade do campo magnético no centro. (H)



$$H = \frac{B}{\mu} ; B = \frac{\mu I l}{2\pi r}$$

$$H = \frac{\mu I l}{2\pi r} \div \mu = \frac{I l}{2\pi r} ; l = r \therefore \boxed{H = \frac{I}{2\pi}}$$

# Cálculo de circuitos magnéticos

Revisão de fórmulas:

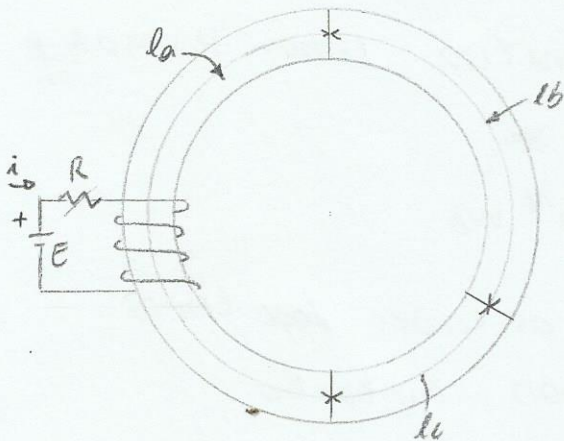
$\mathcal{F} = Hl = \Phi R$  ; Podemos fazer uma analogia a circuitos elétricos, onde a  $\mathcal{F}$  é a tensão, o  $\Phi$  é a corrente e  $R$  a resistência.

Exemplos do livro "Fundamentos de máquinas elétricas"

Exemplo 1-1

Toróide: 3 materiais ferromagnéticos  
100 espiras  
 $S = 0,001 \text{ m}^2$

$a = \text{ferro-níquel } l_a = 0,3 \text{ m}$   
 $b = \text{aço-silício } l_b = 0,2 \text{ m}$   
 $c = \text{aço fundido } l_c = 0,1 \text{ m}$



$$\mathcal{F} = U_a + U_b + U_c$$

$$\Phi = B \cdot A$$

- A densidade de fluxo magnético é a mesma, pois o fluxo é comum entre os materiais.

a) Calcule a força eletromagnetomotriz para gerar um fluxo magnético de  $\Phi = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$

$$\Phi = B \cdot S$$

$$B = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{0,001} \therefore B = 0,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

- A intensidade de fluxo magnético, é determinada a partir do gráfico  $H \times B$ .

Portanto,  $H_a = 10 \frac{\text{A esp}}{\text{m}}$   $H_b = 77 \frac{\text{A esp}}{\text{m}}$   $H_c = 320 \frac{\text{A esp}}{\text{m}}$

$$\mathcal{F} = U_a + U_b + U_c$$

$$\mathcal{F} = 10 \times 0,3 + 77 \times 0,2 + 320 \times 0,1 \therefore \mathcal{F} = 50,4 \text{ A esp}$$

(b) Corrente que circula pela bobina?

$$\mathcal{F} = NI \therefore I = \frac{50,4}{100} \therefore I = 0,504 \text{ A}$$

(c) Permeabilidade relativa e relutância de cada material

$$\mu = \frac{B}{H} \quad \mu_a = \frac{0,6}{10} = 0,06 \therefore \mu_{ra} = \frac{0,06}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 47746 \therefore \mu_{ra} = 47746$$



### Exemplo 1-2

- Utilizar o toróide do exemplo anterior.

-  $\mathcal{F} = 35 \text{ Aesp}$

x Calcule o fluxo magnético.

\* Para determinar o fluxo magnético do circuito magnético devemos conhecer a relutância. Porém, ela não foi dada. Para isso, devemos admitir inicialmente a força magnetomotriz em uma das maior relutância como a fmm total.

x Através do gráfico de  $B \times H$ , vimos que a maior relutância é o aço lundido.

$$\mathcal{F} = Hl \quad \therefore \quad 35 = Hl \cdot 0,1 \quad \therefore \quad Hl = 350 \text{ Aesp/m}$$

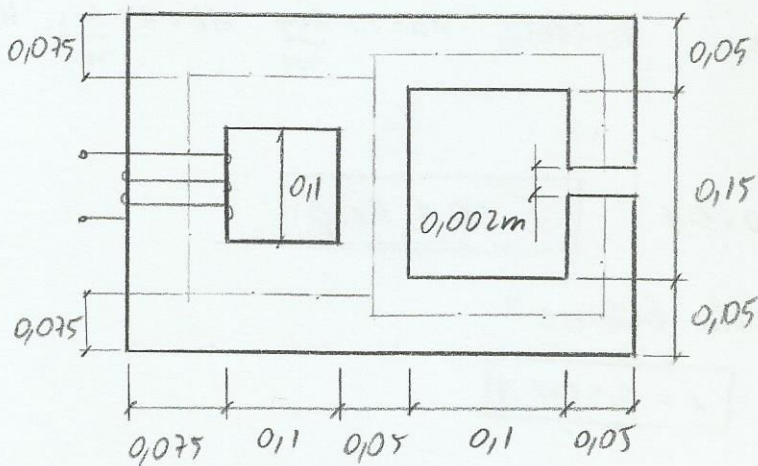
Através da intensidade de fluxo magnético, temos  $Hl = 350 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$   
logo  $B = 0,65 \text{ T}$

$$\therefore \quad \Phi_1 = B \cdot S = 0,65 \cdot 0,001 \quad \therefore \quad \Phi_1 = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Como a área é constante entre as seções, logo temos as densidades de fluxos magnéticos iguais.  $B_a = B_b = B_c$ .

(Fazer depois este exercício)

### Exemplo 1-3

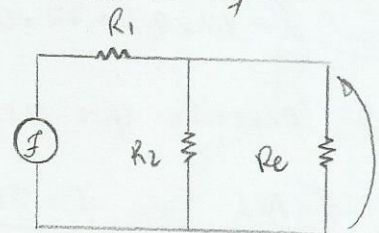


Material: Aço lundido

$$e = 0,05 \text{ m}$$

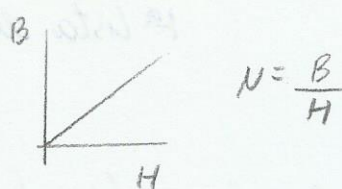
$$\Phi_{\text{ent}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Circuito equivalente



$$U_e = Hl = \Phi \cdot R \quad \Phi = B \cdot S$$

$$B = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{0,05^2} = 0,16 \text{ T}$$



$$H = \frac{0,16}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 127\,323,95 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad \therefore U_e = 127\,323,95 \cdot 0,002$$

$$\therefore U_e = 254,65 \text{ Aesp}$$

- Comprimento do material ferromagnético

$$l_1 = 2 \times \left( \frac{0,05}{2} + 0,1 + \frac{0,05}{2} + \frac{0,2}{2} \right) - 0,002 = 0,498 \text{ m}$$

- Determinar a densidade de fluxo magnético

$$\Phi = B \cdot S$$

$$S = 0,05^2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$$

$$4 \cdot 10^{-4} = B \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \quad \therefore B = 0,16 \text{ T}$$

- Para 0,16 T e material Aço laminado, temos  $H = 125 \text{ Aesp/m}$

$$U_1 = 254,65 + 125 \cdot 0,498 \quad \therefore U_1 = 316,9 \text{ Aesp}$$

Obs.: A densidade de fluxo magnético é constante no ferromagnético

$$l = 0,1 + 0,075 = 0,175 \text{ m}$$

$$H_2 = \frac{U_1}{l} = \frac{316,9}{0,175} = 1810,9 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad \text{Logo } B_2 = 1,38 \text{ T}$$

$$\Phi_2 = B_2 \cdot S_2 = 1,38 \cdot 0,05^2 = 0,00345 \text{ Wb}$$

$$\Phi_t = 0,00345 + 0,0004 \quad \therefore \Phi_t = 0,00385 \text{ Wb}$$

$$B = \frac{0,00385}{0,05 \cdot 0,075} = 1,026 \text{ T} \quad \therefore H = 690 \text{ Aesp/m}$$

$$\therefore U = 690 \cdot 0,15 = 345$$

$$I = 345 + 316,9 = \boxed{661,9 \text{ Aesp}}$$



# 1ª Lista de Exercícios

Ex 8)

Material: Permalloy (A-B)  
Cast Steel (demais trechos)

$$N_1 = 1000 \text{ esp.}$$

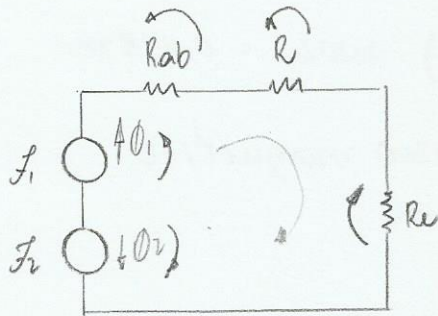
$$I_1 = 3 \text{ A}$$

$$N_2 = 800 \text{ esp.}$$

$$\Phi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\oint N \cdot I = \Phi \cdot R$$

Circuito Magnético



$$F_1 = 1000 \cdot 3 = 3000 \text{ Aesp}$$

$$\Phi = B \cdot S$$

Considerar esparçamento

Trecho 1 (A-B)

$$S = 3 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{9 \cdot 10^{-4}} = 0,56 \text{ T} \quad \therefore H = 90 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l = (8 + 2 \cdot 1,5) \cdot 10^{-2} = 0,11 \text{ m}$$

$$\text{logo } U_{ob} = 90 \cdot 0,11 = 9,9 \text{ Aesp}$$

Trecho 2

$$S = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad B = 0,56 \quad \therefore H = 375 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l = 2 \cdot (8 + 3 + 1,5 + 3,95) \cdot 10^{-2} = 0,329 \text{ m}$$

$$\text{logo } U_R = 375 \cdot 0,329 = 123,375 \text{ Aesp}$$

Trecho entreferro

$$S = (3 + 0,11)(3 + 0,11) \cdot 10^{-4} = 9,61 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{9,6 \cdot 10^{-4}} = 0,520$$

$$\mu = \frac{B}{H} \quad \therefore H = \frac{0,520}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 413803 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$\therefore U_e = 413803 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2}$$

$$\therefore U_e = 413,80 \text{ Aesp}$$

$$f_1 - U_{ob} - U_R - U_e - f_2 = 0$$

$$f_2 = 3000 - 9,9 - 123,375 - 413,80 \quad \therefore f_2 = 2452,93 \text{ Aesp}$$

$$f_2 = NI \quad \therefore I_2 = \frac{2452,93}{800} = \underline{3,07 \text{ A}}$$

b)  $H = 375 \text{ Aesp/m}$

c)  $H_c = 413803 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$

Ex 9)  $S = 4 \text{ cm}^2$

Material: Aço fundido

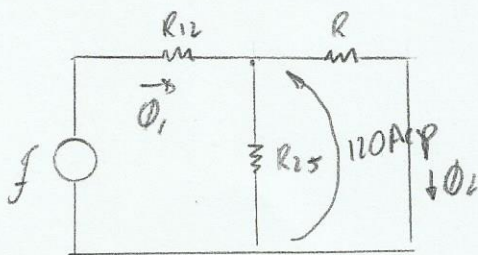
$$L_{23} = L_{34} = L_{45} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$U_{23} = U_{34} = U_{45} = 40 \text{ Aesp}$$

a)  $U_{25}$

$$\therefore U_{25} = 120 \text{ Aesp}$$

Circuito equivalente



$$f = NI = R\Phi = HL$$

$$\Phi = B \cdot S$$

b)  $\Phi_2 = ?$

$$l = 3 \cdot 20 \cdot 10^{-2} = 0,6 \text{ m}$$

$$120 = 0,6 H \quad \therefore H = 200 \text{ Aesp/m} \quad \therefore B = 0,2 \text{ T}$$

$$\Phi_2 = 0,2 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = \underline{0,8 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$$

c)  $\Phi_1 = ?$

$$l = 20 \cdot 10^{-2} = 0,2 \text{ m}$$

$$120 = 0,2 H \quad \therefore H = 600 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad \therefore B = 0,93 \text{ T}$$

$$\Phi_{23} = 0,93 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 3,72 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\therefore \Phi_1 = (0,8 + 3,72) \cdot 10^{-4} = 4,52 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$



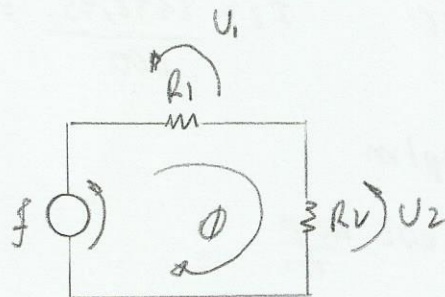
Ex10)

Material: 70,5% Permaloy (AB e CD)  
Alumínio (BC e DA)

$N = 500$  esp

$$H_{AB} \text{ e } H_{CD} = 300 \text{ A esp/m}$$

Circuito equivalente:



a) Fluxo magnético

Para  $H = 300 \frac{\text{A esp}}{\text{m}}$  temos  $B = 1,05 \text{ T}$

$$\Phi = B \cdot S \quad \therefore \quad \Phi = 1,05 \cdot (3 \times 2) \cdot 10^{-4} = \underline{6,3 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$$

b) Permeabilidade relativa

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad ; \quad \mu = \frac{B}{H} = \frac{1,05}{300} = 3,5 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{logo } \mu_r = \frac{3,5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 2785$$

c) Corrente  $I$

Trecho AB e CD

$$l = (70 + 3 + 9 + 3) \cdot 10^{-2} = 25 \cdot 10^{-2} = 0,25 \text{ m}$$

$$\therefore U_1 = 0,25 \cdot 300 = 75 \text{ A esp}$$

Trecho BC e DA

$$l = 0,25 \text{ m} \quad S_2 = 3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-4}$$

$$B_2 = \frac{6,3 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 1,05 \quad \therefore \quad H = 720 \frac{\text{A esp}}{\text{m}}$$

$$\text{logo } U_2 = 720 \cdot 0,25 = 180 \text{ A esp}$$

$$\mathcal{F} = U_1 + U_2 = 75 + 180 \quad \therefore \quad \mathcal{F} = 255 = 500 \cdot I \quad \therefore \quad \underline{I = 0,51 \text{ A}}$$

d)  $\Phi = B \cdot S$

$$B = \frac{517 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 0,95 \text{ T} \quad \therefore \quad H = 625 \frac{\text{A esp}}{\text{m}}$$

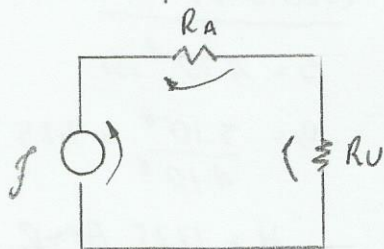
Ex 11

Aço laminado e Ustrofo (DC)

$N = 500$  esp.

$$H_{AB} = H_{BC} = H_{CD} = 600 \frac{\text{Acs}}{\text{m}}$$

Circuito equivalente



a)

Trecho ACo

$$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Para  $H = 600 \frac{\text{Acs}}{\text{m}}$  temos  $B = 0,93 \text{ T}$

$$\Phi = 0,93 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 3,72 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$U_A = 0,38 \times 600 \therefore U_A = 228 \text{ Acs}$$

$$l = (2 \times (10+3) + 10+2) \cdot 10^{-2}$$

$$l = 38 \cdot 10^{-2} = 0,38 \text{ m}$$

Trecho USTrofo

$$S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{3,72 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 0,62 \text{ T} \therefore H = \frac{\text{Acs}}{\text{m}} \quad l = (10+2) \cdot 10^{-2}$$

$$U_U = 0,12 \times 90 \therefore U_U = 10,8 \text{ Acs}$$

$$f = 228 + 10,8 = 238,8 \quad 238,8 = 500 i \therefore i = 0,48 \text{ A}$$

b)  $B = 0,62 \text{ T}$

c) " Colocando uma segunda bobina de 100 espiras no trecho BC, qual será a tensão induzida nesta bobina? "



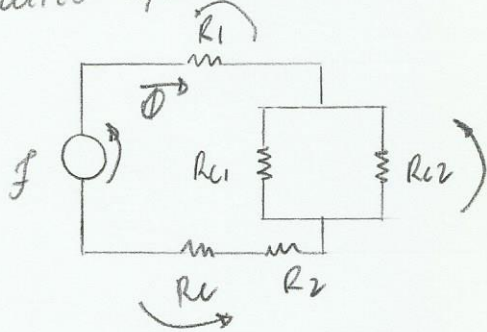


Ex 12

Cast steel

$$\Phi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Circuito equivalente



a)  $f = ?$  para  $\Phi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$

trecho do  $R_1$

$$s = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$B = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \text{ T}$$

$$\therefore H = 1125 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l = 2 \times (1 + 10 + 2) + 10 + 2 = 38 \text{ cm} = 0,38 \text{ m}$$

$$\therefore U_1 = 0,38 \times 1125 \therefore U_1 = 427,5 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

trecho  $\odot$

$$\Phi = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2} \quad s = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad B = \frac{2,5 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,625 \text{ T}$$

$$\therefore H = 425 \text{ Aesp/m} \quad l = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2} = 0,063 \text{ m}$$

$$U_{\odot} = 425 \times 0,063 = 26,70 \text{ Aesp}$$

trecho entre ferro

$$s = 8 \cdot 10^{-4} \quad B = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-4}} = 0,625 \text{ T}$$

$$H = \frac{0,625}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 497359,2 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad U_c = 1989,44 \text{ Aesp}$$

trecho do  $R_2$

$$s = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad B = 0,625 \text{ T} \therefore H = 425 \text{ Aesp/m}$$

$$l = (10 - 6 - 0,2 \times 2 + 2) \cdot 10^{-2} = 0,056 \text{ m} \quad U_2 = 23,8 \text{ Aesp}$$

$$f_1 = 427,5 + 26,7 + 1989,44 + 23,8 \therefore f_1 = 2467,44 \text{ Aesp}$$

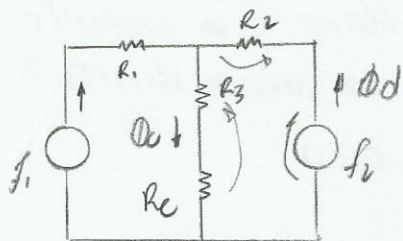
b) 26,70 Aesp

c)  $f = \Phi \cdot R \therefore R = \frac{1989,44}{5 \cdot 10^{-4}} = 3978880 \frac{\text{Aesp}}{\text{Wb}}$

d) 1125 Aesp/m e 425 Aesp/m

Ex 13)

Circuito equivalente



$$\Phi_d = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\Phi_c = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$N_1 = 200 \text{ esp} \quad N_2 = 100 \text{ esp}$$

$$\Phi_c = \Phi_1 + \Phi_d \therefore \Phi_1 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

Trecho do R1

$$S = 5 \cdot 12 \cdot 10^{-4} = 60 \cdot 10^{-4}$$

$$B = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-4}} = 0,2 \text{ T} \therefore H = 400 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l = [20 + 5 + 2 \cdot (20 + 5)] \cdot 10^{-2} = 0,75 \text{ m} \quad U_1 = 300 \text{ Aesp}$$

Trecho do R2

$$S = 60 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad B = \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-4}} = 0,13 \text{ T} \therefore H = 250 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l = 0,75 \text{ m} \therefore U_2 = 187,5 \text{ Aesp}$$

Trecho do R3

$$S = 60 \cdot 10^{-4} \quad B = \frac{2,0 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-4}} = 0,33 \text{ T} \therefore H = 700 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l = (20 + 5 - 0,11) \cdot 10^{-2} = 0,249 \text{ m} \therefore U_3 = 174,3 \text{ Aesp}$$

Trecho do entre ferro

$$S = 60 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad B = 0,33 \text{ T} \therefore H = \frac{0,33}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 265258,2$$

$$l = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \therefore U_e = 265,26 \text{ Aesp}$$

$$f_1 = U_1 + U_3 + U_e = 300 + 174,3 + 265,26 = 739,56 \text{ A} \therefore \underline{I_1 = 3,7 \text{ A}}$$

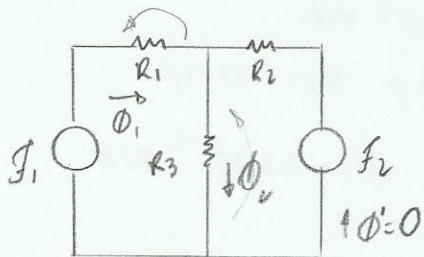
$$f_2 = U_3 + U_e + U_2 = 174,3 + 265,26 + 187,5 = 627,06 \text{ A} \therefore \underline{I_2 = 6,27 \text{ A}}$$



Ex 14)

Aço lúndido com  $e = 16 \text{ cm}$

Circuito equivalente



$$\Phi_1 = \Phi_2$$

$$I_1 = 500 \times 0,15 = 250 \text{ Aesp}$$

$$H_1 = \frac{250}{l} ; l = [2 \times (8+5) + 10+5] \cdot 10^{-2} = 0,41$$

$$\therefore H_1 = 609,8 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \therefore B = 0,94 \text{ T}$$

$$\therefore \Phi_1 = 0,94 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 10^{-4} = 7,52 \cdot 10^{-3}$$

x Qual o fluxo <sup>na perna esquerda</sup> e a corrente na bobina da perna direita?

Condições:  $\Phi = 0$

$$I_1 = U_1 + U_3$$

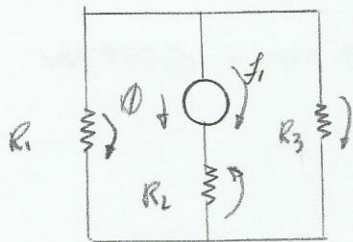
$$I = NI = Hl$$

Dúvida

Ex 15)

Uss trato 72-29

b) Circuito equivalente



$$\Phi = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

a) Trecho \$R\_2\$

$$S_2 = 4 \times 2 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^{-4}$$

$$B = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T} \therefore H = 200 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l = 8 + 2 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m} \therefore U_2 = 20 \text{ Aesp}$$

Trecho \$R\_3\$

$$S_3 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{8 \cdot 10^{-4} / 2}{4 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T} \therefore H = 200 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$\therefore l = 2 \times (8 + 2 + 1) + 8 + 2 = 32 \text{ cm} = 0,32 \text{ m}$$

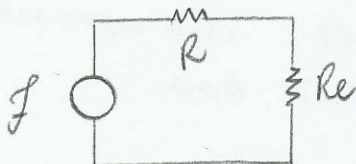
$$\text{logo } U_3 = 200 \times 0,32 = 64 \text{ Aesp}$$

$$I_1 = 64 + 20 = \underline{84 \text{ Aesp}}$$

Ex 16) Aço lundido

$$N = 600 \text{ esp. } \mathcal{F} = 600 \text{ Aesp}$$

Circuito equivalente.



Admitindo a forcomagnomotriz aplicada em uma do entre ferro, temos

$$\mathcal{F} = Hl \therefore H_c = \frac{600}{1 \cdot 10^{-3}} = 600 \text{ 000}$$

$$B = 800 \text{ 000} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$\therefore B = 1,01 \text{ T}$$

$$\Phi = B \cdot S = 1,01 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 4,02 \cdot 10^{-4}$$



No trecho do material:

$$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{4,02 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1,005 \text{ T} \quad \therefore H = 660 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l = 2 \times \left( 8 + 2 + 1 + \frac{8 - 0,1}{2} \right) + 8 + 2 = 39,9 \text{ cm} = 0,399 \text{ m}$$

$$U_1 = 660 \times 0,399 = 263,34 \text{ Aesp}$$

$$I_1 = 263,34 + 800 = 1063,34$$

$$\begin{array}{r} 1063,34 - 100 \\ 800 - x \end{array} \quad \therefore x = 75,23\%$$

$$\Phi_1 = 4,02 \cdot 10^{-4} \rightarrow \Phi_2 = 3,02 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

2ª tentativa

$$B = \frac{3,02 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,76 \text{ T} \quad \therefore H = 480 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$U_2 = 480 \cdot 0,399 \quad \therefore U_2 = 191,52 \text{ Aesp}$$

$$H_e = \frac{0,76}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 604789 \quad \therefore U_e = 604,8 \text{ Aesp}$$

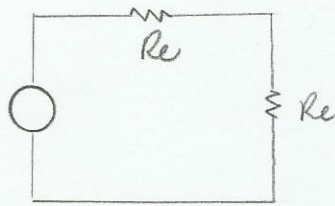
$$I = 191,52 + 604,8 = 796,32$$

Como ;  $\begin{array}{r} 786,32 - 100 \\ 800 - x \end{array} \quad \therefore x = 100,46\%$  com diferença de 0,46%, essa aproximação está boa.

$$\therefore \Phi = 0,76 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = \underline{3,02 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$$

Ex 17) USS TRAF 72-29

Circuito equivalente



$$S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$F_e = 600 \text{ Aesp}$$

$$U = \frac{B}{H}$$

a)  $600 = H \cdot 2 \cdot 10^{-3} \therefore H = 300\,000 \therefore B = 300\,000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} = 0,377 \text{ T}$

Para 0,38 T temos  $H = 50 \text{ Aesp}$   $l = 39,8 \text{ cm} = 0,398 \text{ m}$

$$\therefore U = 50 \cdot 0,398 = 19,9$$

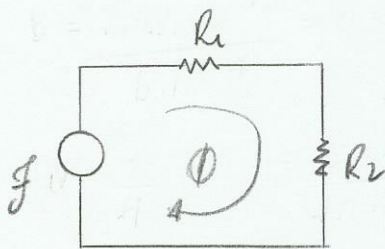
$$F_i = 600 + 19,9 = 619,9$$

$$619,9 = 400 I \therefore \underline{I = 1,55 \text{ A}}$$

b) = 19,9 Aesp

Ex 18)

Circuito equivalente



$$\Phi = 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Não "bater" a resposta

Trecho USS Trafo

$$S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{6,0 \cdot 10^{-4}}{6,0 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T} \text{ logo } H = 200 \text{ Aesp/m}$$

$$l = (9+1) \cdot 2 + 8 + 2 = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m} \quad U_0 = 60 \text{ Aesp}$$

Trecho Ao Kundido

$$S = 12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{6,0 \cdot 10^{-4}}{12,0 \cdot 10^{-4}} = 0,5 \text{ T} \therefore H = 350 \text{ Aesp} \quad l = 10 \text{ cm}$$

$$U = 35 \quad F = 35 + 60 = 500 I \therefore I = 0,19 \text{ A}$$



**FALCULDADE DE ENGENHARIA INDUSTRIAL ELÉTRICA**

**CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA**

**1ª. LISTA DE EXERCÍCIOS - Professor : Ronaldo Soares**

Ex1) - Defina cada um dos termos abaixo, em três linhas no máximo:

- a) Material paramagnético.
- b) Material diamagnético.
- c) Material ferromagnético.

Ex2) - Defina cada um dos termos abaixo, em três linhas no máximo:

- a) Indução residual.
- b) Ciclo de Histerese.
- c) Campo coercitivo.
- d) Região de saturação do material magnético.
- e) Esboce nos eixos vertical (B) e no horizontal (H) os gráficos de uma material ferromagnético . Esboce o material: ar.
- f) Preencha uma tabela com as definições, exemplos e aplicações dos materiais diamagnéticos, paramagnéticos e ferromagnéticos.

Ex3) - Descreva o ciclo de histerese e desenhe o mesmo, indicando os principais pontos.

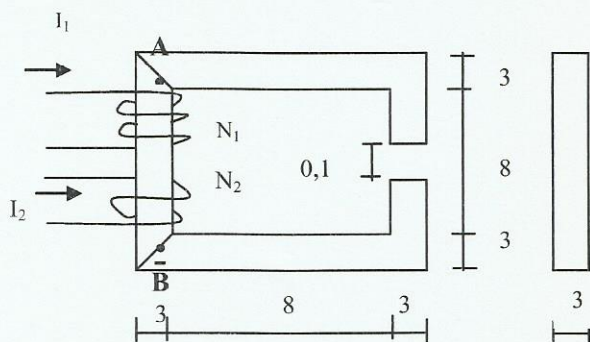
Ex4) - O que você entende por permeabilidade magnética? E permeabilidade relativa?

Ex5) - Defina campo magnético e sua unidade no Sistema Internacional de medidas.

Ex6) - Defina fluxo magnético e indução magnética e suas unidades no SI e no cgs.

Ex7) - No gráfico  $B = f(H)$  esboce 2 curvas de 2 núcleos: um com entreferro e outro sem entreferro. Admita mesmo material e mesmas dimensões.

✓ Ex8) - O circuito magnético abaixo é constituído por dois materiais distintos: Permendur (trecho A-B) e Cast Steel (demais trechos). O fluxo é igual a  $5 \cdot 10^{-4}$  [Wb] As dimensões estão dadas em centímetros.



Dados:

$N_1 = 1000$  espiras

$I_1 = 3$  [A]

$N_2 = 800$  espiras

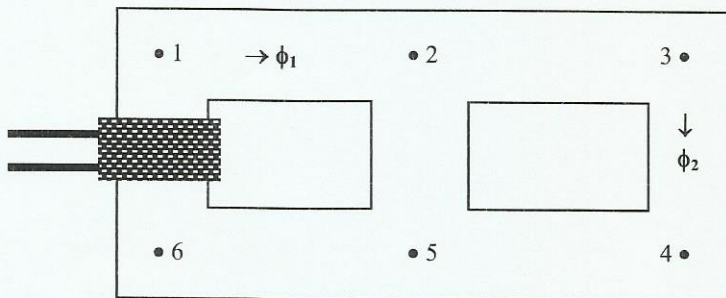
Considerar o espraiamento

Determinar:

- a) calcular a corrente na bobina  $N_2$  ( $I_2$ )
- b) calcular o campo magnético no Cast Steel .(H)
- c) calcular o campo magnético no entreferro ( $H_0$ ).

Resp.: a)  $I = 3,06$  [A]; b)  $H = 380$  [Aesp/m]; c)  $H_0 = 413802,9$  [Aesp/m]

- ✓ Ex 9) - Sabe-se que todos os trechos tem secção transversal de  $4 \text{ cm}^2$ . Os trechos L23 = L34 = L45 tem comprimento médio de 20cm cada um deles . A FMM vale  $F_{23} = F_{34} = F_{45} = 40 \text{ [Aesp]}$ . O material do núcleo é o aço fundido.



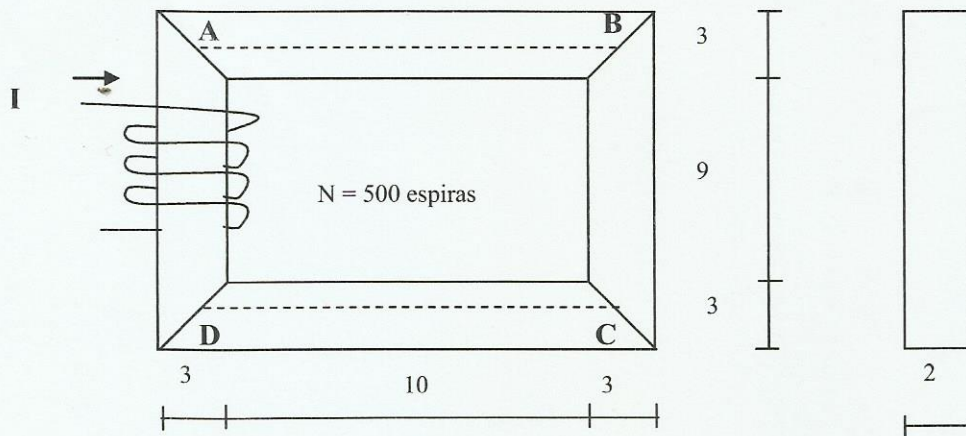
Pede-se:

- fmm entre 2 e 5. ( $F_{25}$ )
- $\Phi_2$  ( no trecho 3-4)
- $\Phi_1$  ( no trecho 1-2)

Resp.; a)  $F_{MM} = 120 \text{ [Aesp]}$ ; b)  $\Phi = 0,72 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$ ; c)  $\Phi = 4,44 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$

- ✓ Ex 10) - O circuito magnético abaixo é constituído por dois materiais distintos: 70,5% Permalloy (trechos AB e CD) e aço fundido (trechos BC e DA). As dimensões estão dadas em centímetros.

A intensidade do campo magnético nos trechos do material Permalloy (trechos AB e CD) é de  $300 \text{ [A esp/m]}$ .



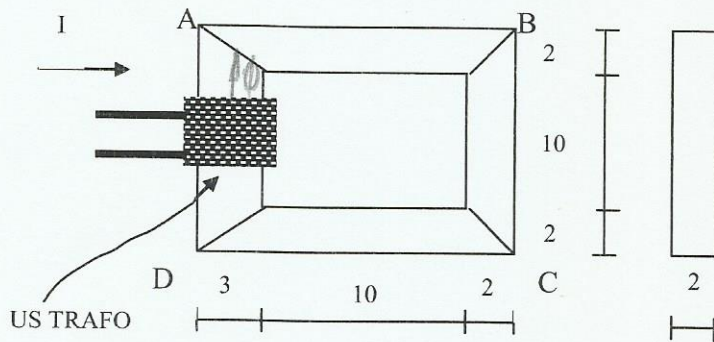
Determinar:

- o fluxo magnético do circuito magnético.
- a permeabilidade relativa o material 70,5% Permalloy.
- corrente elétrica  $I$  nas  $N$  espiras.
- A intensidade do campo magnético, no trecho BC, quando  $\Phi = 5,7 \times 10^{-4} \text{ [Wb]}$ .

Resp.: a)  $\Phi = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$ ; b) 2785 ; c)  $I = 0,5 \text{ [A]}$ ; d)  $H=630 \text{ [Aesp/m]}$



- ✓ Ex 11) - O núcleo abaixo é constituído por 2 materiais ( Aço fundido e US Trafo). Sabe-se que a intensidade do campo magnético nos trechos com material aço fundido (trechos AB; BC e CD) vale  $600 \text{ [Aesp/m]}$ . O trecho DC, onde está a bobina é feito de US Trafo. O núcleo está alimentado com corrente elétrica contínua e o número de espiras é  $N = 500$  espiras. As dimensões estão em centímetros.

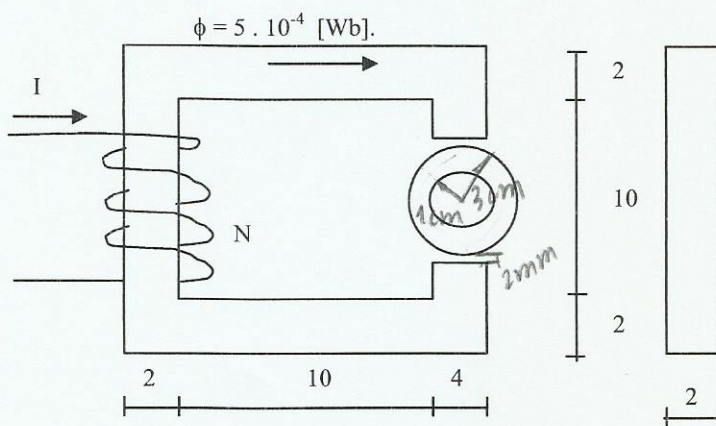


Determinar:

- corrente  $I$ .
- indução magnética no trecho DA ( US Trafo).
- Colocando-se uma segunda bobina de 100 espiras no trecho BC, qual a tensão induzida nesta bobina? Justifique.

Resp.: a)  $I = 0,46 \text{ [A]}$ ; b)  $B = 0,62 \text{ (T)}$ ; c)  $V = 0 \text{ [V]}$

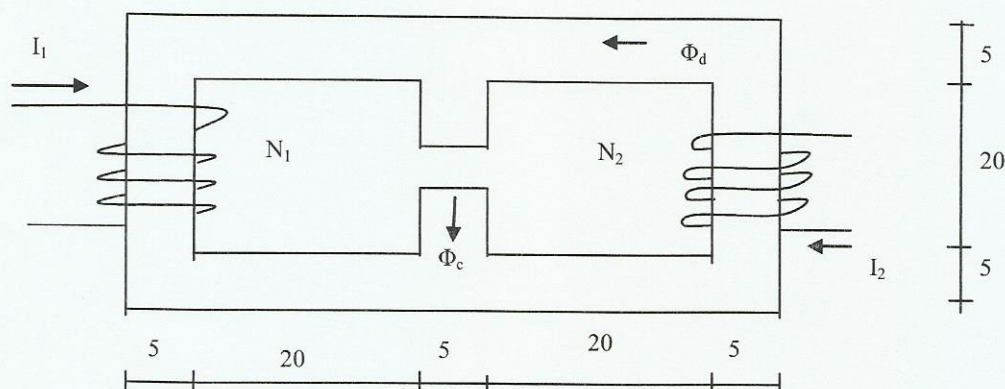
- ✓ Ex 12) - O núcleo abaixo é composto por estator e rotor feitos com material "CAST STEEL", onde uma bobina de  $N$  espiras é enrolada sobre o estator. O rotor é cilíndrico com raio externo igual a  $3 \text{ cm}$  e raio interno igual a  $1 \text{ cm}$ . Cada entreferro possui  $2 \text{ mm}$  de comprimento. Sabendo que a seção transversal é retangular e constante ao longo do núcleo e que deve-se desprezar o efeito do espraiamento, determine:



- força magnetomotriz para obter um fluxo magnético de  $5 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$ .
- Força magnetomotriz no rotor.
- Relutância total do entreferro.
- Intensidade do campo magnético no material ferromagnético.

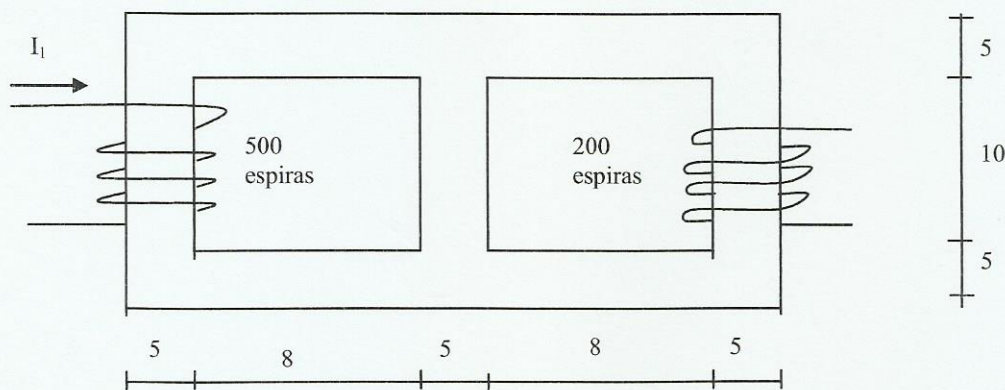
Resp.: a) FMM = 2471 [Aesp]; b) 26,38 [Aesp]; c)  $R = 3,98 \cdot 10^6$  [Aesp/Wb]; d)  $H = 1150$  [Aesp/m] e  $H = 420$  [Aesp/m]

- Ex. 13) – No circuito magnético abaixo, com espessura de 12 centímetros e entreferro de 1mm, é feito de material ferro fundido, deseja-se obter um fluxo magnético de  $0,8 \cdot 10^{-3}$  [Wb] na perna direita e um fluxo magnético de  $2,0 \cdot 10^{-3}$  [Wb] na perna central, com sentidos indicados nos trechos. Determinar as correntes  $I_1$  e  $I_2$  nas bobinas  $N_1 = 200$  espiras e  $N_2 = 100$  espiras? Dimensões em cm.



Resp.:  $I_1 = 3,61$  [A];  $I_2 = 6,14$  [A]

- Ex 14) – No circuito magnético abaixo, o núcleo é feito de aço fundido, com profundidade de 16cm. Deseja-se um fluxo de  $0,0$  mWb na perna da direita e para isto aplica-se  $0,5$  [A] na bobina da perna esquerda. Qual deverá ser o fluxo na perna da esquerda e a corrente na bobina da perna direita?

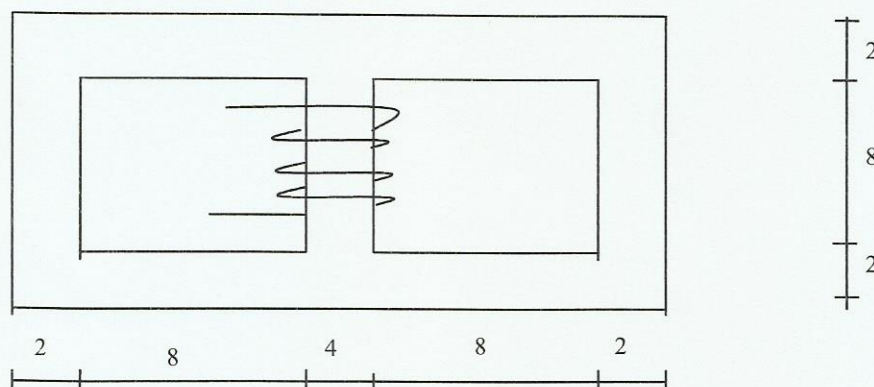


Resp.:  $\Phi = 5,44 \cdot 10^{-3}$  [Wb];  $I_2 = 0,335$  [A]



Ex .15)–No núcleo abaixo feito de material USSTRAFO 72-29, o fluxo total vale  $8 \cdot 10^{-4} \text{Wb}$ . A bobina está na perna central do núcleo, a espessura do núcleo é de 2 cm e as dimensões estão em centímetros. Determinar:

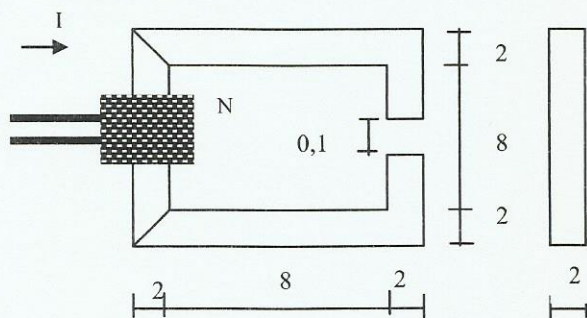
- Força magnetomotriz da bobina.
- o circuito elétrico análogo.
- Força magnetomotriz do trecho 3-4 (perna da direita).
- Intensidade do campo magnético no trecho 5-6



Resp.: a)  $FMM = 84 \text{ [Aesp]}$ ; c)  $20 \text{ [Aesp]}$ ; d)  $H = 200 \text{ [Aesp/m]}$

Ex 16) - O núcleo abaixo é feito de aço fundido e o entreferro possui faces planas e paralelas. A força magnetomotriz imposta pela bobina de 800 espiras é de 800 (Aesp). O entreferro mede 1mm.

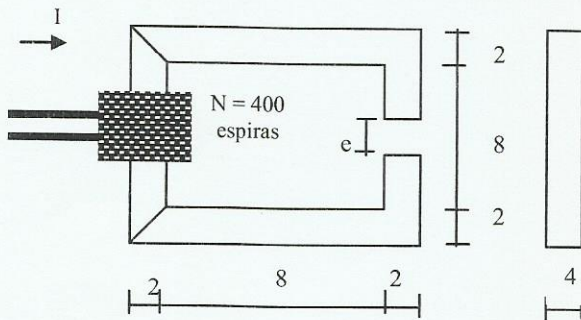
Determine o fluxo magnético no núcleo pelos dois métodos (iterativo e gráfico). As dimensões estão dadas em centímetros.



Resp.:  $\Phi = 3,25 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$

Ex 17) - O núcleo abaixo é feito de material USS TRAF0 72-29, possuindo entreferro de 2mm. Todas as dimensões estão em centímetros, com a FMM sobre o entreferro igual a 600 [Aesp]. Determine:

- circuito elétrico análogo.
- A corrente  $I$  na bobina.
- A FMM sobre a parte de material ferromagnético (USS TRAF0 72-29)

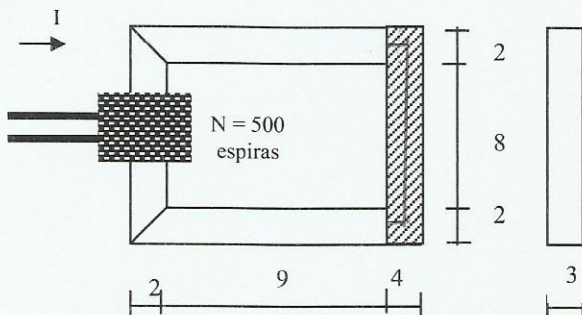


Resp.: b)  $I = 1,56$  [A]; c) FMM = 23,38 [Aesp]

Ex 18) - O núcleo abaixo é feito de material USS TRAF0 72-29, parte lisa, e aço fundido na parte hachurada. Deseja-se um fluxo magnético de  $6,0 \cdot 10^{-4}$  [WB].

Determine sabendo que as dimensões estão em centímetros::

- circuito elétrico análogo.
- a corrente  $I$  na bobina.
- A densidade de fluxo no trecho vertical onde está localiza a bobina.



Resp.: b)  $I = 0,22$ [A]; c)  $B = 1$ (T).



# Exercícios sobre circuitos magnéticos

## Exercício 1)

$S = 8 \text{ cm}^2$     $l = 0,6 \text{ m}$     $N = 300 \text{ esp.}$

Aço Rendido



a) 1 A

$F = 300 \cdot 1 = 300 \text{ Aesp}$

$300 = H \cdot l$ ;    $l = 0,6$

$H = \frac{300}{0,6} = 500 \text{ Aesp} \quad \therefore \quad B = 0,78$

$\Phi = 0,78 \times 8 \cdot 10^{-4} = \underline{6,24 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$

b) 2 A

$F = 300 \times 2 = 600 \text{ Aesp}$

$600 = H \times 0,6 \quad \therefore \quad H = 1000 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad \therefore \quad B = 1,2$

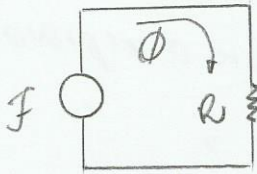
$\Phi = 1,2 \times 8 \cdot 10^{-4} \quad \therefore \quad \Phi = \underline{9,6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$

## Exercício 2)

(cast steel)

Circuito-equivalente

$e = \frac{A_{\text{mag}}}{A_{\text{geo}}}$



$\Phi = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$

$e = 0,95$

$A_{\text{geo}} = 2 \times 4 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^{-4} \quad A_{\text{mag}} = 0,95 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$B = \frac{7,6 \cdot 10^{-4}}{7,6 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T} \quad \therefore \quad H = 670 \text{ Aesp}$

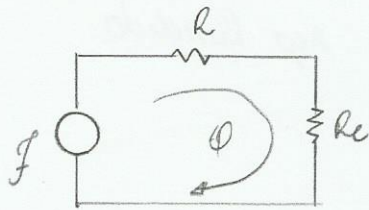
$U = 670 \times l$ ;    $l = 2 \times (2 + 8 + 2 + 2) \cdot 10^{-2} = 28 \cdot 10^{-2}$

$U = 670 \times 0,28 = 187,6 \text{ Aesp}$

$187,6 = 100 i \quad \therefore \quad \underline{i = 1,88 \text{ A}}$

### Exercício 3)

Circuito equivalente:



$$\Phi = 7,6 \cdot 10^{-4}$$

$$e = 0,95$$

$$A_{gio} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_{mag} = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{7,6 \cdot 10^{-4}}{7,6 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T} \quad \therefore H = 670 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l = 16 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,28 \text{ m}$$

$$U = 670 \times 0,28 = 187,6 \text{ Aesp}$$

Entre ferro

$$S_{geo} = (2 + 0,1)(4 + 0,1) \cdot 10^{-4} = 8,61 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{7,6 \cdot 10^{-4}}{8,61 \cdot 10^{-4}} = 0,88 \text{ T} \quad H = \frac{0,88}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 702426 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

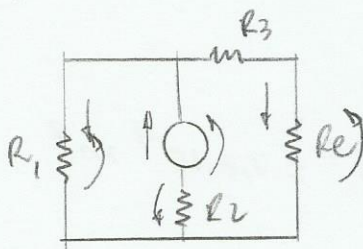
$$U_e = 702426 \times 0,1 \cdot 10^{-2} = 70242,6 \text{ Aesp}$$

$$I_1 = U + U_e = 890,03 \text{ Aesp}$$

$$890,03 = 100 I \quad \therefore I = \underline{8,9 \text{ A}}$$

### Exercício 4) -

Circuito analógico



$$B_e = 0,8 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2} \quad (\text{Hipermix})$$

$$e = 0,9$$

Considere o espraiamento

x Determine  $f_{mm}$  e  $I$ ?

$$H = \frac{0,8}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 636619,77 \quad l = 0,1 \text{ cm} \quad \therefore U_e = 636,62 \text{ Aesp}$$

$$\Phi = B \cdot S \quad ; \quad S = (4 + 0,1)(8 + 0,1) \cdot 10^{-4} = 33,21 \cdot 10^{-4}$$

$$\Phi = 0,8 \times 33,21 \cdot 10^{-4} \quad \therefore \Phi = 26,57 \cdot 10^{-4}$$

trecho R3

$$B = \frac{26,57 \cdot 10^{-4}}{28,8 \cdot 10^{-4}} = 0,92 \text{ T} \quad H = 50 \text{ Aesp/m}$$

$$S_3 = 4 \times 8 \times 0,9 \cdot 10^{-4} = 28,8 \cdot 10^{-4}$$

$$l_3 = 2 \times (40 + 4 + 2) + 12 + 4 - 0,1 = 107,9 \text{ cm} \quad \therefore l_3 = 1,08 \text{ m}$$



$$U_3 = 50 \times 1,08 = 53,95 \text{ Aesp}$$

$$U_1 = U_3 + U_e = 53,95 + 636,62 = 690,57 \text{ Aesp}$$

$$U_1 = H_1 l_1 ; l = 2 \times (40 + 2 + 4) + 12 + 4 = 108 \text{ cm} = 1,08 \text{ m}$$

$$H = \frac{690,57}{1,08} = 639,42 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \therefore B = 1,4 \text{ T}$$

$$\Phi = 1,4 \times 26,8 \cdot 10^{-4} = 40,32 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\Phi_T = 40,32 \cdot 10^{-4} + 26,57 \cdot 10^{-4} = 66,89 \cdot 10^{-4}$$

$$S_2 = 0,8 \cdot 0,9 \cdot 10^{-4} = 57,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

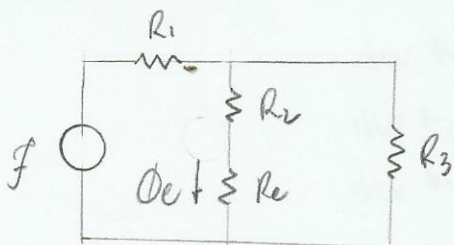
$$B = \frac{66,89 \cdot 10^{-4}}{57,6 \cdot 10^{-4}} = 1,16 \text{ T} \therefore H = 150 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$I = 0,16 \text{ m} \therefore U_2 = 150 \times 0,16 = 24 \text{ Aesp}$$

$$F = 690,57 + 24 = 714,57 \text{ Aesp}$$

$$714,57 = 100 \times I \therefore I = 7,15 \text{ A}$$

### Exercício 5)



$$e = 0,85$$

$$\Phi_e = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

(cast steel)  
 x calcule a força magnetomotriz e a corrente de excitação.

$$S_e = 5 \times 6 \cdot 10^{-4} = 30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{30 \cdot 10^{-4}} = 0,2 \text{ T}$$

$$H = \frac{0,2}{4\pi \cdot 10^{-2}} = 159,155 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$U_e = 159,16 \text{ Aesp}$$

### Trecho R2

$$S_2 = 5 \times 6 \times 0,85 \cdot 10^{-4} = 25,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{25,5 \cdot 10^{-4}} = 0,24 \text{ T} \therefore H = 225 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l = 0,12$$

$$U_2 = 225 \times 0,12 = 45 \text{ Aesp}$$

$$U_3 = U_2 + U_e = 45 + 159,16 = 204,16 \text{ Aesp}$$

$$U_3 = Hl ; l_3 = 2 \times (45 + 5) + 15 + 5 = 120 \text{ cm} = 1,2 \text{ m}$$

$$H = \frac{204,16}{1,2} = 170,13 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad B = 0,15 \text{ T}$$

$$\Phi = 0,15 \times 5 \times 6 \times 0,85 \cdot 10^{-4} = 3,825 \cdot 10^{-4}$$

$$\Phi_T = 3,825 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-4} = 9,83 \cdot 10^{-4}$$

$$B_3 = \frac{9,83 \cdot 10^{-4}}{25,5 \cdot 10^{-4}} = 0,39 \text{ T} \quad H_3 = 300 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$l_3 = 2 \times (70 + 5) + 15 + 5 = 160 \text{ cm} = 1,6 \text{ m}$$

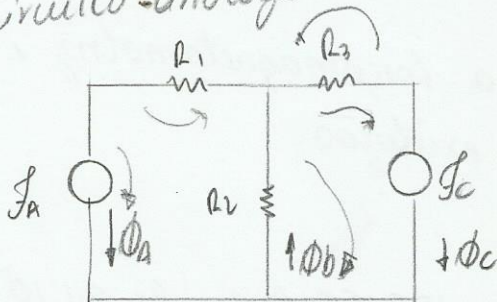
$$U_3 = 300 \times 1,6 = 480 \text{ Aesp}$$

$$I = 210 + 204,16 = \underline{414,16 \text{ Aesp}}$$

$$I = \frac{414,16}{200} = \underline{2,07 \text{ A}}$$

Exercício 6)

Circuito-analogo



lost steel

$$e = 0,9$$

$$\Phi_a = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\Phi_b = 12 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\Phi_c = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$S_1 = S_2 = 4^2 \times 0,9 \cdot 10^{-4} = 14,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_2 = 6 \times 4 \times 0,9 \cdot 10^{-4} = 21,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

trecho 2:

$$B_2 = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{21,6 \cdot 10^{-4}} = 0,56 \text{ T} \quad H = 380 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$$

$$U_2 = 380 \times 0,12 = 45,6 \text{ Aesp}$$

trecho 3:  $B_3 = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{14,4 \cdot 10^{-4}} = 0,28 \text{ T} \quad H = 250 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l_3 = 0,96$

$$U_3 = 115 \text{ Aesp}$$



$$F_c = 45,6 + 115 = 160,6 \text{ Aesp}$$

$$I_c = \frac{160,6}{600} = \underline{\underline{0,27 \text{ A}}}$$

Trecho 1

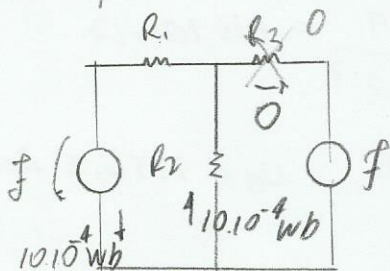
$$B = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{14,4 \cdot 10^{-4}} = 0,56 \quad \therefore H = 380 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l = 0,46 \text{ m} \quad U_1 = 174,8 \text{ Aesp}$$

$$F_a = 45,6 + 174,8 = 220,4 \text{ Aesp}$$

$$I_a = \frac{220,4}{100} = \underline{\underline{2,2 \text{ A}}}$$

Exercício 7)

Circuito equivalente



$$S_1 = 14,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_2 = 21,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Trecho 1

$$B = \frac{10 \cdot 10^{-4}}{14,4 \cdot 10^{-4}} = 0,7 \text{ T} \quad \therefore H = 450 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l = 46 \text{ cm} = 0,46 \text{ m}$$

$$U_1 = 450 \times 0,46 = \underline{\underline{207 \text{ Aesp}}}$$

Trecho 2

$$B = \frac{10 \cdot 10^{-4}}{21,6 \cdot 10^{-4}} = 0,46 \text{ T} \quad \therefore H = 325 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}} \quad l = 12 \text{ cm}$$

$$U_2 = 325 \times 0,12 = 39 \text{ Aesp}$$

$$F_1 = 207 + 39 = 246 \text{ Aesp} \quad 246 = 100 I \quad \therefore I = \underline{\underline{2,47}}$$

$$F_2 = U_2 = 39 \text{ Aesp} \quad 39 = 600 I \quad \therefore I = \underline{\underline{65 \text{ mA}}}$$

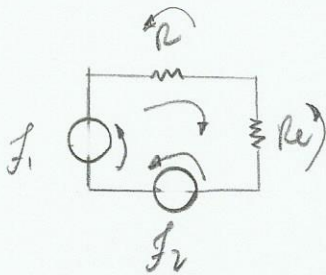
### Exercício 8)

USS TRAF0 72-29 .  $e=0,9$   $l_m=0,75m$  (parte de aço)

$$S = 6 \times 8 \times 0,9 \cdot 10^{-4} = 43,2 \cdot 10^{-4} m^2$$

$\Phi_c = 4mWb$   $N_A = 1000$  esp.  $I_A = I_B = 6A$  + Determine o número de espiras.

Circuito análogo



Trecho Ato

$$B = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{43,2 \cdot 10^{-4}} = 0,93T \therefore H = 175 \frac{A \cdot esp}{m}$$

$$\therefore U = 175 \times 0,75 = 131,25 A \cdot esp$$

Trecho entre ferro

$$S_c = (6+0,2)(8+0,2) \cdot 10^{-4} = 50,84 \cdot 10^{-4}$$

$$B = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{50,84 \cdot 10^{-4}} = 0,79T \therefore H = \frac{0,79}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 626101,27$$

$$\therefore U_c = 626101,27 \times 0,2 \cdot 10^{-2} \therefore U_c = 1252,2 A \cdot esp$$

$$I_1 + I_2 \cdot U - U_c = 0$$

$$I_2 = 131,25 + 1252,2 - 6000 = 4616,5$$

$$\therefore N_2 = \frac{4616,5}{6} = 769 \text{ esp}$$

### Exercício 9)

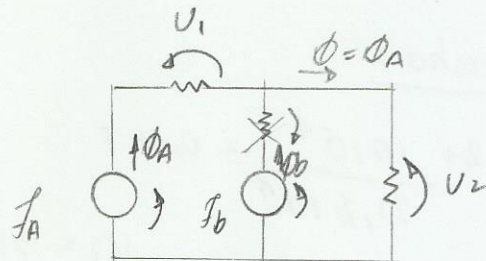
USS TRAF0 72-29

$$S = 8^2 \cdot 10^{-4} = 64 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$I_A = 500 A \cdot esp$$

$$I_A = U_1 + U_2 ; U_1 = U_2$$

$$I_A = 2U \therefore U = 250 A \cdot esp$$



$$I_B = 250 = NI ; N = 200$$

$$\therefore I = \frac{250}{200} = \underline{\underline{1,25 A}}$$



Exercício 10)

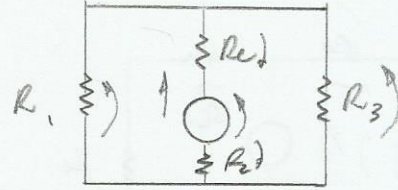
Cast Steel

$$S = 5^2 \cdot 10^{-4} = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$f = 1000 \text{ Acsp}$$

$$l_e = 0,2 \text{ cm}$$

Determine o fluxo do entreferro.



Admitindo a curva magnomotriz no entreferro

$$1000 = H \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} \therefore H = 500\,000 \frac{\text{Acsp}}{\text{m}} \quad \mu = \frac{B}{H}$$

$$B = 500\,000 \times 4\pi \cdot 10^{-7} = 0,63 \text{ T}$$

$$\Phi_e = 0,63 \cdot 27,04 \cdot 10^{-4} = 16,99 \cdot 10^{-4} \text{ wb} \quad S_c = (5 + 0,2)^2 = 27,04 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

trecho R2

$$B = \frac{16,99 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} = 0,68 \therefore H = 450 \frac{\text{Acsp}}{\text{m}} \quad l = 25 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$U_2 = 450 \times 0,25 = 112,5 \text{ Acsp}$$

trecho R3

$$B = \frac{16,99 \cdot 10^{-4} / 2}{25 \cdot 10^{-4}} = 0,34 \text{ T} \therefore H = 275 \frac{\text{Acsp}}{\text{m}} \quad l = 65 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$U = 275 \cdot 0,65 = 178,75 \text{ Acsp}$$

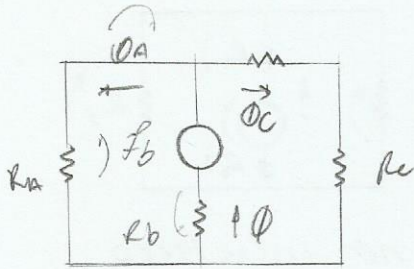
$$I_2' = 1000 + 112,5 + 178,75 = 1291,25$$

$$\frac{1291,25 - 1000}{1000} = x \therefore x = 77,44\%$$

$$\Phi' = 16,99 \times 0,77 \cdot 10^{-4} = \underline{\underline{13,16 \cdot 10^{-4} \text{ wb}}}$$

Exercício 11)

Circuito equivalente



$$\Phi = 7 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

Trecho B

$$B = \frac{7 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-4}} = 1,17 \text{ T} \quad \therefore H = 900 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$U_e = 900 \cdot 30 \cdot 10^{-2}$$

$$U_e = 270 \text{ Aesp}$$

$$\Phi = B \cdot S$$

$$\Phi_A = B_A \cdot 40 \cdot 10^{-4} \quad \Phi_C = 40 \cdot 10^{-4} B_C \quad ; \quad B_A = B_C \text{ pois possui a mesma seção transversal}$$

$$\Phi = \Phi_A + \Phi_C$$

$$7 \cdot 10^{-3} = (40B + 40B) \cdot 10^{-4} \quad \therefore B = 0,88 \text{ T} \quad H = 560 \text{ Aesp}$$

$$U_A = 560 \times 0,72 = 403,2 \text{ Aesp}$$

$$U_C = 560 \times (60 - 0,11) \cdot 10^{-2} = 447,44 \text{ Aesp}$$

$$I_b = 403,2 + 270 = 673,2 = 1000 i \quad \therefore i = 0,67 \text{ A}$$

Dúvida?



CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA I – Prof. Ronaldo Soares

EXERCÍCIOS SOBRE CIRCUITOS MAGNÉTICOS

**Exercício 1)** - Um toróide de aço fundido de seção transversal uniforme de  $8\text{cm}^2$ , tem uma circunferência média de  $0,6\text{m}$ . A bobina de excitação é enrolada uniformemente em volta do toróide e tem 300 espiras. Encontre o fluxo em Wb quando uma corrente contínua na bobina de excitação vale: a)  $1\text{ A}$  ; b)  $2\text{ A}$  .

Resp: a)  $\phi = 6,24 \cdot 10^{-4}\text{Wb}$ ; b)  $\phi = 9,6 \times 10^{-4}\text{Wb}$ .

Quando a corrente é duplicada o valor do fluxo também se duplica? Calcule a corrente cc para obter um fluxo no toróide de  $8 \times 10^{-4}\text{ Wb}$ .

Resp: Somente se estivermos trabalhando no trecho linear;  $I = 1,34\text{ A}$  .

**Exercício 2)** - Encontre a corrente contínua em Amperes necessária para estabelecer  $7,6 \times 10^{-4}\text{ Wb}$  na estrutura magnética mostrada na figura. O núcleo foi construído com chapas de aço (Cast Steel) com um fator de empilhamento de  $0,95$ . Resp:  $I = 1,87\text{ A}$



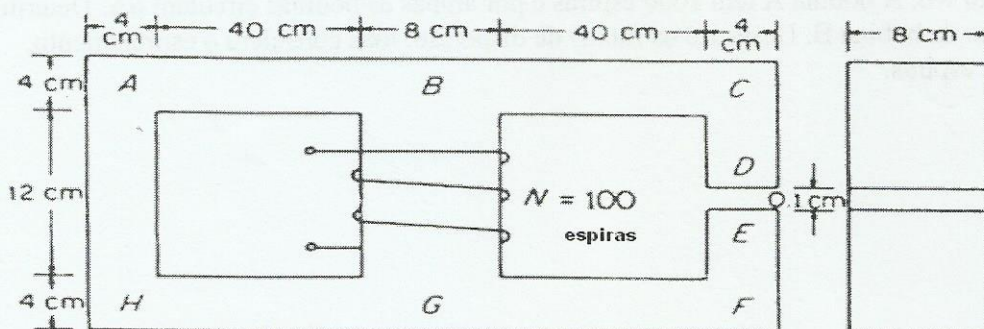
PROB. 2-2

**Exercício 3)** - De que valor deverá ser incrementada a corrente no problema 2 se um entreferro de  $0,1\text{cm}$  é intercalado no núcleo? Considere no entreferro o efeito de espraiamento e despreze os fluxos de dispersão.

Resp:  $I = 8,87\text{ A}$  .

**Exercício 4)** - Na estrutura magnética mostrada na figura, a densidade de fluxo no entreferro é de  $0,8\text{ [Wb/m}^2\text{]}$ . O núcleo foi feito de material chamado de Hipermix, com um fator de empilhamento de  $0,9$ . Encontre a força magnetomotriz e a corrente da bobina de excitação. Considere o espraiamento no entreferro, mas despreze os fluxos de dispersão.

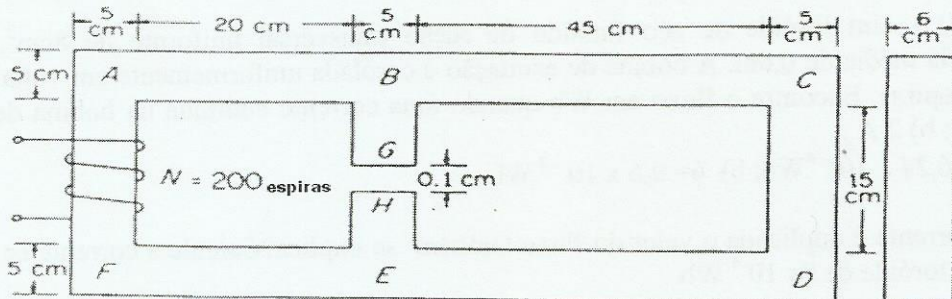
Resp:  $F_{mm} = 729\text{ Aesp}$  ;  $I = 7,29\text{ A}$  .



PROB. 2-4

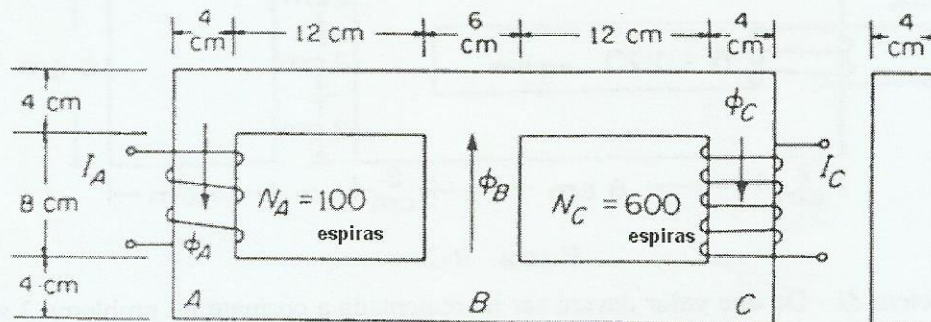


**Exercício 5)** - O núcleo magnético mostrado na figura foi feito de chapas de aço (Cast Steel). O fator de empilhamento é 0.85. O fluxo no entreferro é de  $6 \times 10^{-4}$  Wb. Calcular a Forçamagnetomotriz e a corrente no enrolamento de excitação. Despreze os efeitos de espraiamento e do fluxo de dispersão.  
 Resp:  $F_{mm} = 406$  Aesp;  $I = 2,03$  A .



PROB. 2-5

**Exercício 6)** - O núcleo magnético da figura abaixo foi feito de chapas de aço (Cast Steel). O fator de empilhamento é 0.9. Os fluxos nas 3 pernas são:  $\phi_a = 8 \times 10^{-4}$  Wb ;  $\phi_b = 12 \times 10^{-4}$  Wb ;  $\phi_c = 4 \times 10^{-4}$  Wb, nos sentidos indicados. Encontre a corrente em cada bobina indicando a sua intensidade e sentido.  
 Resp:  $i_a = 2,18$  A (baixo)  $i_c = 0,26$  A (baixo)

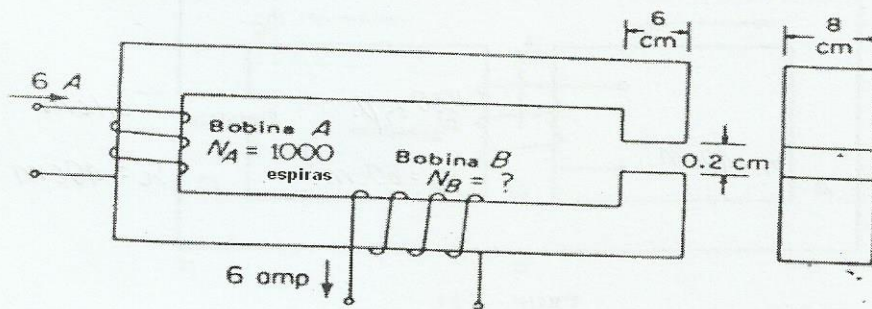


PROB. 2-6

**Exercício 7)** - No problema 6 se os fluxos nas pernas A e B é  $10 \cdot 10^{-4}$  Wb e o fluxo no braço c é zero, encontre a intensidade e sentido das correntes nas duas bobinas de excitação.  
 Resp:  $i_a = 2,47$  A  $i_c = 67$  mA

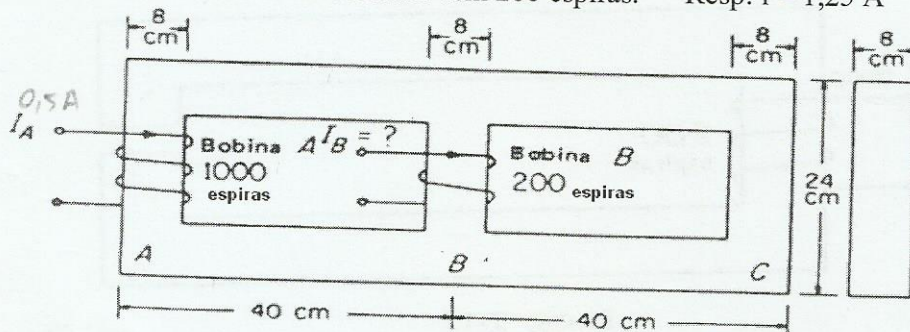
**Exercício 8)** - A estrutura magnética mostrada na figura foi feita de chapas de aço USS TRAF0 72-29. O fator de empilhamento é 0.9. O comprimento médio da trajetória magnética é 0.75m na parte de aço. As medidas da seção transversal são de 6 cm x 8cm. O comprimento do entreferro é de 0.2cm. O fluxo no entreferro é de 4m wb. A bobina A tem 1000 espiras e por ambas as bobinas circulam 6A. Determine o número de espiras da bobina B. Despreze os fluxos de dispersão, mas considere o espraiamento.  
 Resp:  $N_B = 771$  espiras.





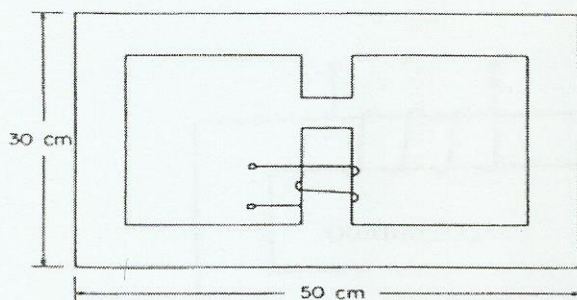
PROB. 2-8

**Exercício 9)** - Um núcleo magnético de USS TRAF0 72-29 da figura abaixo tem uma seção transversal uniforme de 8cm x 8cm com duas bobinas de excitação, uma na perna A e outra na perna B. A bobina A tem 1000 espiras e circula através dela uma corrente de 0,5 A no sentido indicado. Determine a corrente que deve circular na bobina B no sentido indicado com objetivo de que na perna central se tenha um fluxo nulo. A bobina B tem 200 espiras. Resp:  $i = 1,25$  A



PROB. 2-9

**Exercício 10)** - Na estrutura magnética abaixo o material utilizado é aço silício [Cast Steel]. Os dois ramos laterais são simétricos. A seção transversal da estrutura tem um valor de 5cm x 5cm e é uniforme. A Forçamagnetomotriz da bobina é de 1000 [Aesp] e o comprimento do entreferro é 0.2cm. Determine o fluxo no entreferro. Despreze os fluxos de dispersão, mas considere o efeito de espraioamento no entreferro. Resp:  $\phi = 1,275$  m Wb



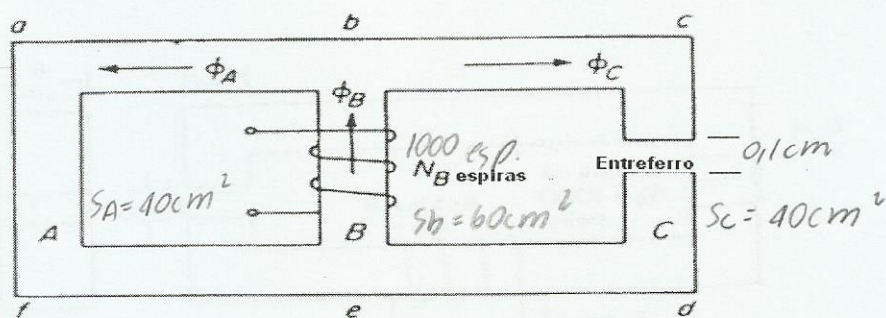
PROB. 2-10

**Exercício 11)** - No núcleo magnético da figura abaixo, calcule a corrente necessária para estabelecer um fluxo de 7m Wb na perna central.  $L_{baf} = 72$ cm,  $L_{be} = 30$ cm e  $L_{bcde} = 80$ cm. O comprimento do entreferro é igual a 0.1cm, a área da seção transversal da perna A é  $40\text{cm}^2$ , da perna B é  $60\text{cm}^2$  e da perna C é  $40\text{cm}^2$ . O número de espiras da bobina B é 1000. Material utilizado: Cast Steel. Despreze o espraioamento no entreferro e a dispersão do fluxo. Considere  $\mu$  constante.

Resp:  $i = 0.96$ A

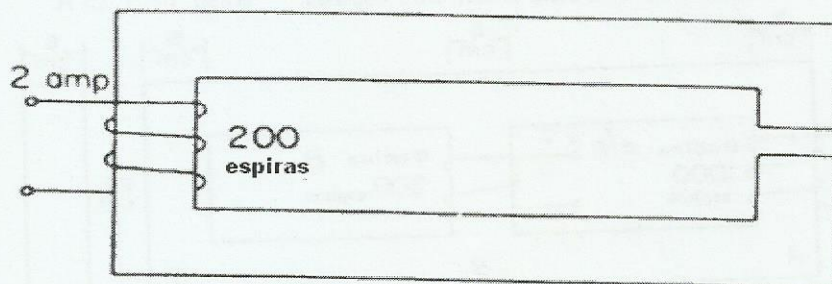


$L_{baf} = 72 \text{ cm}$   
 $L_{be} = 30 \text{ cm}$   
 $L_{bcde} = 80 \text{ cm}$



PROB. 2-11

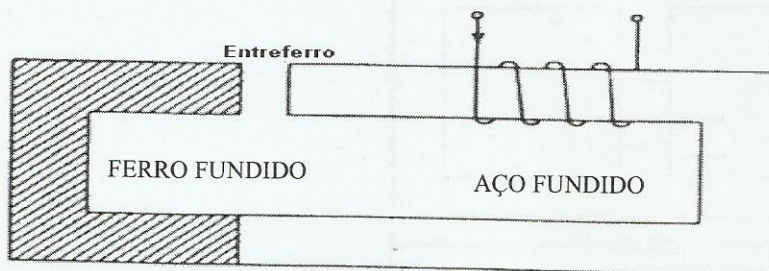
**Exercício 12)** - O núcleo magnético mostrado na figura abaixo foi feito de chapas de aço (Cast Steel) com fator de empilhamento de 0.9. A bobina de excitação tem 200 esp e a corrente que circula por ela é de 2 A . Determine o fluxo no entreferro. Despreze o fluxo de dispersão mas considere o espraiamento no entreferro. O comprimento médio da trajetória magnética no aço é de 80cm e o comprimento do entreferro de 0.1cm. A seção transversal do núcleo é uniforme e vale 5cm x 5cm.  
 Resp:  $\phi = 0,65 \text{ m Wb}$



PROB. 2-12

**Exercício 13)** - O núcleo magnético mostrado abaixo consiste de 3 seções feitas de ferro fundido, aço fundido e entreferro. Encontre a corrente, sabendo que o fluxo no entreferro vale  $4,8 \times 10^{-4} \text{ Wb}$  e o número de espiras é igual a 800. A área da seção transversal é uniforme e vale 3cm x 4cm. Os comprimentos médios são: ferro fundido = 40cm , aço fundido = 50cm. O comprimento do entreferro é 0.1cm. Despreze o espraiamento no entreferro e a dispersão de fluxo.

Resp:  $I = 1,08 \text{ A} .$



PROB. 2-13



## Perda no ferro

$$P_{Fe\ total} = P_h + P_F + P_A$$

$P_h$ : Perda de histerese

$P_F$ : Perda Foucault

$P_A$ : Perda anômala

$$P_h = \sigma f \cdot k_h \cdot B_m^n$$

$$P_F = k_f f^2 B_m^2 \tau^2 \sigma$$

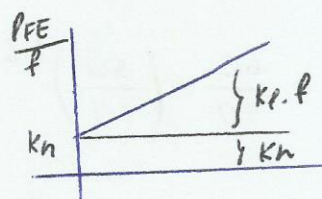
$$P_h = k B^n \cdot f$$

$$P_F =$$

Separação das perdas no ferro

$$P_{Fe} = P_h + P_F = k_h \cdot f + k_f \cdot f^2$$

$$\frac{P_{Fe}}{f} = k_h + k_f \cdot f$$



$$P_h = k_h \cdot f \quad P_F = k_f \cdot f^2$$

$$\Phi_{m\max} = \frac{V\phi}{4(f.l).N.f}$$

$$V\phi_{chuz} = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{m\max}$$

$$N \quad f.l = 1,11$$

$$N \quad f.l = 1,15$$

$$\Pi \quad f.l = 1,00$$

## Exercícios do livro

"Conversão eletromecânica de energia"

### Exercício 2.14:

$$P_h = 42W \quad v(t) = \sqrt{2} \cdot 400 \sin(377t) \text{ (V)}$$

\* Determinar as perdas de histerese para as seguintes condições

a) tensão 440 V (eficaz)

$$P_h = k \cdot B^n \cdot f$$

$$P_h = \left( \frac{400}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S} \right)^n \cdot k \cdot f$$

$$V = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{m\max}$$

$$P_h' = \left( \frac{440}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S} \right)^n \cdot k \cdot f$$

$$B = \frac{V}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S}$$

$$\frac{P_h}{P_h'} = \left( \frac{400}{440} \right)^{1,6} \quad \therefore P_h = 0,86 P_h'$$

$$P_h' = \frac{42}{0,86} = 48,92W$$

b) Para  $f' = 50 \text{ Hz}$

$$P_h = \frac{K_n \cdot v \cdot f \cdot B^n}{K}$$

Para 1ª situação:

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot 400 \sin(377t) \quad \omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{377}{2\pi} = 60 \text{ Hz}$$

$$B = \frac{V}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S}$$

$$\frac{P_h}{P_h'} = \frac{K \cdot 60 \cdot \left(\frac{V}{4,44 \cdot 60 \cdot N \cdot S}\right)^{1,6}}{K \cdot 50 \cdot \left(\frac{V}{4,44 \cdot 50 \cdot N \cdot S}\right)^{1,6}}$$

$$\frac{P_h}{P_h'} = \frac{60}{50} \times \left(\frac{50}{60}\right)^{1,6} = 0,896$$

$$P_h' = \frac{42}{0,896} = 46,86 \text{ W}$$

Exercício 2.15:

$P_F = 55 \text{ W}$ ; Qual a nova perda para  $\delta' = 2\delta$

$$P_F = K \cdot v \cdot B^2 \cdot e^2 \cdot f^2$$

$$\frac{P_F'}{P_F} = \frac{K \cdot v \cdot B^2 \cdot 4e^2 \cdot f^2}{K \cdot v \cdot B^2 \cdot e^2 \cdot f^2} \quad \therefore P_F' = 4 P_F = 4 \cdot 55 = 220 \text{ W}$$

Exercício 2.16:

$$v = 1800 \text{ cm}^3 \quad P_h = 10 \text{ W} \quad f = 25 \text{ Hz} \quad B = 1,1 \text{ Wb/m}^2$$

$$f' = 60 \text{ Hz} \quad e \quad n = 1,6$$

$$(\text{cm})^3 = (0,1 \text{ m})^3$$

a)  $P_h'$  para  $f'$

$$P_h = \frac{v \cdot K \cdot B^n \cdot f}{K_h} \quad \frac{P_h'}{P_h} = \frac{f'}{f} \quad \therefore P_h' = \frac{f'}{f} \cdot P_h \rightarrow P_h' = \frac{60}{25} \times 10 = \underline{\underline{24 \text{ W}}}$$

$$b) r = \frac{60}{25} = 2,4 \quad \therefore B' = \frac{1,1}{2,4} = 0,46$$

$$P_h'' = K \cdot \left(\frac{1,1}{2,4}\right)^{1,6} \cdot 60; \quad K = \frac{10}{1,1^{1,6} \cdot 25} = 0,343 \quad \therefore P_h'' = 0,343 \cdot \left(\frac{1,1}{114}\right)^{1,6} \times 60$$

$$\therefore P_h'' = 5,91 \text{ W}$$



Exercício 15)

$P_h = 72 \text{ W}$     $v(t) = 110\sqrt{2} \cos(377t)$     $n = 1,8$

a)  $P_h' = ?$  para  $v_{\text{eff}} = 440 \text{ V}$

$P_h = \frac{v \cdot k n}{k} B^n \cdot f$     $B = \frac{v}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S}$

$P_h = K \cdot \left( \frac{v}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S} \right)^n$     $\frac{P_h'}{P_h} = \frac{K \left( \frac{440}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S} \right)^{1,8}}{K \left( \frac{110}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S} \right)^{1,8}}$

$\frac{P_h'}{P_h} = \left( \frac{440}{110} \right)^{1,8} \therefore P_h' = \left( \frac{440}{110} \right)^{1,8} \times P_h$  para  $P_h = 72$  temos  $P_h' = \underline{873 \text{ W}}$

b)  $P_h'' = ?$  para  $f'' = 30 \text{ Hz}$

$P_h = \frac{k n \cdot v}{k} B^n \cdot f$     $B = \frac{v}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot S}$

$\omega = 377$   
 $f = \frac{377}{2\pi} = 60$

$\frac{P_h''}{P_h} = \frac{K \cdot \left( \frac{v}{4,44 \cdot 30 \cdot N \cdot S} \right)^{1,8} \cdot 30}{K \cdot \left( \frac{v}{4,44 \cdot 60 \cdot N \cdot S} \right)^{1,8} \cdot 60}$

$\frac{P_h''}{P_h} = \left( \frac{60}{30} \right)^{1,8} \times \frac{30}{60} \therefore P_h'' = \left( \frac{60}{30} \right)^{1,8} \times \frac{30}{60} \times 72 \therefore P_h'' = \underline{125,36 \text{ W}}$

Exercício 16)

$P_T = 92 \text{ W}$     $i = 2 \text{ A}$     $V = 100 \text{ V}$

$P = VI$

26

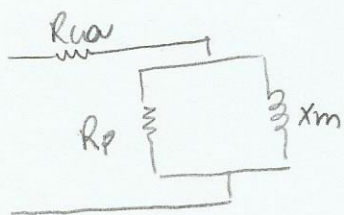
$P_F = 62 \text{ W}$     $R_{ca} = 1 \Omega$     $n = 2$

$P = R \cdot I^2$

12,8

23,9

a)  $P_h = ?$



$P_T = P_{FE} + R_{ca} I^2$

$P_{FE} = 92 - 1 \cdot 2^2 \therefore P_{FE} = 88 \text{ W}$

$P_{FE} = P_h + P_F + P_A$

$P_h = 88 - 62 = 26 \text{ W}$

b)  $v' = 200 \text{ V (V)}$     $f' = \frac{f}{2}$

$P_h = \frac{k n \cdot v}{k} B^n \cdot f$

$\therefore B = \frac{v_0}{4 \cdot (f \cdot l) \cdot N \cdot f \cdot S}$

$\phi_{\text{max}} = \frac{v_0}{4 \cdot (f \cdot l) \cdot N \cdot f \cdot S}$

$$P_h = K \cdot \left( \frac{v}{4 \cdot (P.F.) \cdot N \cdot f \cdot S} \right)^2 \cdot l$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \frac{K \left( \frac{200}{4,6 \cdot N \cdot \frac{f}{2} \cdot S} \right)^2 \cdot \frac{l}{2}}{K \left( \frac{100}{4,4 \cdot N \cdot f \cdot S} \right)^2 \cdot l}$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \left( \frac{2 \times 200}{4,6} \div \frac{100}{4,4} \right)^2 \times \frac{1}{2} \quad \text{para } P_h = 26$$

temos  $P_h' = 190,31 \text{ W}$

$$P_F = \sigma \cdot K \cdot B^2 \cdot l^2 \cdot e^2$$

$$\frac{P_F'}{P_F} = \frac{K \cdot \left( \frac{2 \times 200}{4 \times 1,15 \times l \times S} \right)^2 \times \left( \frac{l}{2} \right)^2 \times e^2}{K \left( \frac{100}{4 \times 1,1 \times l \times S} \right)^2 \times l^2 \times e^2}$$

$$\frac{P_F'}{P_F} = \left( \frac{400}{4 \times 1,15} \div \frac{100}{4 \times 1,1} \right)^2 \times \frac{1}{4}$$

para  $P_F = 62$  temos  $P_F' = 226,9 \text{ W}$

### Exercício 17)

$$P_E = 48 \text{ W} \quad ; \quad v(t) = v_{\max} \cos(\omega t)$$

$P_F' = 30 \text{ W}$  e onda  $\perp$  Qual deve ser a nova espessura mantendo o restante constante.

$$P_F = K_f \cdot \sigma \cdot B^2 \cdot l^2 \cdot e^2$$

$$B = \frac{v}{4 \cdot (P.F.) \cdot N \cdot S}$$

$$\frac{P_F'}{P_F} = \frac{K \cdot \left( \frac{v}{4 \cdot (1) \cdot N \cdot S} \right)^2 \cdot l^2 \cdot e'^2}{K \left( \frac{v}{4 \cdot 1,1 \cdot N \cdot S} \right)^2 \cdot l^2 \cdot e^2}$$

$$\frac{30}{48} = \left( 1 \div \frac{1}{1,1} \right)^2 \times \frac{e'^2}{e^2} \quad \therefore e'^2 = 0,517 e^2$$

$$\therefore e' = 0,72 e$$



Exercício 18:

$V = 80 \text{ [Vef]} \quad f = 60 \text{ Hz} \quad P_h = 32 \text{ W} \quad P_F = 58 \text{ W}$

432  
522

Alterando:  $V' = 240 \text{ [Vef]} \quad f' = 40 \text{ Hz} \quad n = 2$

x Quais as novas perdas?

$P_h = k_v \cdot B^n \cdot f \quad B = \frac{V}{4,44 \cdot N \cdot f \cdot S}$

$\frac{P_h'}{P_h} = \frac{K \cdot \left(\frac{240}{4,44 \cdot N \cdot 40 \cdot S}\right)^n \cdot 40}{K \cdot \left(\frac{80}{4,44 \cdot N \cdot 60 \cdot S}\right)^2 \cdot 60}$

$\frac{P_h'}{P_h} = \left(\frac{240}{80} \div \frac{60}{40}\right)^2 \cdot \frac{40}{60}$  Para  $P_h = 32$  temos  $P_h' = 432 \text{ W}$

$P_F = k_F \cdot V \cdot B^2 \cdot f^2 \cdot e^2$

$\frac{P_F'}{P_F} = \frac{K \cdot \left(\frac{240}{4,44 \cdot N \cdot 40 \cdot S}\right)^2 \cdot 40^2 \cdot e^2}{K \cdot \left(\frac{80}{4,44 \cdot N \cdot 60 \cdot S}\right)^2 \cdot 60^2 \cdot e^2}$

349,5  
49,18

$\frac{P_F'}{P_F} = \left(\frac{240}{80} \div \frac{60}{40}\right)^2 \cdot \left(\frac{40^2}{60^2}\right)$  Para  $P_F = 58$  temos  $P_F' = 522 \text{ W}$

Exercício 19 e Exercício 20 - Responder depois

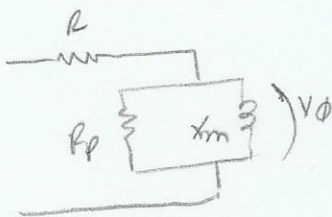
Exercício 21)

$v(t) = 140 \cos(377t) \text{ [V]} \quad I = 2 \text{ A} \quad W = 45 \text{ W} \quad R_{ii} = 4 \Omega$

$\cos \phi = \frac{45}{98,99 \cdot 2}$

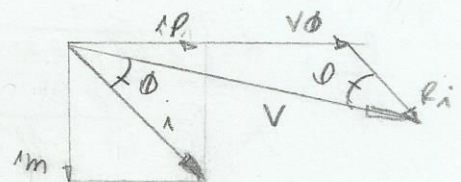
$\therefore \cos \phi = 0,23$

$V = \frac{140}{\sqrt{2}} = 98,99 \text{ V}$  x Determinar:  $R_p$  e  $X_m$



$W = \frac{V_0^2}{R_p} + R \cdot I^2$

$45 = \frac{97,37^2}{R_p} + 4,4 \cdot 2^2$



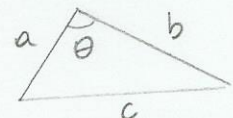
$R_p = 346,04 \Omega$  lambrite

$V_0^2 = V^2 + (R \cdot I)^2 - 2V \cdot R \cdot I \cdot \cos \phi$

$R = 1,1 \cdot 4 = 4,4$

$V_0^2 = 98,99^2 + (4,4 \cdot 2)^2 - 2 \cdot 98,99 \cdot 4,4 \cdot 2 \cdot 0,23$

$\therefore V_0 = 97,37 \text{ V}$



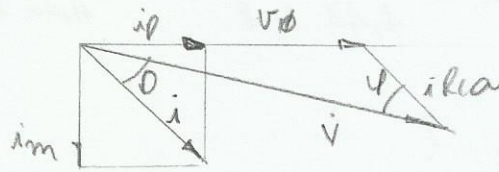
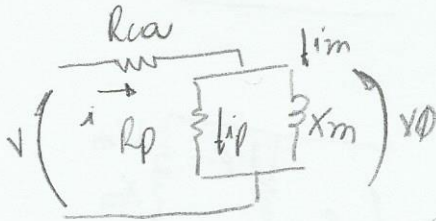
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$

# Exercícios Resolvidos do livro

## Exercício 2.18:

Leituras: 2A; 240V; 60Hz; 80W

Sabendo  $R_{ca} = 5,0 \Omega$  determine as perdas no ferro e os parâmetros  $R_p$  e  $X_m$



$$P_T = R_{ca} \cdot i^2 + \frac{V_\phi^2}{R_p} \text{ PFE}$$

$$V_\phi^2 = V^2 + (iR_{ca})^2 - 2V \cdot iR_{ca} \cos \phi; \cos \phi = \frac{Pot}{S}$$

$$V_\phi^2 = 240^2 + (2 \times 5)^2 - \frac{2 \cdot 240 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 60}{240 \times 2} \therefore V_\phi = 238,54 \text{ V}$$

$$P_{FE} = 80 - 2^2 \times 5 = 60 \text{ W}$$

$$P_{FE} = \frac{V_\phi^2}{R_p} \therefore R_p = \underline{\underline{948,36 \Omega}}$$

$$i_p = \frac{238,54}{948,36} = 0,25 \quad 2^2 = 0,25^2 + i_m^2 \therefore i_m = 1,98 \text{ A}$$

$$X_m = \frac{238,54}{1,98} = \underline{\underline{120,2 \Omega}}$$

## Exercício 2.20:

Leituras: 80W; 2A; 200V;  $R_{cc} = 3,5 \Omega$

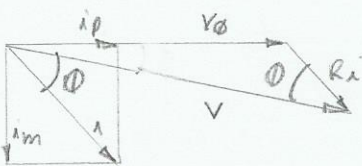
$$R_{ca} = 1,1 \times 3,5 = 3,85 \Omega$$

$$P_T = i^2 R_{ca} + P_{FE} \therefore P_{FE} = 80 - 3,85 \times 2^2 = 64,6 \text{ W}$$

$$V_\phi^2 = V^2 + (R_i i)^2 - 2V R_i i \cos \phi; \cos \phi = \frac{Pot}{S}$$

$$V_\phi^2 = 200^2 + (3,85 \times 2)^2 - \frac{2 \times 200 \times 3,85 \times 2 \times 80}{200 \times 2}$$

$$\therefore V_\phi = 198,6 \text{ V}$$



$$i_p = \frac{64,6}{198,6} = 0,33 \text{ logo } i_m = 1,97 \quad R_p = \frac{198,6}{0,33} = 610,6 \Omega$$

$$X_m = \frac{198,6}{1,97} = 100,8 \Omega$$



Exercício 2.21:

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(377t) \quad PFE = 200 \text{ W} \quad H_{mfc} = 400 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}$$

$$R_e = 1 \times 10^6 \frac{\text{Aesp}}{\text{wb}}$$

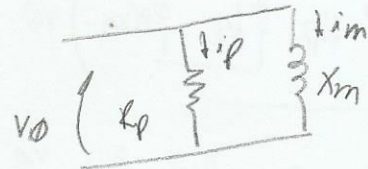
a)  $\Phi_{\text{máx}}$

$$\Phi_{\text{máx}} = \frac{V_{\text{máx}}}{4,44 \cdot N \cdot f} = \frac{200 \cdot \sqrt{2}}{4,44 \cdot 400 \cdot \frac{377}{2\pi}} = 1,88 \cdot 10^{-3} \text{ wb}$$

b)  $I_{me} = ?$

$$f = N \cdot I_o = \Phi \cdot R_o$$

$$I_e = \left( \frac{1,88 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times 1 \cdot 10^6 \right) \div 400 \quad \therefore \quad I_e = 3,32 \text{ A}$$



c)  $PFE = R_p \cdot i_p$

$$f = N \cdot I_p = H \cdot l$$

$$i_p = \frac{200}{200} = 1 \text{ A}$$

$$I_p = \frac{400 \cdot 0,8}{400} = 0,8 \text{ A}$$

d)  $I = i_p + i_m$

$$I = 1 - j(3,32 + 0,8) \quad \therefore \quad I = 1 - j4,12 \text{ (A)}$$

Exercício 2.22:

$$S = 10 \text{ cm}^2 \quad l_c = 0,2 \text{ cm} \quad N = 400 \text{ esp.}$$

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \sin(377t) \quad I = 0,4 - j6,0 \text{ (A)}$$

x Determinar a corrente de magnetização do material ferro-magnético.

$$f = N \cdot I = H \cdot l = \Phi R; \quad R = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

$$I_m = I_{\text{ferro}} + I_{\text{entre}} = 8$$

$$\Phi = \frac{220}{4,44 \times 400 \cdot \frac{377}{2\pi}} = 2,06 \cdot 10^{-3} \text{ wb} \quad R = \frac{l}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 795,8 \cdot 10^6$$

$$400 i =$$

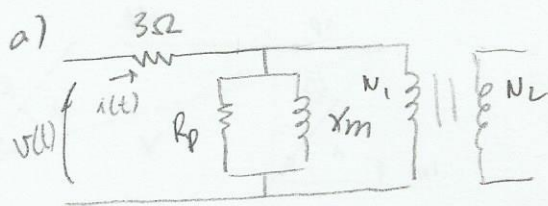
Exercício 22:

$$v(t) = 300 \cos(377t)$$

$$i(t) = 1,5 \cos(377t - 75)$$

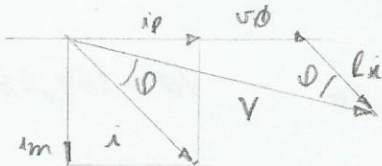
$$R = 3 \Omega \text{ (primário)}$$

$$N_1 = 500 \text{ esp} \quad N_2 = 1000 \text{ esp}$$



$$I = \frac{1,5}{\sqrt{2}} = 1,06 \text{ A}$$

$$V = \frac{300}{\sqrt{2}} = 212,13 \text{ V}$$



$$V_0^2 = 212,13^2 + (1,063)^2 - 2 \cdot 212,13 \cdot 1,063 \cdot \cos(75)$$

$$\therefore V_0 = 211,3 \text{ V (tensão induzida na bobina } N_1)$$

b)  $S = VI$   $P_{at} = VI \cos \phi$   $P = V \cdot I$

$$P_T = \frac{300 \cdot 1,5 \cos 75}{2} = 58,23 \text{ W}$$

$$58,23 = \left(\frac{1,5}{\sqrt{2}}\right)^2 \times 3 + P_{FE} \quad \therefore P_{FE} = 54,86$$

$$ip = \frac{54,86}{211,3} = 0,26 \text{ A} \quad \left(\frac{1,5}{\sqrt{2}}\right)^2 = 0,26^2 + im^2 \quad \therefore im = 1,03 \text{ A}$$

$$\underline{\underline{\vec{I} = 0,26 - j1,03 \text{ A}}}$$

d)  $R_p = \frac{211,3}{0,26} = 813 \Omega$

c)  $X_m = \frac{V_0}{im} = \frac{211,3}{1,03} = 205,1 \Omega$

e)  $\Phi_{m\bar{a}x} = \frac{V}{4,44 \cdot f \cdot N}$

$$\Phi_{m\bar{a}x} = \frac{300/\sqrt{2}}{4,44 \cdot 377 \cdot 500} = \frac{300/\sqrt{2}}{2\pi}$$

$$\therefore \Phi_{m\bar{a}x} = 1,59 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

g)  $a = \frac{500}{1000} = 0,5$

$$0,5 = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\therefore V_2 = \left(\frac{300}{\sqrt{2}}\right) \div 0,5$$

$$\underline{\underline{\therefore V_2 = 424,3 \text{ V}}}$$

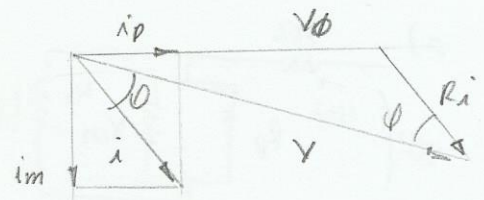


Exercício 24:

$P_{act} = 100 \text{ W} ; 110 \text{ V} ; 2,5 \text{ A} ; f = 60 \text{ Hz} \quad R = 0,6 \Omega$

a)  $S = V \cdot I = 110 \cdot 2,5 \therefore S = \underline{275 \text{ VA}}$

b)  $\text{f.p.} = \cos \theta = \frac{100}{275} = 0,36$



c)  $100 = 2,5^2 \cdot 0,6 + P_{FE} \therefore P_{FE} = 96,25 \text{ W}$

$V_{\theta}^2 = 110^2 + (0,6 \cdot 2,5)^2 - 2 \cdot 110 \cdot 0,6 \cdot 2,5 \cdot 0,36 \therefore V_{\theta} = 109,46$

$P = V I = \frac{V^2}{R} \therefore R_p = \frac{109,5^2}{96,25} = \underline{124,5 \Omega}$

d)  $i_p = \frac{96,25}{109,46} = 0,88 \quad 2,5^2 = 0,88^2 + i_m^2 \therefore i_m = 2,34 \text{ A}$

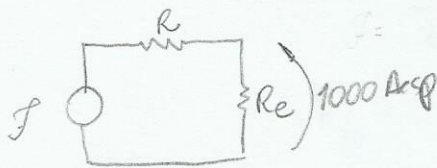
$X_m = \frac{109,46}{2,34} = \underline{46,77 \Omega}$

2,87, 1435, 47,45, 10,94

Exercício 25:

$FMM = 1000 \text{ Aesp} \quad i = 5 \text{ A} \quad \Phi_{max} = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \quad P_{FE} = 60 \text{ W} \quad N = 500 \text{ esp} \quad f = 60 \text{ Hz}$

Circuito magnético



a)  $\mathcal{F}_e = N \cdot I_e = H \cdot l = \Phi \cdot R$

$\therefore R = \frac{1000}{\frac{4,0 \cdot 10^{-4}}{5}} = \underline{3,53 \cdot 10^6 \frac{\text{Aesp}}{\text{Wb}}}$

b)  $V_{ef} = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{max}$

$V_{ef} = 4,44 \cdot 60 \cdot 500 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \therefore V_{ef} = \underline{53,28 \text{ V}}$

(c, d, e)

$i = \frac{60}{53,28} = 1,126 \text{ A} \quad 5^2 = 1,126^2 + i_m^2 \therefore i_m = 4,87 \text{ A}$

$X_m = \frac{53,28}{4,87} = \underline{10,93 \Omega} \quad R_p = \frac{53,28}{1,126} = \underline{47,32 \Omega}$

$i_m = i_{mC} + i_{mF}$

$i_{mC} = \frac{1000}{500} = 2$

$i_{mF} = 4,87 - 2 = \underline{2,87 \text{ A}}$

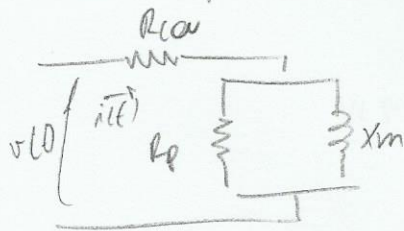
$500 \cdot 5 - 1000 = H \cdot 1 \therefore H = \underline{1500 \frac{\text{Aesp}}{\text{m}}}$

### Exercício 27:

$$N=800 \text{ esp. } v(t) = 120 \cos(377t + 30) \quad i(t) = 2,5 \cos(377t - 30)$$

$$R_c = 2,5 \Omega$$

Circuito equivalente



$$R_{ca} = 1,1 \times 2,5 = 2,75 \Omega$$

$$P_T = \frac{120 \cdot 2,5 \cos(30)}{2} = 129,9 \text{ W}$$

$$129,9 = \left(\frac{2,5}{\sqrt{2}}\right)^2 \times 2,75 + P_{FE} \quad \therefore P_{FE} = 121,31 \text{ W}$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$V_0^2 = \left(\frac{120}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2,5 \times 2,75}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2 \times \frac{120 \times 2,5 \times 2,75 \cos 30}{2} \quad \therefore V_0 = 80,66 \text{ V}$$

$$R_p = \frac{80,66^2}{121,31} = 53,66 \Omega$$

$$P = VI$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

### Exercício 28)

$$v(t) = 220 \sqrt{2} \sin 377t \quad P_h = 20 \text{ W} \quad P_F = 15 \text{ W} \quad \text{Alteranda } l' = 50 \text{ H}$$

$$a) P_h = k_h v B^n f \quad ; \quad B = \frac{v}{4,44 \cdot l \cdot N \cdot S}$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \frac{k_h \times \left(\frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot N \cdot S}\right)^n \cdot 50}{k_h \times \left(\frac{220}{4,44 \cdot 60 \cdot N \cdot S}\right)^n \cdot 60}$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \left(\frac{60}{50}\right)^n \times \frac{50}{60} \quad , \text{ com } n=2 \quad \underline{P_h' = 24 \text{ W}}$$

$$b) P_F = k_F v B^2 l'^2 e^2$$

$$\frac{P_F'}{P_F} = \frac{k_F \times \left(\frac{v}{4,44 \cdot 50 \cdot N \cdot S}\right)^2 \cdot 50^2 \times e^2}{k_F \times \left(\frac{v}{4,44 \cdot 60 \cdot N \cdot S}\right)^2 \cdot 60^2 \times e^2}$$

$$\frac{P_F'}{P_F} = \left(\frac{60}{50}\right)^2 \left(\frac{50}{60}\right)^2 = 1$$

$$\therefore P_F' = 15 \text{ W}$$



### Exercício 29)

$$P_h = 200 \text{ W}$$

tensão: 110V para 220V

B, para 2B

$$n = 1,6$$

$$P_h = K \cdot B^n \cdot f$$

$$\frac{P_h'}{P_h} = \left(\frac{2B}{B}\right)^n \quad \therefore P_h' = 2^{1,6} \cdot 200 = 606,29 \text{ W}$$

### Exercício 30)

$$P_h = K \cdot B^n \cdot f$$

$$B = \frac{220}{4,44 \cdot 300 \cdot 60 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 2,75 \text{ T}$$

$$50 = K \cdot 2,75^2 \cdot 60 \quad \therefore K = 0,11$$

$$B' = \frac{150}{4 \cdot 1,15 \cdot 300 \cdot 120 \cdot 10^{-4} \cdot 10} = 0,91 \text{ T}$$

$$P_h' = 0,11 \cdot 0,91^2 \cdot 120 \quad \therefore P_h' = \underline{\underline{10,83 \text{ W}}}$$

### Exercício 31)

$$P_F = K_f \cdot B^2 \cdot f^2 \cdot e^2$$

$$25 = K \cdot \left(\frac{220}{4,44 \cdot 300 \cdot 60 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}\right)^2 \cdot 60^2 \cdot e \quad \therefore K_e = 9,16 \cdot 10^{-4}$$

$$P_F' = 9,16 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{150}{4 \cdot 1,15 \cdot 300 \cdot 120 \cdot 10^{-4}}\right)^2 \cdot 120^2 = \underline{\underline{10,83 \text{ W}}}$$

### Exercício 32)

$$P_{FE} = 2600 \text{ W}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

$$B = 1,2 \text{ T}$$

$$n = 1,5$$

$$P_{FE} = 3720 \text{ W}$$

$$f = 120 \text{ Hz}$$

$$B = 1,2 \cdot 1,3 = 1,56 \text{ T}$$

a)  $P_h = K_h \cdot B^n \cdot f$      $P_F = K_f \cdot B^2 \cdot f^2 \cdot e^2$      $P_{FE} = P_h + P_F$

$$\frac{P_{FE}}{f} = K_h + K_f \cdot f$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2600}{100} = K_h + 100 K_f \\ \frac{3720}{120} = K_h + 120 K_f \end{array} \right.$$

$$K_h + 100 K_f = 26$$

$$-20 K_f = -5$$

$$K_f = 0,25$$

$$\text{logo } K_h = 1$$

$$P_h = 100 \text{ W} \quad P_f = 100 \times 0,025 = 25000 \text{ W}$$

4222  
135

b)

## Transformadores

### Exemplo 2-1 (Deltoro)

100 KVA, 1100/220V, 60Hz

$$a = \frac{1100}{220} = 5$$

(Alta tensão)  $R = 0,1 \Omega$   $X = 0,3 \Omega$

(Baixa tensão)  $R = 0,004 \Omega$   $X = 0,012 \Omega$

a)

$$Z_1 = a^2 Z_2 = Z_2' = 1,6 \Omega \quad \text{Primário}$$

$$R_e = 0,11 + 5^2 \times 0,004 = 0,25 \Omega$$

$$X_e = 0,3 + 5^2 \times 0,012 = 0,6 \Omega$$

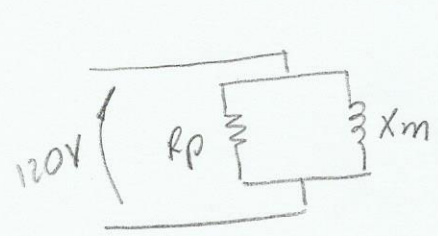
Secundário

$0,003 \Omega$   
 $0,024 \Omega$

### Exemplo 2-2 (Deltoro)

50 KVA, 2400/120V

Aberto (Secundário)  $\left\{ \begin{array}{l} 396 \text{ W } P_{FE} \\ 9,65 \text{ A} \\ 120 \text{ V (Nominal)} \end{array} \right.$  (Primário) Curto-circuito  $\left\{ \begin{array}{l} 810 \text{ W} \\ 20,8 \text{ A (Nominal)} \\ 92 \text{ V} \end{array} \right.$



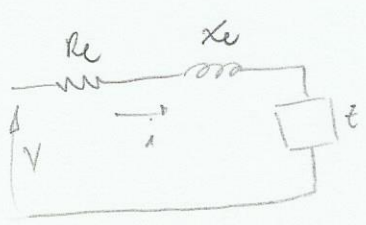
$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$R_p = \frac{120^2}{396} = 36,4 \Omega \quad (\text{BT})$$

$$I_p = \frac{120}{36,4} = 3,3 \text{ A}$$

$$9,65^2 = 3,3^2 + I_m^2 \quad \therefore I_m = 9,07 \text{ A}$$

$$X_m = \frac{120}{9,07} = 13,23 \Omega \quad (\text{BT})$$



$$P = VI = RI^2$$

$$R = \frac{810}{20,8^2} = 1,87 \Omega$$

$$Z_{ig} = \frac{92}{20,8} = 4,42$$

$$4,42^2 = 1,87^2 + X_c^2 \quad \therefore X_c = 4 \Omega$$



# Problemas do Deltoro

97,65%  
 $\downarrow$  453,2  $\downarrow$  10,33  
 2,216%

## Exercício 2.7)

25 KVA, 2400/240V

$P_{FE} = 114W$  (plena carga)

$R_e = 3,33\Omega$   $Z_e = 5,28\Omega$

(a) rendimento = ? para carga nominal e f.p = 0,6 atrasado

$\therefore \text{Rendi} = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} \times 100$  ;  $P_{saída} = 25 \text{ KVA} = 20 \text{ KW}$   
 $P_{ot\ saído} = 25 \text{ K} \cdot 0,8 = 20 \text{ KW}$

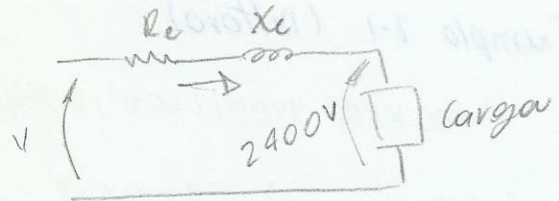
$P_{ent} = P_{saído} + P_{FE} + P_{cu}$

$I = \frac{25000}{2400} = 10,42$

$P_{cu} = 10,42^2 \times 3,33 = 361,33W$

$P_{ent} = 20000 + 114 + 361,33 = 20475,3$

$\therefore R = \frac{20000}{20475,3} \cdot 100 = 97,68\%$



$\cos \phi = 0,6 \therefore \phi = 53,13$

Atrasado

$\phi = 53,13$

(b) Tensão no lado de alta, no (ten la)

$\dot{V} = 3,33 \angle 0^\circ \times 10,42 \angle -53,1^\circ + 5,28 \angle -90^\circ \times 10,42 \angle -53,1^\circ + 2400 \angle 0^\circ$

$\dot{V} = 2464,8 \angle -0,13^\circ$

(c)  $\text{Reg\%} = \frac{V_1 - V_2}{V_2} \times 100 = \frac{2464,8 - 2400}{2400} \times 100 = 2,7\%$

# Exercícios da lista

## Exercício 1 (Deltoro)

25 KVA; 2400V/240V

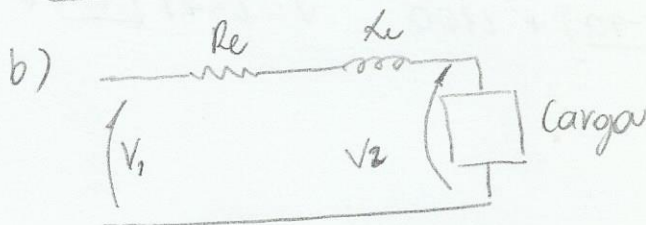
(BT) 1,6A; 240V; 114W (Aberto)

(AT) 10,4A; 55V; 360W (Curto)

a) Perdas do núcleo

- Para determinar as perdas do núcleo devemos usar o teste em vazio. A leitura do wattímetro é as perdas do núcleo, caso a tensão seja a nominal.

$$P_{FE} = 114 \text{ W}$$



- Para determinar a perda no cobre devemos utilizar o teste em curto. Quando a

corrente é a nominal, a leitura do wattímetro é a perda do cobre.

$$P_{Cu} = 360 \text{ W}$$

c)  $P_2 = 25 \text{ K} \cdot 0,8 = 20 \text{ KW}$

$$P_1 = 114 + 360 + 20 \text{ K} = 20,474 \text{ KW}$$

$$\% \text{ Rendimento} = \frac{20}{20,474} \cdot 100 = 97,7\%$$

$$\cos \phi = 0,8$$

Exercício 2 = Deltoro

d)  $R_e = \frac{360}{10,4^2} = 3,33 \Omega$

$$Z_{eq} = \frac{55}{10,4} = 5,29 \Omega$$

$$5,29^2 = 3,33^2 + X_e^2 \therefore X_e = 4,11 \Omega$$

$$V_1 = 10,4 \left[ \frac{1}{0,8} \right] \times 3,33 \left[ 0 \right] + 10,4 \left[ \frac{1}{0,8} \right] \times 4,11 \left[ -90 \right] + 2400 \left[ 0 \right]$$

$$\therefore V_1 = 2453,36 \text{ V}$$

$$\% \text{ reg.} = \frac{2453,36 - 2400}{2400} \cdot 100 = 2,22\%$$



### Exercício 2 (Deltoro)

50 kVA, 2300V/230V, 60Hz

Primário:  $R_e = 0,65 \Omega$

Secundário:  $R_e = 0,0065 \Omega$

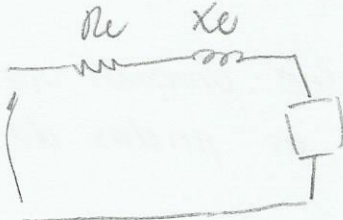
(Aberto) 230V; 5,7A; 190W

(Curto) 41,5V; 21,7A;

$$a = \frac{2300}{230} = 10$$

$$R_e' = 0,0065 \cdot 10^2 = 0,65 \Omega$$

a)



$$\cos \phi = 0,8$$

$$\therefore \phi = 36,87^\circ$$

$$Z = \frac{41,5}{21,7} = 1,91 \quad 1,91^2 = 1,3^2 + X_e^2 \quad \therefore X_e = 1,40 \Omega$$

$$\dot{V} = 21,7 \angle +37^\circ (1,3 + 1,40 \angle -90^\circ) + 2300 \quad \therefore \dot{V} = 2341 \angle -0,18^\circ$$

b)  $\% R_{ind} = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100$

$$P_2 = 50 \text{ kVA} \cdot 0,8 = 40 \text{ kW}$$

$$P_1 = 40 \text{ kW} + 190 + 21,7^2 \cdot 1,3 = 40802,2$$

$$\% R_{ind} = \frac{40000}{40802,2} \times 100 = \underline{\underline{98,03\%}}$$

### Exercício 3 (Deltoro)

100 kVA  $P_{FE} = 1250 \text{ W}$  na tensão nominal

Curto-circuito: 125% da corrente nominal  $P_1 = 2875 \text{ W}$

a) Rendimento para  $P.P. = 0,9$  adiantado



$$P_2 = 100 \text{ kVA} \cdot 0,9 = 90 \text{ kW}$$

$$P_{cu} = V \cdot I_n = R \cdot I_n^2$$

$$P_{cu} = R \cdot I_n'^2$$

$$2875 = R \cdot (1,25 I)^2$$

$$R = \frac{2875}{1,5625 I^2}$$

$$P_1 = 90 \text{ kW} + 1250 + \frac{2875}{1,5625 I^2} \cdot I^2 = 93090 \text{ W}$$

$$\% R_e = \frac{90000}{93090} \times 100 = 96,7\%$$

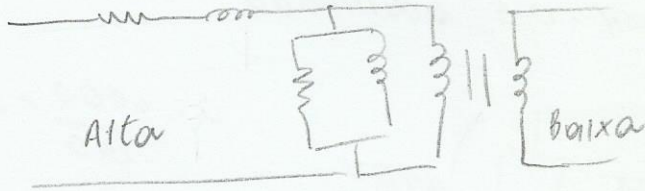
### Exercício 4 (Deltoro)

50 kVA, 2300V / 230V; 60Hz

(Alta) 360W;  $\cos\theta = 0,4$ ; 2300V (tensão nominal) Primário

(Baixa) 230V  $I_{baixa}$ ?

$$a = \frac{2300}{230} = 10$$



$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

$$i_p = i \cdot \cos\theta$$

$$i_p = \frac{360}{2300} = 0,157 \text{ A}$$

$$i = \frac{0,157}{0,4} = 0,39 \text{ A}$$

$$a = \frac{I_2}{I_1} \therefore I_2 = 0,39 \cdot 10 = \underline{\underline{3,9 \text{ A}}}$$

### Exercício 5 (Deltoro)

25 kVA, 2400V / 240V

254W;  $\text{fp} = 0,15$ ; 240V (BT) (Aberto)

2400V;  $i = ?$  (AT) (Aberto)

$$P_{FE} = VI \therefore i_p = \frac{254}{240} = 1,06 \text{ A}$$

$$i_p = i \cos\theta$$

$$i = \frac{1,06}{0,15} = \underline{\underline{7,06 \text{ A}}}$$

$$a = \frac{2400}{240} = 10$$

$$a = \frac{I_2}{I_1} \therefore I_1 = \frac{7,06}{10} = \underline{\underline{0,706 \text{ A}}}$$

### Exercício 6 (Deltoro)

200V / 100V, 60Hz

$$a = \frac{200}{100} = 2$$

$$Z_1 = a^2 Z_2$$

Primário:  $0,3 + j0,8 \Omega$

Secundário  $0,1 + j0,25 \Omega$

$0 = 21,25$

$$R_{eq} = 0,3 + 2^2 \times 0,1 = 0,7 \Omega$$

$$X_{eq} = 0,8 + 2^2 \times 0,25 = 1,8 \Omega$$

$$Z_{eq} = 0,7 + j1,8 = 1,93 \angle 68,75^\circ$$

$$i = \frac{200 \angle 0^\circ}{1,93 \angle 68,75^\circ} = \underline{\underline{103,6 \angle -68,7^\circ \text{ A}}}$$



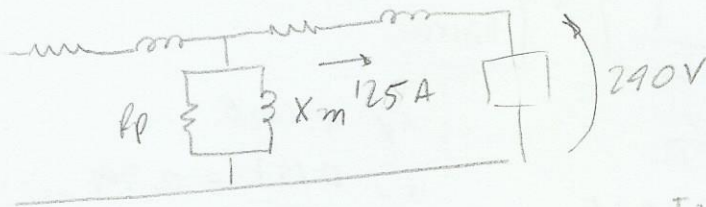
# Exercício 7) (Dif. Tor)

30 kVA; 2400/240V; 60 Hz

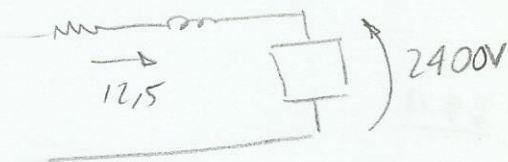
70V; 18,8A; 1050W Curto (secundário)

240V; 3,0A; 230W Aberto (baixo) (secundário)  
(Nominal)

a) Tensão no primário, quando 125A em 240V, circulam no baixa tensão, com  $\cos\phi = 0,8$  adiantado



$$a = \frac{2400}{240} = 10$$



$$a = \frac{I_2}{I_1} \therefore I_1 =$$

$$\cos\phi = 0,8$$

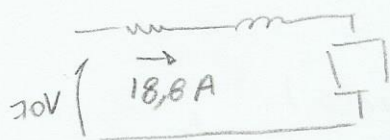
$$\therefore \phi = 37$$

$$\phi = 37 - 37 = 0$$

$$\phi < 0$$

Teste em curto

$$P = VI; P = RI^2$$



$$R = \frac{1050}{18,8^2} = 2,97$$

$$Z_c = \frac{70}{18,8} = 3,72$$

$$3,72^2 = 2,97^2 + X_c^2 \therefore X_c = 2,24 \Omega$$

$$\dot{V}_1 = 12,5 \angle +37 (2,97 \angle 0 + 2,24 \angle -90) + 2400$$

$$\dot{V}_1 = 2446,5 \angle 0$$

b)  $\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100$

$$P_1 = P_{FE} + P_{cu} + P_2$$

$$P_1 = 230 + 2,97 \cdot 12,5^2 + 30000 \cdot 0,8 = 24694,06$$

$$\eta = \frac{24000}{24694} \cdot 100 = \underline{\underline{97,2\%}}$$

### Exercício 13 (Fitzgerald)

50KVA ; 2400/240V

Curto-circuito (AT) : 48V ; 20,8A ; 617W (Primário)

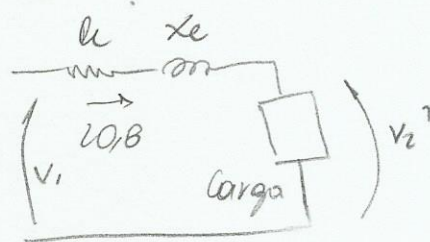
Aberto (BT) : 240V ; 5,41A ; 186W (Secundário)

x Determine o rendimento e a regulação da tensão nominal, com f.p. 0,8 indutivo.

$$\% \text{Rend} = \frac{P_2 \cdot 100}{P_1}$$

$$P_1 = 186 + 617 + 50K \cdot 0,8 = 40803$$

$$\% \text{Rend} = \frac{40000}{40803} \times 100 = \underline{\underline{98,03\%}}$$



$$\% \text{Reg} = \frac{V_1 - V_2}{V_2} \cdot 100$$

$$Z = \frac{48}{20,8} = 2,308$$

$$P = V I = R I^2$$

$$R_e = \frac{617}{20,8^2} = 1,426 \Omega$$

$$2,308^2 = 1,426^2 + X_e^2 \therefore X_e = 1,81 \Omega$$

$$V_1 = 20,8 \sqrt{36,9} (1,426 \angle 0 + 1,81 \angle 90) + 2400 \angle 0$$

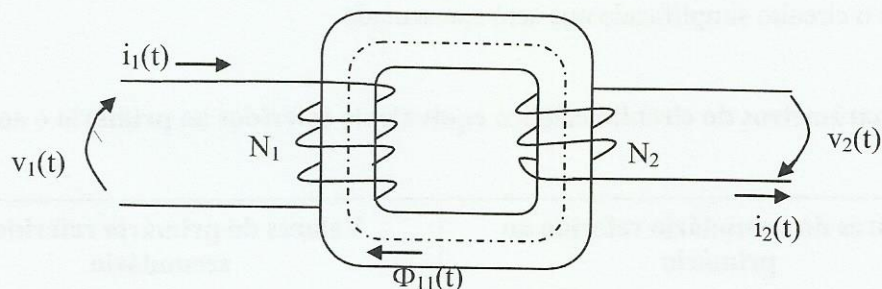
$$V_1 = 2446,35 \angle 0,3$$

$$\therefore \% \text{Reg} = \frac{2446,35 - 2400}{2400} \times 100 = 1,93\%$$



## TRANSFORMADORES

Um transformador monofásico é composto por dois enrolamentos instalados no primário ( $N_1$ ) e no secundário ( $N_2$ ).



**Figura 1:** Transformador monofásico

O princípio de funcionamento está baseado na Lei de Faraday, onde num condutor atravessado por linhas de força de um campo magnético variável, aparece em seus terminais uma tensão induzida. Suponha que no enrolamento primário  $N_1$ , quando submetido a uma tensão  $v_1(t)$ , aparece uma corrente alternada  $i_1(t)$ .

A força magnetomotriz  $N_1 \cdot i_1(t)$  cria um fluxo magnético  $\Phi_{11}(t)$ , variável no tempo, que circula no interior do núcleo ferromagnético, concatenando-se com a bobina do secundário  $N_2$ , induzindo nos terminais desta uma tensão  $v_2(t)$  que segue a equação:

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi_{11}}{dt}$$

A polaridade desta tensão induzida no enrolamento secundário, informa sobre o sentido da corrente neste enrolamento, caso o transformador esteja em carga. Este estudo foi elaborado por Lenz e pode ser expresso pelo enunciado abaixo:

O sentido da corrente induzida, criada pela variação do fluxo magnético, será tal que o fluxo magnético criado por esta corrente induzida, tende a se opor à variação do fluxo magnético original que a produziu, ou seja, se o fluxo original é crescente o fluxo criado por  $i_2(t)$  terá sentido contrário à  $\Phi_{11}(t)$ ; se o fluxo original é decrescente o sentido criado por  $i_2(t)$  terá sentido coincidente com  $\Phi_{11}(t)$ , numa tentativa de reforçar o fluxo magnético evitando que o mesmo decresça.

Na figura 1o fluxo magnético  $\Phi_{11}(t)$ , concatena-se com ambos enrolamentos. Assim, de acordo com a Lei de Faraday temos indução de tensão nos terminais destes enrolamentos:

$$e_1(t) = d\lambda_1/dt = N_1 \cdot d\phi_1/dt \quad e_2(t) = d\lambda_2/dt = N_2 \cdot d\phi_2/dt$$

onde:  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são os fluxos concatenados, nos respectivos enrolamentos

Quando modelamos um transformador, assim como no caso de motor elétrico, a representação é feita através de circuito elétrico equivalente e neste, temos a necessidade de que as tensões, correntes e impedâncias sejam referidas ao lado primário ou secundário, de acordo com o circuito simplificado que será apresentado.

**Tabela de parâmetros do circuito elétrico equivalente referidos ao primário e ao secundário.**

Valores do secundário referido ao primário	Valores do primário referido ao secundário
$V_1 = N_1/N_2 \cdot V_2 \rightarrow$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>V_1 = a \cdot V_2 = V'_2</math></span>	$V_2 = N_2/N_1 \cdot V_1 \rightarrow$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>V_2 = V_1 / a = V'_1</math></span>
$I_1 = N_2/N_1 \cdot I_2 \rightarrow$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>I_1 = I_2 / a = I'_2</math></span>	$I_2 = N_1/N_2 \cdot I_1 \rightarrow$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>I_2 = a \cdot I_1 = I'_1</math></span>
Dividindo as equações:	Dividindo as equações:
$V_1 / I_1 = (N_1/N_2)^2 \cdot V_2 / I_2$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>Z_1 = a^2 \cdot Z_2 = Z'_2</math></span>	$V_2 / I_2 = (N_2/N_1)^2 \cdot V_1 / I_1$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>Z_2 = 1 / a^2 \cdot Z_1 = Z'_1</math></span>

**a) Teste em vazio ( com secundário em aberto):**

Através deste teste são determinados:

- Perda no núcleo;
- $R_p$
- $I_p$
- $X_m$
- $I_m$

O procedimento do teste é alimentar um enrolamento com tensão nominal, deixando o outro enrolamento em aberto (vazio). No primário (enrolamento sob tensão nominal) são colocados três instrumentos de medições: wattímetro, amperímetro e voltímetro.



Como a corrente absorvida da fonte é muito reduzida, pois não existe a componente da corrente absorvida pela carga, a queda de tensão sobre a resistência ( $R_1$ ) e a reatância indutiva ( $X_{d1}$ ) do enrolamento primário pode ser desprezada. Assim o circuito elétrico equivalente pode ser expresso por:

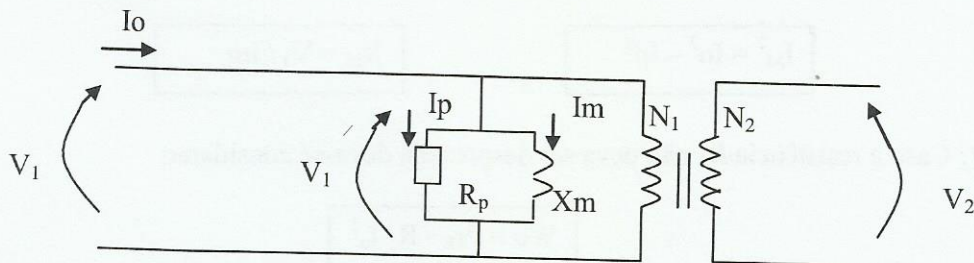


Figura 2: Circuito elétrico equivalente do transformador em vazio

- $R_1$ : resistência elétrica do enrolamento primário.
- $X_{d1}$ : reatância de dispersão, que representa o fluxo magnético disperso em  $N_1$ .
- $R_p$ : resistência simbólica que representa as perdas no ferro.
- $X_m$ : reatância de magnetização do núcleo.
- $V_1$ : tensão de excitação do enrolamento primário.
- $I_0$ : corrente absorvida pelo primário.
- $I_p$ : parcela da corrente  $I_0$ , correspondente às perdas no núcleo.
- $I_m$ : parcela da corrente  $I_0$ , necessária para magnetizar o núcleo.
- $V_2$ : tensão no secundário em vazio
- $N_1$ : número de espiras do enrolamento primário.
- $N_2$ : número de espiras do enrolamento secundário.

Como a queda de tensão e a potência dissipada em  $R_1$  pode ser desprezada, a leitura do wattímetro é o efeito da energia dissipada em  $R_p$ , exatamente o total de perdas no núcleo (perdas no ferro). Assim pode-se escrever:

$$W_0 = P_{FE}$$

O fator de potência do transformador nesta situação será obtido por:

$$\cos \varphi = W_0 / (V_0 \cdot I_0)$$

Pode-se determinar as componentes da corrente absorvida  $I_0$  da seguinte maneira:

$$I_p = I_0 \cdot \cos \varphi$$

$$I_m = I_0 \cdot \sin \varphi$$

Outra possibilidade para determinar  $I_p$  e  $I_m$  e os parâmetros  $R_p$ ,  $X_m$  é dada a seguir:

$$R_p = V_1^2 / P_{FE}$$

$$I_p = P_{FE} / V_1 = V_1 / R_p$$

$$I_M^2 = I_o^2 - I_p^2$$

$$X_M = V_1 / I_m$$

Nota 1: Caso a resistência  $R_1$  não deva ser desprezada deve-se considerar;

$$W_o = P_{FE} - R_1 I_o^2$$

e a perda no núcleo é obtida pela diferença da leitura do wattímetro pela potência dissipada no enrolamento.

$$P_{FE} = W_o - R_1 I_o^2$$

Analisar também se a queda de tensão sobre  $R_1$  pode ser desprezada. Caso não possa ser desprezada, a tensão de entrada  $E_1$  será diferente da tensão ( $V_\phi$ ) sobre o ramo de  $R_p$ .

$$V_\phi = E_1 \angle 0^\circ - (R_1 + j X_{d1}) (I_o \angle \theta^\circ)$$

Nota 2: Caso o transformador seja trifásico, deve-se observar que o circuito equivalente é sempre fornecido por fase, assim deve-se dividir a potência medida nos wattímetros por 3:

$$W_{o(\text{fase})} = W_o / 3$$

e no caso da tensão de alimentação deve ser analisada por fase, levando em conta o tipo de ligação dos enrolamentos do primário (estrela ou delta)

**b) Teste em curto-circuito:**

Através deste teste são determinados:

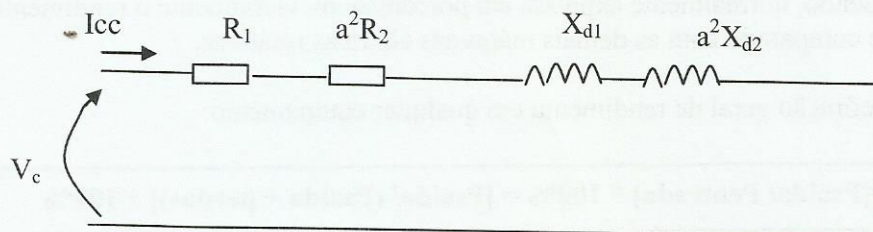
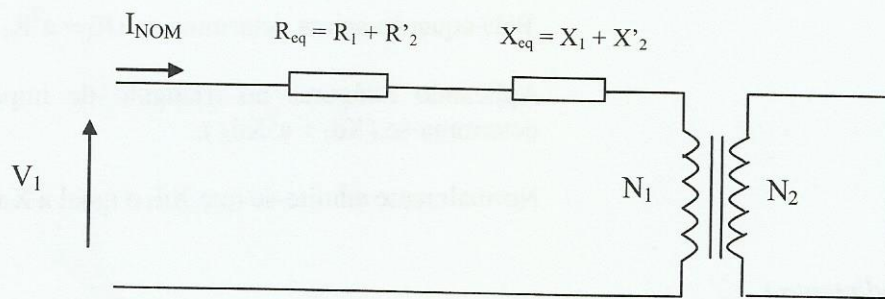
- Resistência elétrica equivalente dos enrolamentos.
- Reatância de dispersão equivalente dos enrolamentos.



O procedimento do teste é curto-circuitar um dos enrolamentos, que ora será chamado de secundário e ajustar a corrente nominal para o outro enrolamento, chamado de primário. No primário são colocados três instrumentos de medições: wattímetro, amperímetro e voltímetro.

Ajusta-se, bem cuidadosamente, a tensão no enrolamento (primário), de maneira a obter a corrente nominal no enrolamento curto-circuitado. Anotam-se as leituras do wattímetro, amperímetro e voltímetro. Um dado necessário é medir a resistência elétrica do enrolamento primário.

O circuito a ser estudado neste caso é:



**Figuras 3a) e 3b):** Circuito elétrico equivalente do transformador em curto-circuito

Devido o ajuste da tensão reduzida a que o enrolamento primário está submetido, as correntes de perdas do núcleo ( $I_p$ ) e de magnetização ( $I_m$ ) são desprezíveis quando comparadas com a corrente de curto. Os ramos com  $R_p$  e  $X_m$  não aparecem no circuito elétrico equivalente e as impedâncias estão referidas ao primário.

Equacionando:

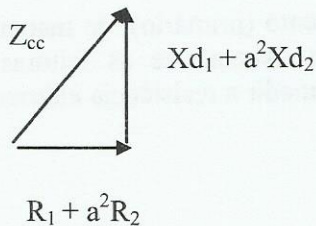
$$Z_{cc} = V_{cc} / I_{cc}$$

Impedância de entrada é a própria impedância de curto-circuito.

A indicação do wattímetro é a própria potência dissipada nos enrolamentos primário e secundário.

$$P_{cc} = (R_1 + a^2 R_2) \cdot I_{cc}^2$$

Como o circuito equivalente é por fase, no caso de transformador monofásico a leitura do wattímetro é o próprio valor a ser utilizado por fase; no caso de trifásico deve-se obter a potência dissipada por fase.



$$Z_{cc}^2 = (R_1 + a^2 R_2)^2 + (X_{d1} + a^2 X_{d2})^2$$

Pela equação acima determina-se  $(R_1 + a^2 R_2)$ .

Aplicando Pitágoras no triângulo de impedâncias determina-se  $(X_{d1} + a^2 X_{d2})$ .

Normalmente admite-se que  $X_{d1}$  é igual a  $X_{d2}$ .

### c) Rendimento :

É definido como a relação entre a potência elétrica real de saída e a potência elétrica real de entrada sendo, normalmente expressa em porcentagem. Geralmente o rendimento é bastante alto, se comparado com as demais máquinas elétricas rotativas.

Segue definição geral de rendimento em qualquer equipamento:

$$\eta \% = [P_{saída} / P_{entrada}] * 100\% = [P_{saída} / (P_{saída} + perdas)] * 100\%$$

O rendimento fornecido pelo fabricante, segundo a ABNT, deve ser referente à sua carga nominal com fator de potência unitário.

Através dos dados dos ensaios em vazio e curto, pode-se determinar o rendimento por um processo indireto.

A fórmula que permite o cálculo do rendimento pelo processo indireto, é a seguinte:



$$\eta\% = [V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi / (V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi + R_2 \cdot I_2^2 + P_{fe})] \cdot 100\%$$

$V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi$  : potência de saída;

$R_{e0} \cdot I_1^2$  : potência dissipada nos enrolamentos (Pcc do ensaio em curto)

$P_{FE}$  : perdas no núcleo

Podemos representar a equação acima em função do fator de carga e do fator de potência, já que as demais grandezas são características fixas do transformador e independem da carga.

$$\eta\% = [P_n \cdot f_c \cdot \cos \varphi / (P_n \cdot f_c \cdot \cos \varphi + P_{cun} \cdot f_c^2 + P_{FE})] \cdot 100\%$$

onde:

$P_n$  : potência nominal;

$\cos \varphi$  : fator de potência;

$P_{cun}$  : perdas nominais no cobre;

$f_c$  : fator de carga ( relação entre a carga alimentada pelo transformador e sua potência nominal).

#### **d) Regulação :**

É definida como a diferença entre as tensões nos terminais secundários do transformador com carga e sem carga.

Sua indicação traduz-se na capacidade que o transformador possui em manter a tensão estável com a variação da carga desde vazio até a a plena carga.

$$\text{Reg}\% = (E_2 - V_2) / V_2 \cdot 100\%$$

$E_2$  é a tensão nos terminais do secundário a vazio, ou seja, tensão da fonte ligada ao primário, referida ao secundário.

$V_2$  é a tensão nos terminais do secundário sob carga.

A Regulação depende das quedas internas no transformador, do valor e do fator de potência de carga. Quando não especificada, o seu valor é expresso para carga igual à nominal do transformador e com fator de potência unitário.



## **LISTA DE EXERCÍCIOS SOBRE TRANSFORMADORES**

**Exercício 1 (Del Toro):** Num teste de circuito aberto de um transformador de 25 kVA; 2400V/240V, feito no lado de baixa, as leituras foram 1,6 A; 240V; 114W. No teste de curto-circuito, o lado de baixa é curto-circuitado, e os instrumentos colocados no lado de alta foram: 10,4 A; 55V; 360W. Calcule:

- a) Perdas no núcleo.
- b) Perda no cobre a plena carga.
- c) Rendimento para plena carga, com fator de potência de 0,8 adiantado.
- d) regulação de tensão, para o item c), em porcentagem.

Resp.: 114W; 360W; 97,7%; 2,2%

**Exercício 2 (Del Toro):** Um transformador de 50kVA, 2300V/230V, 60Hz, tem resistência do enrolamento de alta de  $0,65\Omega$  e resistência do enrolamento de baixa de  $0,0065\Omega$ . Os ensaios em vazio e em curto indicaram:

Ensaio de circuito aberto :  $V = 230\text{ V}$ ;  $I = 5,7\text{ A}$ ;  $P = 190\text{ W}$ .

Ensaio de curto-circuito :  $V = 41,5\text{ V}$ ;  $I = 21,7\text{ A}$ ;  $P$  não usado.

- a) Calcule a tensão no primário para dar tensão nominal no secundário, quando o transformador for conectado como elevador e estiver entregando 50kVA, com um fator de potência de 0,8 atrasado.
- b) Calcule o rendimento nas condições do item a).

Resp.: 2340,8  $\angle$  0,19° ; 98,02%

**Exercício 3 (Del Toro):** Um transformador de 100kVA tem perdas no núcleo iguais a 1250W, na tensão nominal. O teste de curto-circuito foi executado a 125% da corrente nominal e a potência de entrada foi medida com 2875W.

- a) Calcule o rendimento do trafo quando ele entrega a potência nominal em kVa, com fator de potência de 0,9 atrasado.

Resp.: 96,6%

**Exercício 4 (Del Toro):** Um transformador de distribuição de 50kVA, 2300V/230V ; 60 Hz; consome 360W, com fator de potência de 0,4, com 2300V aplicados no enrolamento de alta e com o enrolamento de baixa em circuito aberto. Se este transformador tiver 230V aplicados no lado de baixa, em vazio no lado de alta, qual será a corrente no enrolamento de baixa tensão? Despreze a saturação.

Resp.: 3,9 A

**Exercício 5 (Del Toro):** Um transformador de distribuição de 25kVA, 2400V/240V consome 254W, com fator de potência de 0,15, quando 240V são aplicados no lado de baixa tensão, com o lado de alta tensão em aberto. Calcule a corrente que é fornecida pela linha quando 2400V são aplicados no lado de alta, com o lado de baixa em aberto.

Resp.: 0,706 A

**Exercício 6 (Del Toro):** Um transformador de 200V/ 100V, 60 Hz, tem impedância de  $0,3 + j 0,8\Omega$  no enrolamento de 200V e uma impedância de  $0,1 + j 0,25\Omega$  no enrolamento de



100V. Quais as correntes nos lados de alta e de baixa se um curto-circuito ocorrer no lado de 100V com 200V aplicados no lado de alta.

Resp.:  $105,3 \angle -74,48^\circ$  A;  $210 \angle -74,48^\circ$  A

**Exercício 7 (Del Toro):** Um transformador apresentou os seguintes dados 30kVA; 2400/240V ; 60Hz.

Teste de curto-circuito :  $V = 70V$  ;  $I = 18,8$  A ;  $P = 1050W$

Teste de circuito aberto:  $V = 240V$  ;  $I = 3,0$  A ;  $P = 230W$

- Calcule a tensão no primário quando 12,5 A, em 240 V, circulam do lado de baixa tensão, uma carga com fator de potência de 0,8 atrasado.
- Calcule o rendimento alimentando do item a).

Resp.:  $2447,2 \angle 0,02$  V ; 97,2 %

**Exercício 8 (Nasar):** Os valores ôhmicos dos parâmetros do circuito do transformador, tendo uma razão de espiras de 5, são  $R_1 = 0,5\Omega$ ;  $R_2 = 0,021\Omega$ ;  $X_1 = 3,2\Omega$ ;  $X_2 = 0,12\Omega$ . Os valores de  $R_p = 350\Omega$  e  $X_m = 98\Omega$  estão referidos ao primário. Desenhe o circuito equivalente aproximado do transformador, referido para a) primário e b) no secundário. Mostre os valores numéricos dos parâmetros do circuito.

Resp.:  $R_p=360 \Omega$ ;  $X_m=98 \Omega$ ;  $R_{eq}=1,025 \Omega$ ;  $X_{eq}=6,2 \Omega$

$R_p=14 \Omega$ ;  $X_m=3,92 \Omega$ ;  $R_{eq}=0,041 \Omega$ ;  $X_{eq}=0,248 \Omega$

**Exercício 9 (Nasar):** Um transformador de 25 KVA ; 440/220V; 60 Hz foi submetido aos testes em vazio e em curto.

Teste em vazio: Primário em aberto com os instrumentos colocados no lado de baixa tensão. Voltímetro = 220V; amperímetro = 9,6 A ; wattímetro = 710W.

Teste em curto : Secundário curto-circuitado, com instrumentos colocados no lado de alta tensão. Voltímetro = 42 V ; amperímetro = 57 A; wattímetro = 1030 W.

Obtenha os parâmetros do circuito elétrico equivalente. Referidos para o lado de alta tensão. Assuma  $R_1 = a^2 R_2$  e  $X_1 = a^2 X_2$ .

Resp.:  $R_p=272,8 \Omega$ ;  $X_m=97,6\Omega$ ;  $R_{eq}=0,317 \Omega$ ;  $X_{eq}=0,665 \Omega$

**Exercício 10 (Nasar):** Um transformador de 110 KVA; 2200/ 110V, os valores ôhmicos dos parâmetros do circuito equivalente são  $R_1 = 0,22\Omega$ ;  $R_2 = 0,5 \text{ m}\Omega$ ;  $X_1 = 2,0\Omega$ ;  $X_2 = 5 \text{ m}\Omega$ . Os valores de  $R_p = 5494,5\Omega$  e  $X_m = 1099\Omega$ . Calcule:

a) regulação de tensão.

b) Rendimento do transformador para plena carga e fator de potência unitário.

Resp.: 1,34% ; 98,3%

**Exercício 11 (Nasar):** Um transformador de 10KVA, 220/110V, 60 Hz foi ensaiado em aberto e curto. Ambos os testes foram feitos com os instrumentos no lado de alta tensão:

Teste em aberto: 500W ; 220V ; 3,16 A

Teste em curto : 400W ; 65V ; 10 A .

Determine os parâmetros do circuito elétrico equivalente aproximado referido para o primário e para o secundário.

Resp.:  $R_p=96,8 \Omega$ ;  $X_m=100\Omega$ ;  $R_{eq}=4 \Omega$ ;  $X_{eq}=5,12 \Omega$

$R_p=24,2 \Omega$ ;  $X_m=25\Omega$ ;  $R_{eq}=1 \Omega$ ;  $X_{eq}=1,28 \Omega$



**Exercício 12 (Nasar):** Um transformador de 50KVA; 2300/230V ; 60 Hz; consome 200W e 0,30 A em vazio, quando 2300 V são aplicados no lado de alta tensão. A resistência do primário é de  $3,5 \Omega$ . Desprezando a queda de tensão na reatância de dispersão, determine:

- fator de potência a vazio.
- Tensão induzida primária.
- Corrente de magnetização.
- Componente da corrente de perda no núcleo.

Resp.:  $\text{fp} = 0,29$  ; 2999 V ; 0,29 A ; 0,088 A

**Exercício 13 (Fitzgerald):** Um transformador de 50KVA; 2400/240V ; foi ensaiado em curto-circuito, onde os instrumentos foram colocados no lado de alta tensão e o lado de baixa tensão ficou em curto. As leituras foram: 48 V ; 20,8 A e 617 W.

De um ensaio em aberto, onde foi alimentado do lado de baixa e o lado de alta em aberto, as medidas foram: 240V ; 5,41 A; 186 W.

Determine o rendimento e a regulação de tensão na carga nominal, com fator de potência de 0,8 indutivo.

Resp.: 98% ; 1,9 %

**Exercício 14:** As resistências R1 e R2 dos enrolamentos do primário e do secundário de um transformador monofásico redutor são respectivamente  $3 \Omega$  e  $1 \Omega$ . As reatâncias de dispersão  $X_{d1}$  e  $X_{d2}$ , são respectivamente  $5 \Omega$  e  $2 \Omega$ . Sabe-se que a relação de transformação é 4. Calcule:

- o valor da resistência equivalente do transformador reduzida ao primário.
- o valor da reatância equivalente do transformador reduzida ao primário.
- o valor da resistência equivalente do transformador reduzida ao secundário.
- o valor da reatância equivalente do transformador reduzida ao secundário.
- a potência dissipada nos enrolamentos, supondo que  $I_1 = 0,5 \text{ A}$  e  $I_2 = 2 \text{ A}$ .

Resp.:  $19 \Omega$ ;  $37 \Omega$ ;  $1,19 \Omega$ ;  $2,31 \Omega$ ; 4,75 W.

**Exercício 15:** No ensaio em curto-circuito de um transformador elevador de 110/220 V, 660 VA, obtiveram-se os seguintes valores:  $U_{1cc} = 5,5 \text{ V}$   $I_{2n} = 3 \text{ A}$ ,  $P_{1cc} = 23 \text{ W}$ . Calcule:

- a tensão de curto-circuito, em percentagem.
- a relação de transformação.
- a tensão de curto-circuito reduzida ao secundário.
- a resistência, a impedância e a reatância reduzidas ao secundário.
- o fator de potência em curto-circuito.

Resp.: 5%; 2; 11V;  $2,56 \Omega$ ,  $3,7 \Omega$ ,  $2,67 \Omega$ ; 0,70